

# ТЕХНІЧНА ЕЛЕКТРОДИНАМКА

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ • ВІДДІЛЕННЯ ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИХ ПРОБЛЕМ ЕНЕРГЕТИКИ

ТЕОРЕТИЧНА ЕЛЕКТРОТЕХНІКА ТА ЕЛЕКТРОФІЗИКА

ПЕРЕТВОРЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ЕНЕРГІЇ

ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНЕ ПЕРЕТВОРЕННЯ ЕНЕРГІЇ

ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЧНІ СИСТЕМИ ТА УСТАНОВКИ

ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНІ СИСТЕМИ В ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЦІ



**ISSN 1607-7970** 

#### РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ\*

#### **EDITORIAL BOARD\***

Кириленко О.В.,	<b>головний редактор,</b> акалемік НАН України	Kyrylenko O.V.,	Editor-in-Chief, Member of NASUkraine				
Шидловський А.К.,	академік НАН України	Shvdlovskvi A.K.,	Member of NAS Ukraine				
Антонов О.С.,	д-р техн.наук	Antonov O.Y.,	Dr.Sc. (Eng.)				
Буткевич О.Ф.,	заступник головного	Butkevych O.F.,	Deputy Editor-in-Chief, Professor				
	редактора, професор						
Волков І.В.,	член-кор. НАН України	Volkov I.V.,	Corresponding Member of NAS Ukraine				
Жаркін А.Ф.,	член-кор. НАН України	Zharkin A.F.,	Corresponding Member of NAS Ukraine				
Кенсицький О.Г.	д-р техн.наук	Kensitskyi O.H.	Dr.Sc. (Eng.)				
Кондратенко І.П.,	член-кор. НАН України	Kondratenko I.P.,	Corresponding Member of NAS Ukraine				
Кузнецов В.Г.,	член-кор. НАН України,	Kuznetsov V.H.,	Corresponding Member of NAS Ukraine				
Липківський К.О.,	заступник головного	Lypkivskyi K.O.,	Deputy Editor-in-Chief,				
	редактора, професор		Professor				
Мазуренко Л.І.,	професор	Mazurenko L.I.,	Professor				
Мислович М.В.,	професор	Myslovych M.V.	Professor				
Михальський В.М.,	професор	Mykhaskyi V.M.	Professor				
Стогній Б.С.,	академік НАН України	Stohnii B.S.,	Member of NAS Ukraine				
Шаповал І.А.	докт.техн.наук	Shapoval I.A.	Dr.Sc. (Eng.)				
Шидловська Н.А.,	член-кор. НАН України	Shydlovska N.A.,	Corresponding Member of NAS Ukraine				
Щерба А.А.,	член-кор. НАН України	Shcherba A.A.,	Corresponding Member of NAS Ukraine				
Юрченко О.М.,	д-р техн.наук	Yurchenko O.M.,	Dr.Sc. (Eng.)				
Городжа Л.В.,	відповідальний секретар	Gorodga L.V.,	Executive Managing Editor,				
	канд.техн.наук		Ph.D.				

\* Члени редакційної колегії працюють у Інституті електродинаміки НАН України, Київ Editorial board members work in the Institute of electrodynamics of NAS Ukraine, Kyiv

#### INTERNATIONAL EDITORIAL BOARD

Kyrylenko O.V.	Member of NAS Ukraine, Institute of electrodynamics of NAS Ukraine, Kyiv
Shydlovskyi A.K.	Member of NAS Ukraine, Institute of electrodynamics of NAS Ukraine, Kyiv
Hubanski S.	Professor, Chalmers University of Technology, Sweden
Zhuikov V.Ya.	Professor, National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytecnic Institute", Kyiv
Zagirnyak M.V.	Professor, The Kremenchuk M.Ostrogradskyi National University, Ukraine
Clare Jon C.	Professor, The University of Nottingham, Great Britain
Kulyk M.M.	Member of NAS Ukraine, Institute of General Energy of NAS Ukraine, Kyiv
Oleshchuk V.	Professor, Institute of Power Engineering of AS Moldova, Kishinev
Pavlik M.	Member of NAS Ukraine, Technical University of Lodz, Poland
Peresada S.M.	Professor, National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv
Pivniak H.H.	Member of NAS Ukraine, National Mining University, Dnipropetrovsk, Ukraine
Reztsov V.F.	Corresponding Member of NAS Ukraine, Institute for Renawalable Energy of NAS Ukraine, Kyiv
Rozov V.Yu.	Corresponding Member of NAS Ukraine, State Institution "Institute of Technical Problems of Magnetism of the NAS Ukraine, Kharkiv
Rossi K.	Professor, The University of Bologna, Italy
Sokol Ye.I.	Corresponding Member of NAS Ukraine, National Technical University "Kharkiv Polytechnical
	Institute", Ukraine, Kharkiv
Stakhiv P.H.	Professor, National University "Lviv Polytechnica", Ukraine, Lviv
Schastlivyi H.H.	Member of NAS Ukraine, Institute of electrodynamics of NAS Ukraine, Kyiv
Harytonov S.O.	Professor, Novosibirsk State Technical University, Russia

Журнал "Технічна електродинаміка" включено до Переліку наукових фахових видань України категорія «А», представлений у загальнодержавній реферативній базі даних "УКРАЇНІКА НАУКОВА", РЕФЕРАТИВНОМУ ЖУРНАЛІ ВІНІТІ РАН (Росія) та у міжнародних наукометричних базах даних SCOPUS, COMPENDEX, ELIBRARY, EBSCO, PROQUEST.

#### Адреса редакції:

03057, м. Київ, проспект Перемоги, 56, Інститут електродинаміки НАН України. **Тел**. (044) 366 26 57. **Email:** <u>ted@ied.org.ua</u> <u>http://www.techned.org.ua</u>

### № 2 ТЕХНІЧНА ЕЛЕКТРОДИНАМІКА 2020

Березень – квітень

Науково-прикладний журнал Виходить раз на два місяці Заснований у жовтні 1979

DOI: <u>https://doi.org/10.15407/techned2020.02</u>

#### **3MICT**

Теоретична електротехніка та електрофізика
Transients at changing the configuration of the discharge circuit of the capacitor of semiconductor
electrical discharge installations with an electro-spark load
СМИРНИИ М.Ф., ПОЛИВ'ЯНЧУК А.П. Магнітометричні перетворювачі інформаційних
пристроїв керування рухомими об єктами
в атмосферному повтрі за присутності води в країлинно-плівковому стані
Перетворення параметрів електричної енергії
СПІРІН В.М., ГУБАРЕВИЧ В.М., МАРУНЯ Ю.В., САЛКО С.В. Якісні характеристики
однофазного мостового випрямляча з активним навантаженням та ємнісним фільтром
у разі живлення від джерела струму
F JANTAANAYAHIHHA JANATBANAHHI AHANFI
GREBENIKOV V V. GAMALEYA R V. SOKOLOVSKY A N. Electric machine
with axial magnetic flux, permanent magnets and multilayered printing windings
VERBYTSKYI I.V., ZHUIKOV V.J. Asynchronous motor drive internarmonics calculation
based on generalized Fourier series of several variables
МАЛЯР А.В., АНДРЕЇШИН А.С. Розроблення математичної моделі задля розрахунку
допустимих параметрів робочих режимів частотно-керованого електроприводу
штангової нафтовидобувної установки43
ПОДОЛЬЦЕВ О.Д., БОНДАР Р.П. Моделювання пов'язаних електромеханічних та теплових
процесів в лінійному магнітоелектричному двигуні на основі теорії мультифізичних кіл
БАШИНСКИЙ В.Г., ШАПОВАЛОВ О.Л., ДЕНИСОВ А.И., БУРСАЛА Е.А., БУРСАЛА А.Л.
Влияние пульсаций бесколлекторного двигателя постоянного тока на процесс управления
запуском газотурбинного двигателя вертолета56
Електроенергетичні системи та устаткування
ЧЕРНЕНКО П.О., МІРОШНИК В.О., ШИМАНЮК П.В. Однофакторне короткострокове
прогнозування вузлових електричних навантажень енергосистеми
ЗЕМСЬКИЙ Д.Р., СИЧЕНКО В.Г., БОСИЙ Д.О. Моделювання сумісної роботи систем
зовнішнього та тягового електропостачання залізниць змінного струму для оцінки якості
електроенергії у несиметричних режимах
F TANTATANHATANIHI NAMUTANA TA CHETAMU
EJEKTPOTEXHOJOTIHI KOMIJEKCU TA CUCTEMU RASHCHEPKINA P KONDRATENKO I P KARI OVOM KRVSHCHTIK RS 7HII TSOVA V
VASVIJK V V Electromagnetic stirring of metals in snatially orthogonal magnetic fields
The rest for the second second in spatially of medicine magnetic fields

#### © ІНСТИТУТ ЕЛЕКТРОДИНАМІКИ НАН УКРАЇНИ, 2020

# № 2TEKHNICHNA ELEKTRODYNAMIKA 2020*Annil*

March-April

DOI: https://doi.org/10.15407/techned2020.02

#### CONTENTS

<b>Theoretical electrical engineering and electrophysics</b> SUPRUNOVSKA N.I., SHCHERBA M.A., MYKHAILENKO V.V., PERETYATKO Yu.V.	
Transients at changing the configuration of the discharge circuit of the capacitor of semiconductor	
electrical discharge installations with an electro-spark load	3
SMIRNYI M.F., POLIVIANCHUK A.P. Magnetometric converters of information devices control	
of mobile objects	10
BEREKA V.O., BOZHKO I.V., BRZHEZITSKY V.A., HARAN Ya.O., TROTZENKO Ye.A.	
Simulation of the electric field in the electrode system to create of a pulsed barrier discharge	
in atmospheric air in the presence of water in a droplet-film state	17
Conversion of electric energy parameters	
SPIRIN V.M., HUBAREVICH V.M., MARUNIA Yu.V., SALKO S.V.	
Quality characteristics of single-phase bridge rectifier with active load and capacitary filter	
for power from the current source	23
Electromechanical energy conversion	
GREBENIKOV V.V., GAMALEYA R.V., SOKOLOVSKY A.N. Electric machine	
with axial magnetic flux, permanent magnets and multilayered printing windings	28
VERBYTSKYI I.V., ZHUIKOV V.J. Asynchronous motor drive interharmonics calculation	
based on generalized Fourier series of several variables	36
MALYAR A.V., ANDREISHYN A.S. Development of a mathematical model for computation	
of permissible operating parameters of the sucker-rod pump variable-frequency drive	43
PODOLTSEV A.D., BONDAR R.P. Modeling of coupled electromechanical and thermal	
processes in a linear permanent magnet motor based on the multiphysics circuit theory	50
BASHINSKYI V., SHAPOVALOV O., DENISOV A., BURSALA O., BURSALA A.	
Influence of pulsations of the flexible DC motor on the management process of starting	
the gas turbine motor helicopter	56
Electric power systems and installations	
CHERNENKO P.O., MIROSHNYK V.O., SHYMANIUK P.V. Univariable short-term forecast	
of nodal electrical loads of energy systems	67
ZEMSKIY D.R., SYCHENKO V.G., BOSYI D.O. Simulation of the parallel operation of external	
and railway AC traction power supply system taking into account unbalanced conditions	74
Electrotechnological complexes and systems	
RASHCHEPKIN A.P., KONDRATENKO I.P., KARLOV O.M., KRYSHCHUK R.S., ZHILTSOV	A.V.,
VASYUK V.V. Electromagnetic stirring of metals in spatially orthogonal magnetic fields	86

Науковий редактор К.О. ЛИПКІВСЬКИЙ Редактор І.О.БРАГИНЕЦЬ

Друкується згідно з рекомендацією Вченої ради Інституту електродинаміки НАН України, протокол № 2 від 20.02.2020 р. Включено до Переліку наукових фахових видань України 24.05.2018, категорія «А». Підписано до друку 02.03.2020. Формат 60х84/8. Пап. друк. офс. Офсет. Ум.-друк. арк. 11,27. Тираж 200 прим. Зам. 17. Зареєстровано 20.01.94. Свідоцтво: серія КВ, № 388. Ціна договірна.

Поліграфічна дільниця Інституту електродинаміки НАН України 03057, м. Київ, пр. Перемоги, 56.

УДК 621.3.011

DOI: https://doi.org/10.15407/techned2020.02.003

#### TRANSIENTS AT CHANGING THE CONFIGURATION OF THE DISCHARGE CIRCUIT OF THE CAPACITOR OF SEMICONDUCTOR ELECTRICAL DISCHARGE INSTALLATIONS WITH AN ELECTRO-SPARK LOAD

N.I. Suprunovska<sup>1\*</sup>, M.A. Shcherba<sup>2\*\*</sup>, V.V. Mykhailenko<sup>2\*\*\*</sup>, Yu.V. Peretyatko<sup>2\*\*\*\*</sup> <sup>1</sup> Institute of Electrodynamics National Academy of Science of Ukraine, Pr. Peremohy, 56, Kyiv, 03057, Ukraine, e-mail: <u>iednat1@gmail.com</u>

 <sup>2</sup> National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Pr. Peremohy, 37, Kyiv, 03056, Ukraine, e-mail: <u>VladislavMihailenko@i.ua</u>

The method of multi-parameter functions is used in order to simplify the analysis of transients during the discharge of a capacitor to the electro-spark load in semiconductor electric discharge installations at changing the discharge circuit configuration for control the duration of the pulse currents in the load. On the basis of the analysis of transients in the discharge circuit of a variable structure of such installations, exact analytical expressions for calculating electrical characteristics of the circuit are obtained. It is determined the appropriate values of the connection moment and value of the additional inductance, which must be connected during the discharge of the capacitor to reduce the duration of discharge currents and stabilize the technological process in the electro-spark load. References 11, figures 8, tables 2. **Keywords:** capacitor discharge, transient, electro-spark load, discharge duration, method of multi-parameter functions.

**Introduction.** High currents and powers required for modern electro-pulse technologies, in particular the production of spark-erosion powders [1, 2] and force electro-hydraulic actions [3, 4], cannot be obtained directly from the power supply network. That is why capacitive energy stores with linear capacitors [5] and nonlinear ones [6] are used in electro-discharge installations (EDIs) for these technologies. Capacitor batteries are also widely used in high-voltage pulse units for electromagnetic impact generation [7] and industrial induction installations for metalworking [8] to adjust load power. The most energetically and technologically efficient and fast-changing processes in the load circuit of all the above-mentioned installations are oscillating transients. At the same time, non-technological aperiodic modes of long-term energy transfer at low power appear in the load circuit when load resistance increase stochastically [9], which can occur in all the above-mentioned installations.

In EDIs with reservoir capacitors, in particular in semiconductor (thyristor) installations for volumetric electro-spark dispersion of conductive materials, the most technologically and energy-efficient discharge mode for electro-spark load is the oscillatory discharge of the capacitor with its recharge up to 30% of the initial voltage [10]. In this case, there is a fast natural locking of the discharge semiconductor key, which allows you to quickly carry out the next charge of the capacitor and its subsequent discharge on the load. Thus, it is possible to realize the high frequency of charge-discharge cycles and the stability of the duration of discharge currents in the load of EDIs.

At the same time, the resistance of such a load as a layer of conductive granules during the discharge current can stochastically increase several times, resulting in the so-called blank discharge on the load, that is, a long discharge with low current without sparks [10]. As the active resistance of the load increases, the Q-factor of the discharge circuit decreases, so the oscillatory process of the capacitor discharge can turn into an aperiodic process, in which the discharge duration is much increased. This increase in discharge duration is unacceptable for two reasons. Firstly, in this case, it becomes impossible to realize the high frequency of charge-discharge cycles of current pulses, and, consequently, to ensure the high productivity of the technological process of obtaining spark-eroded powders. The stability of the technological process is disturbed. Secondly, the size of the dispersed particles of the obtained powder is undesirably increased.

<sup>©</sup> Suprunovska N.I., Shcherba M.A., Mykhailenko V.V., Peretyatko Yu.V., 2020 ORCID ID: \* https://orcid.org/0000-0001-7499-9142; \*\*https://orcid.org/0000-0001-6616-4567;

<sup>\*\*\*</sup>https://orcid.org/0000-0001-6667-2457; \*\*\*\*https://orcid.org/0000-0003-1397-8078

Therefore, in known technological installations for obtaining metal powders by the method of volumetric electro-spark dispersion is usually used constantly connected special resistance  $R_{bypass}$ , bypassing load [10]. The value of this resistance was chosen so as to ensure the oscillatory discharge of the capacitor to the load when its resistance changes in a wide range. However, when such bypass resistance is used, the energy loss in the discharge circuit could reach 60% of the total energy stored in the capacitor.

To reduce such significant energy losses, it was justified in [10] that it is reasonable to stabilize the duration of pulse currents in the load by connecting a bypass thyristor at a certain point in time instead of using the permanently connected bypass resistor  $R_{bypass}$ . The configuration of the discharge circuit during the discharge process of the capacitor changed and the discharge remained always oscillatory. In this case, energy losses became much lower (up to 25%).

Another technical solution for limiting the duration of aperiodic discharges in semiconductor EDIs containing a reservoir capacitor and electro-spark load was to connect an additional bypass *RL*-circuit in parallel to the capacitor at some point in the discharge transient. In this case, the configuration of the discharge circuit during the discharge process of the capacitor on load also changed in order to convert a long-lasting aperiodic discharge into a rapidly damping oscillatory discharge. The transients in the discharge circuit of the capacitor were analyzed under the condition of changing its configuration (using the classical method of adding and solving differential equations with constant parameters) and analytical expressions were obtained for the currents in the bypass circuit and the load circuit. These expressions made it possible to investigate transients in capacitor discharge circuits at different element parameters [10]. However, in view of the complexity of these expressions for calculating specific values of the electrical characteristics of the discharge pulses and optimization of the modes in the load circuit and the capacitor circuit, it would be justified to use other methods for analyzing transients in the discharge circuit, which changes its configuration during discharge.

Therefore, the **purpose of the work** was to apply the method of multi-parameter functions to simplify the analysis of transients in a discharge circuit of a semiconductor electrical discharge installation with an electro-spark load when the configuration of the circuit changes during discharge; obtaining exact analytical expressions for the electrical characteristics of the discharge circuit of the installation, as well as determining the appropriate connection moment and the value of the inductance of the additional bypass circuit, which is connected in parallel to the capacitor in order to convert a long-lasting aperiodic discharge into a rapidly damping oscillatory discharge.

Analysis of discharge transients of capacitor when it is bypassed by the *RL*-circuit at a certain moment of discharge. A circuit diagram of a thyristor EDI with electro-spark load is presented in Fig. 1. In this installation the charge of the reservoir capacitor *C* is carried out from the shaper of direct voltage (*SDV*) in the circle *SDV*-R-*VT*-*C*-*L*-*SDV*, and the capacitor discharge is realized in the circle *C*-*VT*<sub>1</sub>- $R_{load}$ - $R_1$ - $L_1$ -C.



The *R* and  $R_1$  resistors and *L*,  $L_1$  inductors are the active resistances of the wires and the inductances of the charge circuit and discharge one, respectively. The  $R_{load}$  resistance is the active resistance of load. The *VT* and *VT*<sub>1</sub> thyristors are the semiconductor keys of the charge circuit and discharge one, respectively. In order to stabilize the duration of the discharge pulse in the EDI (that is, to eliminate long-term aperiodic discharges in the case of increasing load resistance), the *VT*<sub>2</sub> thyristor is

switched on at a certain time of the discharge of capacitor C and an additional bypass RL-circuit  $(VT_2-R_2-L_2)$  is connected. Thus the configuration of the discharge circuit was changed during the capacitor discharge.

In order to analyze the discharge transient in such an installation, we used the method of multiparameter modulating functions, which are included in the algorithmic equations for the analysis of steady-state and transient processes in branched electrical circuits with semiconductor switches and reactive elements [11]. This method makes it possible to simplify the analysis of transients in electrical circuits without taking into account losses in key elements. The method is implemented using numerical calculation methods in mathematical package Mathcad.

According to this method, the transient discharge of capacitor C on load  $R_{load}$  at connecting the *RL*-circuit ( $VT_2$ - $R_2$ - $L_2$ ) at some point in time was considered. Losses in thyristor keys were not taken into account.

It was believed that the VT thyristor of charge circuit remained locked during the discharge of the capacitor. The  $VT_1$  thyristor of discharge circuit was switched on at time  $t_1$ , and the  $VT_2$  thyristor of bypass circuit was switched off at time  $t_2$ . The discharge on  $R_{load}$  load is ended at time  $t_3$  (when the  $VT_1$  thyristor locked because the current in the load decreased to zero), and the discharge of the capacitor through the RL-circuit is finished at time  $t_4$  (the  $VT_2$  thyristor locked due to the current in RL-circuit decreased to zero).

The load current at the first time interval  $t_1...t_2$  (VT<sub>1</sub> thyristor is switched on and VT<sub>2</sub> is switched off)  $i_{load1}$  was determined from the second order differential equation

$$d^{2}i_{load1}(t)/dt^{2} = -(R_{1} + R_{load})di_{load1}(t)/L_{1}dt + i_{load1}(t)/L_{1}C.$$
(1)

Solution (1) was found in the Mathcad mathematical package by the numerical Runge-Kutta method at a fixed time interval  $t_1...t_2$  in the form of a  $I_{load1}$  matrix of instantaneous values of  $i_{load1}(t)$  and their derivatives, calculated at time moments of this interval with the selected step  $p_1$ , as

$$\mathbf{I}_{\text{load1}} = rkfixed(i_{load1}, t_1, t_2, p_1, D_{load1}),$$
(2)

where  $D_{load1}$  is the column-vector of intermediate solutions regarding the load current in the first time interval:  $i_{load1}(t)$ . The current  $i_{load1}(t)$  is the dependence of column of the instantaneous values  $i_{load1}(t)$  in the  $I_{load1}$  matrix on time t (related with step  $p_1$ ).

The load current at the second time interval  $t_2...t_3$  ( $VT_1$ ,  $VT_2$  thyristors are unlocked)  $i_{load2}(t)$  was determined from the system of differential equations

$$i_{C2}(t) = i_{load2}(t) + i_{RL2}(t) , \qquad \qquad i_{C2}(t) = -Cdu_{C2}(t)/dt , \qquad (3,4)$$

$$u_{C2}(t) = L_1 \, di_{load\,2}(t) / dt + \left(R_1 + R_{load}\right) i_{load\,2}(t) \,, \qquad u_{C2}(t) = L_2 \, di_{RL2}(t) / dt + R_2 \, i_{RL2}(t) \,, \quad (5, 6)$$

where  $i_{C2}(t)$ ,  $i_{load2}(t)$ ,  $i_{RL2}(t)$  are the capacitor current, load current and *RL*-circuit current at the second time interval, respectively, and  $u_{C2}(t)$  is the capacitor voltage at this interval.

After transformations of equations (3) - (6), the following third order differential equation was derived

$$\frac{d^{3}i_{load2}(t)}{dt^{3}} = -\left[\frac{Bd^{2}i_{load2}(t)}{dt^{2}} + Fdi_{load2}(t)/dt + Gi_{load2}(t)\right]/A,$$
(7)

where  $A = L_1L_2C$ ,  $B = L_2C(R_1+R_{load}) + L_1CR_2$ ,  $F = L_1 + L_2 + C(R_1+R_{load})R_2$ ,  $G = R_1+R_{load}+R_2$ . Solution (7) with respect to load current was determined by a numerical method (Runge-Kutta meth-

od at a fixed time interval  $t_2...t_3$ ) in the form of an  $I_{load2}$  matrix containing four columns that represent time, instantaneous values of load current and its derivatives, and  $p_2$  rows, defining a given number of points at a fixed interval  $t_2...t_3$ 

$$\mathbf{I}_{\text{load2}} = rkfixed\left(i_{load2}, t_2, t_3, p_2, D_{load2}\right),\tag{8}$$

where  $D_{load2}$  is the column-vector of intermediate solutions regarding the load current in the second time interval:  $i_{load2}(t)$ . The current  $i_{load2}(t)$  is the dependence of column of the instantaneous values  $i_{load2}(t)$  in the  $I_{load2}$  matrix on time t (related with step  $p_2$ ).

The current through the *RL*-circuit  $i_{RL2}(t)$  at this time interval was determined from the third-order differential equation obtained after transformations of equations (3) – (6)

$$\frac{d^{3}i_{RL2}(t)}{dt^{3}} = -\left[\frac{Bd^{2}i_{RL2}(t)}{dt^{2}} + Fdi_{RL2}(t)/dt + Gi_{RL2}(t)\right]/A.$$
(9)

Solution (9) with respect to current  $i_{RL2}(t)$  was determined similarly to solution (7) in the form of an  $I_{RL2}$  matrix containing four columns that represent time, instantaneous values of current through the *RL*-circuit and its derivatives, and  $p_2$  rows defining a given number points at a fixed interval  $t_2...t_3$ 

$$\mathbf{I}_{RL2} = rkfixed(i_{RL2}, t_2, t_3, p_2, D_{RL2}).$$
(10)

The load current at the third time interval  $t_3...t_4$  (the  $VT_2$  thyristor is unlocked and  $VT_1$  is locked) is zero, and the  $i_{RL3}$  current through the *RL*-circuit is determined from the second order differential equation

$$d^{2}i_{RL3}(t)/dt^{2} = -R_{2}di_{RL3}(t)/L_{2}dt + i_{RL3}(t)/L_{2}C.$$
(11)

Solution (11) was found similar to solution (1) by the Runge-Kutta numerical method at a fixed time interval  $t_3...t_4$  in the form of an **I**<sub>*RL3*</sub> matrix of instantaneous current values  $i_{RL3}(t)$  and their derivatives calculated at time points of this interval with the selected step  $p_3$  as

$$\mathbf{I}_{RL3} = rkfixed(i_{RL3}, t_3, t_4, p_3, D_{RL3}),$$
(12)

where  $D_{RL3}$  is the column-vector of intermediate solutions regarding current through the *RL*-circuit at the third time interval:  $i_{RL3}(t)$ . The current  $i_{RL3}(t)$  is the dependence of column of the instantaneous values  $i_{RL3}$  in the **I**<sub>*RL3*</sub> matrix on time *t* (related with step  $p_3$ ).

The total load current (in the first and second time intervals)  $i_{load} = i_{load1}(t) + i_{load2}(t)$  was calculated as the sum of the currents found in (2) and (8)

$$\mathbf{I}_{\text{load}} = \mathbf{I}_{\text{load1}} + \mathbf{I}_{\text{load2}}.$$
 (13)

The total current iny *RL*-circuit (in the second and third time intervals)  $i_{RL} = i_{RL2}(t) + i_{RL3}(t)$  was calculated as the sum of the currents found in (10) and (12)

$$\mathbf{I}_{RL} = \mathbf{I}_{RL2} + \mathbf{I}_{RL3}.$$
 (14)

Current in the capacitor was defined as the sum of currents in the load and in the RL-circuit

$$\mathbf{I}_{C} = \mathbf{I}_{\text{load}} + \mathbf{I}_{RL} \tag{15}$$

Thus, we have determined the electrical characteristics during transient process of discharge of the EDI capacitor at changing the configuration of its discharge circuit. In Mathcad you can also get graphical time dependences of all currents considered by expressions (13)–(15).

**Determining the influence of connection moment of bypass** *RL*-circuit on the course of the discharge transient. We have studied the transient features of the discharge of capacitor on load in EDI, presented in Fig. 1, depending on the moment of connection of the bypass *RL*-circuit ( $VT_2$ - $L_2$ - $R_2$ ). The transients were simulated in software packages MathLab. The parameters of the discharge circuit elements of such installation (C- $VT_1$ - $R_{load}$ - $R_1$ - $L_1$ -C) were chosen so that on the one hand they correspond to the real parameters of installations with electro-spark load (C=10<sup>-4</sup> F,  $R_1$ =0.001 Ohm,  $L_1$ =10<sup>-6</sup> H), and on the other hand, that the discharge has an aperiodic character (due to increasing the load resistance to  $R_{load}$  = 1 Ohm).

The voltage of the capacitor at the beginning of its discharge was  $U_{C0} = 1000$  V. The parameters of the bypass *RL*-circuit were chosen such that the aperiodic capacitor discharge process was transformed into oscillatory one. Active resistance  $R_2 = 0.001$  Ohms, inductance  $L_2 = 6 \cdot 10^{-5}$  H.

The results of the studies are shown in Fig. 2–5 and in Table. 1. In Fig. 2 we can see the capacitor current during the aperiodic discharge process without connecting the bypass *RL*-circuit ( $i_{C \text{ without } RL}$ ) as well as the currents in the capacitor, load and *RL*-circuit ( $i_{C}$ ,  $i_{Rload}$ ,  $i_{RL}$ ) with the connection of this *RL*-circuit at time  $t_2 = 0.105$  ms (taking into account the pause between the capacitor charge and capacitor discharge, which is shown in the graphs by the fact that the discharge starts at  $t_1 = 0.1$  ms).

Fig. 3 and 4 represent the currents  $i_C$ ,  $i_{Rload}$ ,  $i_{RL}$  at  $t_2 = 0.125$  and 0.2 ms, respectively. Fig. 5 shows the voltage variation  $u_C$  on the capacitor for all modes considered. The time moments  $t_3$  and  $t_4$  represent the end of the discharge in the load and in the capacitor respectively.

Table 1 shows the change in the characteristics of the discharge transient (peak currents in the capacitor  $i_{C max}$  and in the load  $i_{Rload max}$ ; the recharge capacitor voltage  $U_{C rech}$ ; the discharge duration in the load  $\tau = t_3 - t_2$ ; the energy  $W_{load}$  and the average pulse power  $P_{load av}$  in the load, capacitor energy utilization factor  $k_C$ ) when time  $t_2$  changes.



ISSN 1607-7970. Техн. електродинаміка. 2020. № 2

The average pulse power in the load was calculated as  $P_{load av} = W_{load} / \tau$ , and  $k_C$ -by the formula  $k_C = W_{load} / W_{C0}$ , where  $W_{C0}$  is the energy in the capacitor at the moment of beginning of the discharge transient process ( $W_{C0} = CU_{C0}^2/2 = 50$  J).

	Connection conditions of <i>RL</i> -circuit: $t_2$ , ms						
Characteristics of discharge transient	$t_2 = 0.105 \cdot \text{ms}$	$t_2 = 0.125 \text{ ms}$	$t_2 = 0.2 \cdot \mathrm{ms}$	Without <i>RL</i> -circuit connection			
$i_{C max}$ , A	1060	959	959	959			
i <sub>Rload max</sub> , A	959	958	958	959			
$U_{C rech}, V$	-575	-470	-218	0			
τ, ms	0,10	0,12	0,20	0,72			
$W_{load}$ , J	32,66	38,25	47,01	49,62			
P <sub>load av</sub> , kJ/s	326,6	318,75	235,1	68,92			
$k_C$ , r.u.	0,65	0,77	0,94	0,99			

Tabla 1

The analysis of these figures and the data of the table 1 confirm that the moment of connection of the bypass circuit has a significant impact on the course of the discharge transition.

The sooner the *RL*-circuit is connected, the faster it occurs. For example, connecting the *RL*-circuit at time  $t_2 = 0.105$  ms (0.125 and 0.2 ms) reduces the discharge time by 7.2 (6 and 3.6) times, respectively, compared to the mode without connecting *RL*circuit. In this case, the average pulse power in the load increases 4.7 (4.6 and

3.4) times, respectively. It should be noted that the maximum load currents in all the modes considered are practically unchanged ( $i_{Rload max} = 958 \div 959$  A).

Regarding the capacitor energy utilization factor  $k_c$ , the later the *RL*-circuit is connected, the higher it is. Thus, at  $t_2 = 0.125$  (0.2 ms) compared to  $t_2 = 0.105$  ms, the value of  $k_c$  increases by 1.2 (1.5) times, respectively. This is because the later the circuit is connected, the greater part of the capacitor energy is already dissipated in the load, and the smaller part of it will be used to recharge the capacitor to reverse voltage.

As noted above, the most technologically and energy-efficient discharge mode for electro-spark load is the oscillatory discharge of capacitor with its recharge up to 30% of the initial voltage. On this basis, it is advisable to connect the *RL*-circuit at the time  $t_2 = 0.2$  ms. In this case, the discharge time will be reduced by 3.6 times, the capacitor recharge voltage will be approximately 22% of its initial voltage (modulo), and the load energy  $W_{load}$  will be 1.2 (1.4) times greater than at  $t_2 = 0.105$  ( $t_2 = 0.125$ ) ms, respectively. The impulse power in the load will be slightly lower than in the case of an earlier *RL*-circuit connection, but the capacitor energy utilization factor will be 1.5 (1.2) times higher.

However, if the main purpose of the dispersion process is to minimize the particle size of spark-eroded powders, then it is advisable to connect the *RL*-circuit as early as possible ( $t_2 = 0.105$  ms), since many works have proved a proportional relationship between the discharge duration and the size of spark-eroded particles.

Another factor affecting the transient of the capacitor discharge on the load is the magnitude of the inductance and active resistance of the *RL*-circuit. Active resistance  $R_2$  is the active resistance of the connecting wires and the wire wound on the coil of this circuit. The resistance  $R_2$  is low compared to the load resistance and changes insignificantly when the value of the circuit inductance  $L_2$  changes (since the inductance changes in proportion to the square of the number of wound turns, while the active resistance is proportional to the length of the wound wire). Therefore, it was assumed that  $R_2$  is invariable when the inductance of the  $L_2$  circuit is changed.

Determining the influence of inductance value in bypass *RL*-circuit on the course of the discharge transient. The features of the transient of the capacitor discharge on the load depending on the inductance value  $L_2$  of the bypass *RL*-circuit were studied. The parameters of the elements of the discharge circuit except  $L_2$  were chosen the same as in the previous study. The moment of connection of the circuit was taken  $t_2 = 0.2$  ms. Transitions were investigated at three different values of inductance  $L_2$ : 120; 60; 10 µH. The results of the study are shown in Fig. 6–8 and in Table. 2.

Fig. 6–8 show the changes in the currents  $i_C$ ,  $i_{Rload}$  and  $i_{RL}$  at three values of  $L_2$  (120, 60, 10 µH), and Table 2 represents the change in the characteristics of the discharge transient (similar to Table 1) when  $L_2$  changes.

An analysis of these Figures and Table 2 shows that with a decrease in the inductance of the *RL*-circuit, the maximum current in it increases. Thus, at  $L_2 = 10 \mu$ H, the maximum current in the *RL*-circuit ( $i_{RL}$  max) reaches approximately the same value as the maximum current in the load  $i_{Rload max}$  (the second peak in Fig. 8). Therefore, further reduction of  $L_2$ , which will further increase the maximum current in the *RL*-circuit, is impractical because of the limited capability of thyristor switch.

As for the energy released in the load, with a change in  $L_2$  from 120 to 60 (10)  $\mu$ H, it decreases by only 1.4 (5.4)%. At the same time, the discharge duration in the load decreases more significantly: accordingly by 13 (35)%, whereby the average impulse power in the load increases by 13 (46)%.



Table 2

Characteristics of	Inductance	Inductance $L_2$ of <i>RL</i> -circuit, $\mu$ H					
discharge	120	60	10				
transient	120	00					
$i_{C max}$ , A	959	959	974				
i <sub>Rload max</sub> , A	958	958	958				
$U_{C rech}, V$	-187	-218	-283				
τ, ms	0.23	0.20	0.15				
$W_{load}$ , J	47.68	47.01	45.26				
Pload av, kJ/s	207.3	235.1	301.7				
$k_C$ , r.u.	0.95	0.94	0.91				

In all considered cases the capacitor recharge voltage does not exceed 30% of its initial voltage (this is the condition of the most technologically and energy-efficient discharge mode for the electro-spark load), and the capacitors' energy utilization factors are high (more than 0.9).

Taking into account all the above considerations, the most appropriate choice is the inductance  $L_2 = 60 \mu$ H, since in this case the maximum current in the circuit does not exceed 30% of the maximum currents in the capacitor and the load at sufficiently high other characteristics of the transient.

**Conclusions.** 1. Using the method of multiparameter functions, the analysis of transients in the discharge cir-

cuit of a semiconductor discharge installation with electro-spark load at changing the configuration of the circuit (at bypass RL-circuit connection) during discharge was performed. 2. Exact analytical expressions for the electrical characteristics of the discharge circuit of the installation were obtained. 3. It is shown that the factors affecting the transient of the capacitor discharge to load are the connection moment and the value of the inductance in the RL-circuit, which is connected in parallel to the capacitor in order to convert a long-term aperiodic discharge into a rapidly damping oscillatory discharge. 4. The influence of these factors on the course of the discharge transients is investigated and the appropriate connection moments and values of the inductance in the RL-circuit for the discharge circuit parameters of real installations with electro-spark load are determined.

The work was performed at the expense of scientific work "Creation of scientific and technical bases of intellectualization of technological processes and means of measurement, control, monitoring and diagnostics in electric power and electrotechnical systems (code: INTEHEN)" within the target program of scientific researches "Fundamental Research on Energy Transformation and Utilization Processes" under the Budget Program "Supporting the Development of Priority Areas of Research" (code of programmatic classification of expenditures 6541230).

1. Nguyen P.K., Lee K.H., Kim S.I., Ahn K.A., Chen L.H., Lee S.M., Chen R.K., Jin S., Berkowitz A.E. Spark Erosion: a High Production Rate Method for Producing Bi0.5Sb1.5Te3 Nanoparticles With Enhanced Thermoelectric Performance. *Nanotechnology*. 2012. Vol. 23. Pp. 415604-1 – 415604-7.

2. Nguyen, P.K., Sungho J., Berkowitz A.E. MnBi particles with high energy density made by spark erosion. J. Appl. Phys. 2014. Vol. 115. No 17. Pp. 17A756-1.

**3.** Shcherba A.A., Kosenkov V.M., Bychkov V.M. Mathematical closed model of electric and magnetic fields in the discharge chamber of an electrohydraulic installation. *Surface Engineering and Applied Electrochemistry*. 2015. Vol. 51 (6). Pp. 581-588.

**4.** Vovchenko A.I., Tertilov R.V. Synthesis of nonlinear parametric capacitive energy sources for a discharge pulse technologies. *Zbirnyk naukovyh prats Natsionalnoho universytetu korablebuduvania*. 2010. No 4. Pp. 118-124. (Rus)

**5.** Shcherba A.A., Suprunovska N.I. Electric Energy Loss at Energy Exchange between Capacitors as Function of Their Initial Voltages and Capacitances Ratio. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2016. No 3. Pp. 9-11. DOI: https://doi.org/10.15407/techned2016.03.009

6. Suprunovskaya N.I., Shcherba A.A., Ivashchenko D.S., Beletsky O.A. Processes of Energy Exchange between Nonlinear and Linear Links of Electric Equivalent Circuit of Supercapacitors. Tekhnichna Elektrodynamika. 2015. No 5. Pp. 3-11. (Rus)

7. Kravchenko V.I., Petkov A.A. Parametrical synthesis of high-voltage pulse test device with capacitive energy storage. Elektrotekhnika i Elektromekhanika. 2007. No 6. Pp. 70-75. (Rus)

8. Shcherba A.A., Podoltsev A.D., Kucheriava I.M., Ushakov V.I. Computer modeling of electrothermal processes and thermomechanical stress at induction heating of moving copper ingots. Tekhnichna Elektrodynamika. 2013. No 2. Pp. 10-18. (Rus)

9. Ivashchenko D.S., Shcherba A.A., Suprunovska N.I. Analyzing Probabilistic Properties of Electrical Characteristics in the Circuits Containing Stochastic Load. Proc. IEEE International Conference on Intelligent Energy and Power Systems IEPS-2016. Kyiv, Ukraine, June 7-11, 2016. Pp. 45-48. DOI: https://doi.org/10.1109/IEPS.2016.7521887.

10. Livshits A.L., Otto M.Sh. Pulse electrical engineering. Moscow: Energoatomizdat, 1983. 352 p. (Rus)

11. Makarenko M.P., Senko V.I., Yurchenko M.M. System analysis of electromagnetic processes in the electric power semiconductor converters of modulation type. Kyiv: Institute of Electrodynamics of NAS of Ukraine, 2005. 241 p. (Ukr)

#### ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ КОНФИГУРАЦИИ ЦЕПИ РАЗРЯДА КОНЛЕНСАТОРА ПОЛУПРОВОЛНИКОВОЙ ЭЛЕКТРОРАЗРЯЛНОЙ УСТАНОВКИ С ЭЛЕКТРОИСКРОВОЙ НАГРУЗКОЙ

**Н.И. Супруновская**<sup>1</sup>, докт. техн. наук, **М.А. Щерба**<sup>2</sup>, докт. техн. наук, **В.В. Михайленко**<sup>2</sup>, канд. техн. наук, **Ю.В. Перетятко**<sup>2</sup>, канд. техн. наук

- <sup>1</sup> Институт электродинамики НАН Украины,

пр. Победы, 56, Киев, 03057, Украина, <sup>2</sup> НТУ Украины "Киевский политехнический институт им. Игоря Сикорского" e-mail: iednat1@gmail.com пр. Победы, 37, Киев, 03056, Украина, e-mail: VladislavMihailenko@i.ua

Применен метод многопараметрических функций для упрощения анализа переходных процессов разряда конденсатора на электроискровую нагрузку в полупроводниковых электроразрядных установках при изменении конфигурации разрядной цепи с целью регулирования длительности импульсных токов в нагрузке. На основе проведенного анализа переходных процессов в разрядной цепи переменной структуры таких установок получены точные аналитические выражения для расчета ее электрических характеристик. Определены иелесообразные значения момента подключения и величины дополнительной индуктивности, которую необходимо подключать во время разряда конденсатора для уменьшения длительности разрядных токов и стабилизации технологического процесса в электроискровой нагрузке. Библ. 11, рис. 8, табл. 2.

Ключевые слова: разряд конденсатора, переходный процесс, электроискровая нагрузка, длительность разряда, метод многопараметрических функций.

УДК 621.3.011

#### ПЕРЕХІДНІ ПРОЦЕСИ У РАЗІ ЗМІНЕННЯ КОНФІГУРАЦІЇ КОЛА РОЗРЯДУ КОНДЕНСАТОРА НАПІВПРОВІДНИКОВОЇ ЕЛЕКТРОРОЗРЯДНОЇ УСТАНОВКИ З ЕЛЕКТРОІСКРОВИМ НАВАНТАЖЕННЯМ

**Н.І. Супруновська<sup>1</sup>**, докт. техн. наук, **М.А. Щерба<sup>2</sup>**, докт. техн. наук, **В.В. Михайленко<sup>2</sup>**, канд. техн. наук, **Ю.В. Перетятко**<sup>2</sup>, канд. техн. наук

Інститут електродинаміки НАН України,

пр. Перемоги, 56, Київ, 03057, Україна, <sup>2</sup> НТУ України "Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського" e-mail: iednat1@gmail.com e-mail: VladislavMihailenko@i.ua пр. Перемоги, 37, Київ, 03056, Україна,

Використано метод багатопараметричних функцій задля спрощення аналізу перехідних процесів розряду конденсатора на електроіскрове навантаження в напівпровідникових електророзрядних установках у разі змінення конфігурації розр'ядного кола з метою регулювання тривалості імпульсних струмів у навантаженні. На основі проведеного аналізу перехідних процесів у розрядному колі змінної структури таких установок отримано точні аналітичні вирази для розрахунку його електричних характеристик. Визначено доцільні значення моменту підключення та величину додаткової індуктивності, яку необхідно підключати під час розряду конденсатора для зменшення тривалості розрядних струмів та стабілізації технологічного процесу в електроіскровому навантаженні. Бібл. 11, рис. 8, табл. 2.

Ключові слова: розряд конденсатора, перехідний процес, електроіскрове навантаження, тривалість розряду, метод багатопараметричних функцій.

Налійшла 23.12.2019

#### МАГНІТОМЕТРИЧНІ ПЕРЕТВОРЮВАЧІ ІНФОРМАЦІЙНИХ ПРИСТРОЇВ КЕРУВАННЯ РУХОМИМИ ОБ'ЄКТАМИ

М.Ф. Смирний<sup>\*</sup>, докт.техн.наук, А.П. Полив'янчук<sup>\*\*</sup>, докт.техн.наук Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова, вул. Маршала Бажанова, 17, Харків, 61002, Україна. E-mail: mfsmirny@gmail.com

На підставі вирішення двовимірної потенціальної задачі, яка описується диференційними рівняннями еліптичного типу, отримано аналітичні вирази ортогональних складових напруженості зовнішнього магнітного поля з боку полюсу стрижневого постійного магніту. Ці вирази використано як інформативні параметри при побудові магнітометричних перетворювачів на базі стрижневого постійного магніту та цифрових датчиків Холла. Наведено структурну схему та діаграму роботи запропонованого інформаційного пристрою керування рухомим об'єктом з визначенням напрямку переміщення одного об'єкта відносно іншого та зменшенням їхньої взаємної швидкості в околі місця точної зупинки. Бібл. 12, рис. 6.

*Ключові слова:* магнітометричний перетворювач, постійний магніт, напруженість магнітного поля, цифровий датчик Холла, рухомий об'єкт, точна зупинка.

Вступ і постановка проблеми. Магнітометричні перетворювачі знаходять широке застосування в системах керування рухомими об'єктами такими, як електричні транспортні засоби з переривчастим характером руху, а саме: ліфти, крани, крани-штабелери, конвеєри, портальні роботи, коксоштовхачі коксових батарей, а також для позиціонування кареток та супортів верстатів, фіксації роботи люків, засувок котельного устаткування, в універсальних автоматизованих вимірювальних комплексах з мікротунелями для екологічного діагностування двигунів тощо.

Магнітометричні перетворювачі являють собою магнітну систему «джерело магнітного полямагніточутливий елемент». Як джерела магнітного поля використовують стандартні магнітні сигналограми, мітки на неспеціальних магнітоносіях таких, як сталеві конструкції (залізничні рейки, феромагнітні направляючі, сталеві канати, пласкі феромагнітні деталі), постійні магніти довільної конфігурації, котушки зі струмами. Магніточутливими елементами слугують індукційні та потокочутливі магнітні головки, датчики Холла, ферозонди, магніторезистори, магнітотранзистори, магнітотиристори.

Основні методи розрахунку полів джерел магнітного поля поділяються на три групи [1]: аналітичні, графічні, чисельні. Сьогодні на практиці використовується велика кількість ефективних комп'ютерних методів розрахунку полів складних магнітних систем. Висока ефективність скінченноелементних моделей обумовила появу потужних професійних програм ANSYS, ELCUT, COMSOL, що реалізують метод скінченних елементів. Так, робота [2] присвячена розрахунку магнітного поля на основі програмного пакету ANSYS. У [3] виведені основні формули методу скінченних елементів тривимірних статичних потенціальних магнітних полів в областях, заповнених нелінійними безгистерезисними анізотропними середовищами.

Постійний магніт представляє собою джерело магнітного поля з розподіленими параметрами. У загальному випадку довільної форми постійних магнітів аналітичні дослідження конфігурації їхнього зовнішнього поля є складними, і більш-менш точний розрахунок можливий лише чисельними методами. Проте для розрахунку полів постійних магнітів достатньо простої форми, наприклад, паралелепіпед, циліндр, кільце, існують різноманітні аналітичні дослідження. Так, у [4] наведено аналітичний розрахунок поля осьового кільцевого постійного магніта, щодо якого з використанням кулонівського підходу визначено радіальні та осьові складові напруженості поля. У [5] представленію аналітичні вирази магнітної індукції поля циліндричних постійних магнітів. На підставі досліджень, викладених у [6, 7], постійний магніт представлено імітаційною моделлю у вигляді поверхневих магнітних «зарядів», рівномірно розподілених на полюсних гранях магніта з поверхневою щільністю  $J_T$ . При цьому визначена *z*-складова напруженості магнітного поля моделі магніта в просторовій

<sup>©</sup> М.Ф. Смирний, А.П. Полив'янчук, 2019

ORCID ID: \* http://orcid.org/0000-0002-7083-5447; \*\* http://orcid.org/0000-0002-9966-1938

тривимірній магнітній системі. У роботі [8] застосовано метод еквівалентного соленоїда при розрахунку параметрів постійного магніта з осевою симетрією.

Зазначений перелік методів аналізу магнітних полів підкреслює потребу використання поряд з потужними чисельними методами також аналітичних методів розрахунку, перш за все, саме ортогональних складових напруженості зовнішнього поля постійних магнітів, зокрема, виготовлених у формі стрижнів.

Метою роботи є отримання достатньо точних і простих аналітичних виразів розподілу ортогональних складових напруженості зовнішнього поля стрижневого прямокутного постійного магніта як складника магнітометричного перетворювача, які можуть бути оброблені мікропроцесорним пристроєм, і побудова на цій основі інформаційних пристроїв керування об'єктами з переривчастим характером руху.

Математична модель. За умови введення низки припущень, основним з яких є конструкттивна ідеалізація тіла постійного магніта, можливий розгляд двовимірної потенціальної задачі, яка описується диференційними рівняннями еліптичного типу.

З метою визначення області просторової зміни поля розглянуто ідеалізовану двовимірну модель стрижневого прямокутного постійного магніта у присутності з боку його полюсу датчика Холла. При дослідженні зовнішнього поля магніта використано метод аналізу статичних полів, наведений у [9], суть якого полягає в представленні тіла магніта у вигляді залишкової намагніченості та розкладанні її в ряд Фур'є. Після рішення граничної задачі для однієї з довільної гармонічної складової просторового спектру в області розташування магніта визначають магнітний потенціал, обумовлений всіма гармоніками спектру, а потім знаходять ортогональні складові напруженості зовнішнього поля магніта.

Аналіз поля проведено для прямокутного стрижня висотою *h* та товщиною 2Δ. З достатньо високою для практики точністю можна вважати відносну магнітну проникненість  $\mu_h$  магніта постійною величиною, його тіло – ізотропним середовищем, а датчик Холла – точковим.

Двовимірну ідеалізовану модель стрижневого постійного магніта наведено на рис. 1, де 1 – повітряний простір, 2 – область розташування магніта, 3 – область розміщення точкового датчика Холла.

Нехай залишкова намагніченість стрижневого постійного магніта дорівнює

$$M_{0}(x) = JM_{0m}P_{\Delta}(x),$$
 (1)  
3   
 $M_{0}(x) = JM_{0m}P_{\Delta}(x),$  (1)  
 $p_{\Delta}(x) = 1$  при  $|x| \le \Delta$   
 $p_{\Delta}(x) = 1$  при  $|x| \ge \Delta$ , (2)  
 $p_{\Delta}(x) = 1$  при  $|x| \ge \Delta$ , (2)  
 $p_{\Delta}(x) = 1$  при  $|x| \ge \Delta$ , (2)  
 $a \bar{j} - одиничний вектор, співпадаючий за напрямком з віссю у.
Для прийнятої моделі знайдемо просторовий спектр
намагніченості.
Розкладання  $\overline{M}_{0}(x)$  в інтеграл Фур'є запишеться у  
вигляді$ 



$$\overline{M}_{0}(x) = \overline{j}M_{0m}\frac{2}{\pi}\int_{0}^{\infty}\frac{\sin\Delta\omega}{\omega}\cos x\omega d\omega.$$
(3)

Розкладання  $\overline{M}_{0}(x)$  в інтеграл Фур'є запишеться у

Для прийнятої моделі знайдемо просторовий спектр

Для довільної гармонійної складової  $\omega = \Omega \neq 0$  просторового спектру

задача.

$$\overline{M}_{0\Omega} = \overline{j}M_{m\Omega}\cos\Omega x \,, \tag{4}$$

 $\overline{M}_0(x) = \overline{j}M_{0m}P_{\Lambda}(x),$ 

 $p_{\Lambda}(x) = 1$  при  $|x| \leq \Delta$  $p_{\Lambda}(x) = 1$  при  $|x| > \Delta$ ,

де 
$$M_{0\Omega} = \frac{2}{\pi} M_{0m} \frac{\sin \Delta \omega}{\omega}$$
 – амплітуда намагніченості гармоніки частоти  $\Omega$ , вирішується гранична



Модель гармонійної складової просторового спектру довільної частоти намагніченості вздовж осі х наведено на рис. 2.

Рівняння відносно скалярного потенціалу магнітного поля має вид

(1)

(2)

$$\Delta \varphi_i = \frac{div\overline{M}_{0\Omega}}{\mu_h} = -\frac{\Omega M_{m\Omega} \sin \Omega x}{\mu_h} \quad \text{при} \quad i = 2,$$
  
$$\Delta \varphi_i = 0 \quad \text{при} \quad i = 1, 3.$$
(5)

Рішення диференційного рівняння (5) записується у вигляді

$$\varphi_1 = A_1 e^{\Omega y} \cos \Omega x ,$$
  
$$\varphi_2 = (A_2 e^{\Omega y} + B_2 e^{-\Omega y}) \cos \Omega x ,$$
 (6)

 $\varphi_3 = A_3 e^{-\Omega y} \cos \Omega x$ .

Воно має задовольняти граничним умовам

$$\varphi_n = \varphi_{n+1}; \quad \mu_n \frac{\partial \varphi_n}{\partial y} = \mu_{n+1} \frac{\partial \varphi_{n+1}}{\partial y}. \tag{7}$$

Вирази для постійних інтегрування знаходяться після підстановки (7) у (6).

Постійна інтегрування для області 3, де розташовується точковий датчик Холла та яка нас цікавить, дорівнює

$$A_{3} = \frac{M_{0\Omega}}{\Omega} \frac{1}{(\mu_{h} + 1)[1 - me^{-2h\Omega}]} \left( 1 - \frac{\mu_{h}}{\mu_{h} + 1} e^{-h\Omega} + \sqrt{m}e^{-2h\Omega} \right),$$
(8)

де  $m = (\mu_h - 1/\mu_h + 1)^2$ .

Вираз (8) можна перетворити, скориставшись алгебраїчним співвідношенням

$$\frac{1}{1-z} = \sum_{\alpha=0}^{\infty} z^{\alpha} \quad при \ z^2 < 1.$$

Тоді

$$A_{3} = \frac{M_{0\Omega}}{\Omega} \frac{1}{(\mu_{h}+1)} \left(1 - \frac{2\mu_{h}}{2\mu_{h}+1} e^{-h\Omega} + \sqrt{m} e^{-2h\Omega}\right) \sum_{\alpha=0}^{\infty} \sqrt{m} e^{2\alpha} e^{-2h\alpha\Omega}.$$
(9)

Після підстановки (9) у (6) знайдемо скалярний потенціал магнітного поля в області 3, який відповідає гармоніці частоти Ω=ω. Потенціал, обумовлений усіма складовими спектра вихідної намагніченості, визначається виразом

$$\varphi_{3} = \frac{2}{\pi} \frac{M_{0m}}{\mu_{h} + 1} \left[ \int_{0}^{\infty} \frac{\sin \Delta \omega}{\omega} \sum_{\alpha=0}^{\infty} m^{\alpha} e^{-(y+2h\alpha)\omega} \frac{\cos x\omega}{\omega} d\omega - \frac{2\mu_{h}}{\mu_{h} + 1} \int_{0}^{\infty} \frac{\sin \Delta \omega}{\omega} \sum_{\alpha=0}^{\infty} m^{\alpha} e^{-(y+2h\alpha+h)\omega} \frac{\cos x\omega}{\omega} d\omega + \sqrt{m} \int_{0}^{\infty} \frac{\sin \Delta \omega}{\omega} \sum_{\alpha=1}^{\infty} m^{\alpha} e^{-(y+2h\alpha+2h)\omega} \frac{\cos x\omega}{\omega} d\omega \right].$$
(10)

Зводячи інтеграли до табличних та враховуючи співвідношення  $\overline{H} = -\operatorname{grad} \varphi$ , отримуємо вирази горизонтальної  $H_{x3}$  та вертикальної  $H_{y3}$  складових напруженості поля з боку полюсу магніта

$$H_{x3} = \frac{1}{2\pi} \frac{M_{0m}}{\mu_h + 1} \left[ \sum_{\alpha=0}^{\infty} m^{\alpha} \ln \frac{(y + 2h\alpha)^2 + (x + \Delta)^2}{(y + 2h\alpha)^2 + (x - \Delta)^2} - \frac{2\mu_h}{\mu_h + 1} \sum_{\alpha=0}^{\infty} m^{\alpha} \ln \frac{(y + 2h\alpha + h)^2 + (x + \Delta)^2}{(y + 2h\alpha + h)^2 + (x - \Delta)^2} + \sqrt{m} \sum_{\alpha=0}^{\infty} m^{\alpha} \ln \frac{(y + 2h\alpha + 2h)^2 + (x + \Delta)^2}{(y + 2h\alpha + 2h)^2 + (x - \Delta)^2} \right] \quad \text{для } x \ge 0;$$

$$(11)$$

$$H_{y3} = \frac{1}{\pi} \frac{M_{0m}}{\mu_h + 1} \left[ \sum_{\alpha=0}^{\infty} m^{\alpha} \left( \arctan \frac{x+\Delta}{y+2h\alpha} - \arctan \frac{x-\Delta}{y+2h\alpha} \right) - \frac{2\mu_h}{\mu_h + 1} \sum_{\alpha=0}^{\infty} m^{\alpha} \left( \arctan \frac{x+\Delta}{y+2h\alpha+h} - \arctan \frac{x+\Delta}{y+2h\alpha+h} \right) + \sqrt{m} \sum_{\alpha=0}^{\infty} m^{\alpha} \left( \arctan \frac{x+\Delta}{y+2h\alpha+2h} - \arctan \frac{x-\Delta}{y+2h\alpha+2h} \right) \right].$$

$$(12)$$

Величини  $H_{x3}$  розраховано згідно з (11) за наступними параметрами  $\mu_h = 1000; \mu = 1; h = 4\Delta; M_{0m} = =10^4 \text{ A/m}.$  Криві  $H_{x3}$  при різних відстанях від поверхні полюсу магніта зображено на рис. 3.





лінійної ділянки кривої  $H_{x3}$  полягає у наступному: при фіксованому початковому значенні  $y_0$  на кожному кроці зміни *х* розраховується поточний коефіцієнт нелінійності  $\varepsilon$  та порівнюється із заданим  $\varepsilon_a$ .







Проведені експерименти щодо вимірювання зовнішнього поля постійного магніта з розмірами  $20x20x10 \text{ мм}^3$  з боку його полюсу відобразили характер зміни кривих  $H_{x3}$  та порядок їхніх величин з похибкою, що не перевищує 5...8%.

Для розрахунку величин горизонтальної складової напруженості поля на межі діапазону лінійності  $H_{x\Delta}$ , яка використовується для керування рухомим об'єктом у зоні точної зупинки, та визначення діапазону лінійності  $2x_{\Delta}$  при заданому коефіцієнті нелінійності  $\varepsilon_a$  в залежності від відстані до поверхні полюса магніта, було розроблено алгоритм та реалізовано відповідну програму. Алгоритм знаходження максимальної довжини

Якщо  $\varepsilon < \varepsilon_a$ , то координата *x* отримує приріст  $\Delta x$ , і знову здійснюється порівняння  $\varepsilon$  та  $\varepsilon_a$ . У разі, коли  $\varepsilon \ge \varepsilon a$ , запам'ятовуються та виводяться значення локального максимуму довжини лінійної ділянки  $2x_{\Delta}$  та величина горизонтальної складової напруженості магнітного поля на межі інтервалу лінійності  $H_{x\Delta}$ . Потім координата *y* отримує приріст  $\Delta y$  та процедура розрахунку  $2x_{\Delta}$  повторюється. За отриманими у результаті розрахунку даними для прийнятого значення  $\varepsilon_a=0,01$  на рис. 4 зображено залежність приведеної довжини лінійної ділянки  $2x_{\Delta}/\Delta$  та величини горизонтальної складової напруженості магнітного поля на межі діапазону лінійності  $H_{x\Delta}$  від відстані  $y/\Delta$  до поверхні полюсу постійного магніта.

**Інформаційний пристрій**. Відомі реалізовані пристрої керування рухомими об'єктами та знаходження цен-

тра магнітної мітки. Зокрема, раніше одним із авторів як джерело магнітного поля було використано магнітну мітку, нанесену на направляючу сталеву конструкцію, наприлад, залізничну рейку, головкою для вертикального запису, а як ферочутливі елементи – потокочутливі магнітні головки або ферозонди [10-12].

У цій роботі пропонується принцип дії та конструкція пристрою керування рухом та точною зупинкою рухомого об'єкта, в якому, на відміну від відомих, застосовано магнітометричний перетворювач, реалізований на основі стрижневого прямокутного постійного магніта та трьох уніполярних цифрових датчиків Холла.

Це нове технічне рішення (рис. 5), що містить перший *1*, другий *2* та третій *3* уніполярні цифрові датчики Холла, другий та третій з яких розташовані один навпроти іншого, а перший – перпендикулярно відносно них. Пристрій також містить елементи НЕ – *4*–*8*, елементи I – *9–14*, стрижневий прямокутний постійний магніт 15 та мікропроцесорний пристрій 16.

На одному з елементів рухомого об'єкта в означеному місці точного позиціонування рухомого об'єкта розташовують стрижневий постійний магніт 15, а на іншому – уніполярні цифрові датчики Холла 1-3.



На рис. 6 наведено діаграми роботи пристрою.

Пристрій зупинки рухомого об'єкта працює наступним чином. Під час переміщення рухомого об'єкта перший датчик Холла реагує на вертикальну складову  $H_y$  поля магніта, другий та третій – на горизонтальну складову напруженості  $H_x$  поля магніта.

Перший датчик Холла спрацьовує, коли сигнал  $H_y$  перевищує поріг  $\Delta$ (епюра *l*), другий та третій – коли  $H_x > \delta$  (епюри 2, 3).

Під час руху об'єкта з робочою швидкістю на виході елемента І 10 виробляється сигнал 10 (епюра 10), у «Праворуч» в момент напрямку спрацювання елемента 11 – сигнал SPEED 1R (епюра 11), що переводить рух рухомої одиниці з робочої швидкості на знижену. При подальшому русі об'єкта «Праворуч» спрацьовує елемент I 13, що призводить до вироблення сигналу SPEED 2R (епюра 13) і переводить рух керованої одиниці на «повзучу» швидкість та забезпечує її плавну зупинку.

У момент збігу центру першого цифрового датчика Холла з центром стрижневого постійного магніта на виході елемента І 9 виробляється сигнал точної зупинки STOP (епюра 9).

У разі руху керованого об'єкта у напрямку «Ліворуч» в момент спрацювання елемента І 12 виробляється сигнал SPEED 1L (епюра 12), що переводить рух об'єкта з робочої

швидкості на знижену. При подальшому русі об'єкта «Ліворуч» спрацьовує елемент І 14, що призводить до вироблення сигналу SPEED 2L (епюра 14), та переводить рух об'єкта на «повзучу» швидкість і забезпечує його плавну зупинку.

Належним вибором зазорів між поверхнею полюсу стрижневого постійного магніта та уніполярними цифровими датчиками Холла, а також відповідним взаємним розташуванням останніх означені інформаційні пристрої забезпечать підвищену точність, швидкодію та надійність керування рухомими об'єктами, а також формування вузької зони точної зупинки у межах від часток до одиниць мм.

#### Висновки.

1. Отримані аналітичні вирази горизонтальної та вертикальної складових напруженості зовнішнього поля постійного стрижневого прямокутного магніта з боку його полюсів, що грунтуються на лінійній моделі, зручно й доцільно застосувати при програмуванні. Вони забезпечують визначення на практиці конфігурації відповідних кривих з точністю 5...8% та величини

діапазону лінійності ділянки горизонтальної складової напруженості зовнішнього поля постійного стрижневого прямокутного магніта у широкому діапазоні (від одиниць до десятків мм).

2. Запропонована структура інформаційного пристрою демонструє новий підхід до розробки аналогічних пристроїв керування та точної зупинки рухомих об'єктів на базі магнітометричних перетворювачів, побудованих на основі стрижневих постійних магнітів та цифрових датчиків Холла. Ідея полягає в тому, що зчитування ортогональних складових напруженості поля постійного магніта цифровими датчиками Холла, кількість і розташування яких у поєднанні з відповідною електронною схемою та мікропроцесорною обробкою інформації визначають необхідні функціональні можливості пристроїв.

3. Результати роботи можуть бути використані при створенні нових і вдосконаленні існуючих пристроїв керування рухомими об'єктами з переривчасним характером руху.

1. Бинс К., Лауренсон П. Анализ и расчет электрических и магнитных полей. М.: Энергия, 1970. 376 с.

2. Babic S. Improvement in the analytical calculation of the magnetic field produced by permanent magnet rings. *Progress in Electromagnetics Research C*. 2008. Vol. 5. Pp. 71-82.

**3.** Ravaud R., Lemarquant G., Babic S., Lemarquand V., Akyel C. Cylindrical magnets and coils: fields, forces, and inductances. *IEEE transactions on magnetic*. 2010. Vol. 46. No 9. Pp. 3585-3590.

**4.** Запорожец Ю.М. Качественный анализ характеристик прямых постоянных магнитов в магнитных системах с зазором. *Техническая электродинамика*. 1980. № 3. С. 19-24.

5. Запорожець Ю.М., Кондратенко Ю.П., Шишкін О.С. Тривимірна модель для розрахунку магнітної індукції в магніточутливій системі датчика проковзування. *Технічна електродинаміка*. 2008. № 5. С. 76-79.

**6.** Черкасова О.А. Исследование магнитного поля постоянного магнита с помощью компьютерного моделирования. *Гетеромагнитная микроэлектроника*. 2014. № 17. С. 112-120.

7. Буль О.Б. Методы расчета магнитных систем электрических аппаратов. Программа ANSYS. М.: Академия, 2006. 288 с.

**8.** Карашецький В.П. Розрахунок тривимірних потенціальних магнітних полів методом кінцевих елементів. *Науковий вісник НЛТУ України*. 2013. Вип. 23.12. С. 379-381.

9. Чацкис Л.Г. Исследование статических полей. Электричество. 1973. № 2. С. 47-50.

10. Смирний М.Ф. Пристрій для керування рухомими об сктами. Патент України № 68793, 2012.

11. Смирний М.Ф. Пристрій для знаходження центра магнітної мітки. Патент України № 76193, 2012.

12. Смирний М.Ф. Пристрій для керування рухомими об'єктами. Патент України № 78227, 2013.

УДК 621.3.075

#### МАГНИТОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ ИНФОРМАЦИОННЫХ УСТРОЙСТВ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖУЩИМИСЯ ОБЪЕКТАМИ

М.Ф. Смирный, докт.техн.наук, А.П. Поливянчук, докт.техн.наук

Харьковский национальный университет городского хозяйства имени А.М. Бекетова, ул. Маршала Бажанова, 17, Харьков, 61002, Украина.

E-mail: mfsmirny@gmail.com

На основании решения двумерной потенциальной задачи, которая описывается дифференциальными уравнениями эллиптического типа, получены аналитические выражения ортогональных составляющих напряженности внешнего магнитного поля со стороны полюса стержневого постоянного магнита. Эти выражения использованы в качестве информативных параметров при построении магнитометрических преобразователей на основе стержневого постоянного магнита и цифровых датчиков Холла. Приведены структурная схема и диаграмма работы предложенного информационного устройства управления движущимся объектом с определением направления перемещения одного объекта относительно другого и уменьшением их взаимной скорости в окрестности места точной остановки. Библ. 12, рис. 6.

*Ключевые слова:* магнитометрический преобразователь, постоянный магнит, напряженность магнитного поля, цифровой датчик Холла, движущийся объект, точная остановка.

#### **MAGNETOMETRIC CONVERTERS OF INFORMATION DEVICES CONTROL OF MOBILE OBJECTS**

Smirnyi M.F., Polivianchuk A.P. O.M. Beketov National University of Urban Economy in Kharkiv, Marshal Bazhanov street, 17, Kharkiv, 61002, Ukraine. E-mail: mfsmirny@gmail.com

Based on a two-dimensional potential problem, which is described by differential equations of the elliptical type, analytical expressions of orthogonal components of the tension of the outer magnetic field from the pole of the rod permanent magnet. These expressions are used as informative parameters when constructing magnetometric converters on the base of the bar permanent magnet and digital sensors of Hall. Presented a structural diagram and a diagram of the work of the proposed information device for the management of a moving object to determine the direction of the movement of one object relative to the other and the decrease in their mutual speed in the surroundings of the exact stop. References 12, figures 6.

Key words: magnetometric converter, permanent magnet, magnetic field tension, digital Hall sensor, of mobile object, exact stop.

1. Binns K., Laurenson P. Analysis and calculation of the electric and magnetic fields. Moskva: Energiia, 1970. 376 p. (Rus)

2. Babic S. Improvement in the analytical calculation of the magnetic field produced by permanent magnet rings. *Progress in Electromagnetics Research C*. 2008. Vol. 5. Pp. 71-82.

**3**. Ravaud R., Lemarquant G., Babic S., Lemarquand V., Akyel C. Cylindrical magnets and coils: fields, forces, and inductances. *IEEE transactions on magnetic*. 2010. Vol. 46. No 9. Pp. 3585-3590.

4. Zaporozhets Yu.M. Qualitative analysis of characteristics of direct permanent magnets in magnetic systems with clearance. *Tekhnicheskaia Elektrodinamika*. 1980. No 3. Pp. 19-24. (Rus)

**5.** Zaporozhets Yu.M., Kondratenko Yu.P., Shishkin O.S. Three-dimensional model for calculating magnetic induction in magnetsensitive system sensor slip. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2008. No 5. Pp. 76-79. (Ukr)

6. Cherkasova O.A. Study of magnetic field of permanent magnet by using computer simulation. *Geteromagnitnaia mikroelektronika*. 2014. No 17. Pp. 112-120. (Rus)

7. Boule O.B. Methods for calculating magnetic systems electrical apparatus. ANSYS program: training manual for Stud. of higher educational institutions. Moskva: Akademiia. 2006. 288 p. (Rus)

**8**. Karashetskyi V.P. Calculation of three-dimensional potential magnetic fields by the finite element method. *Naukovyi visnyk Natsionalnoho Lisotekhnichnoho universytetu Ukrainy*. 2013. Vol. 23.12. Pp. 379-381. (Ukr)

9. Chatskis L.H. Study of static fields. *Electrichestvo*. 1973. No. 2. Pp. 47-50. (Rus)

**10.** Smyrnyi M.F. Device for the exact stopping of the vehicle. Patent Ukraine No 68793, 2012. (Ukr)

11. Smyrnyi M.F. Device for finding the center of a magnetic tag. Patent Ukraine No 76193, 2012. (Ukr)

12. Smyrnyi M.F. Device for the exact stopping of the vehicle, Patent Ukraine No 78227, 2013. (Ukr)

Надійшла 25.11.2019 Остаточний варіант 16.01.2020

#### МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ В ЕЛЕКТРОДНІЙ СИСТЕМІ ЗАДЛЯ СТВОРЕННЯ ІМПУЛЬСНОГО БАР'ЄРНОГО РОЗРЯДУ В АТМОСФЕРНОМУ ПОВІТРІ ЗА ПРИСУТНОСТІ ВОДИ В КРАПЛИННО-ПЛІВКОВОМУ СТАНІ

В.О. Берека<sup>1\*</sup>, І.В. Божко<sup>1\*\*</sup>, канд.техн.наук, В.О. Бржезицький <sup>2\*\*\*</sup>, докт. техн. наук, Я.О. Гаран<sup>2\*\*\*\*</sup>, канд.техн.наук, Є.А. Троценко<sup>2\*\*\*\*\*</sup>, канд.техн.наук. <sup>1</sup>Інститут електродинаміки НАН України, e-mail: ws77@ukr.net, пр. Перемоги, 56, Київ, 03057, Україна, <sup>2</sup>НТУ України «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського», пр. Перемоги, 37, Київ, 03056, Україна.

Шляхом моделювання проведено дослідження розподілу напруженості електричного поля та потенціалу в повітряному пласко-паралельному проміжку електродної системи задля створення імпульсного бар'єрного розряду при наявності в ній води в краплинно-плівковому стані. Розрахунки виконані за умов уніполярних імпульсів напруги з тривалістю фронту ≈40 нс, ширині газового проміжку 3,2 мм, товщині плівок води на його стінках 0,15 мм, діаметру крапель 0,5–1,5 мм. Показано, що за присутності крапель води значно змінюється розподіл електричного поля в проміжку: з однорідного він стає різко неоднорідним. Найвиша напруженість поля спостерігається в точках на поверхні краплі, що найближчі до стінок проміжку. Ця напруженість в ≈2,5 рази вища за ту, що відповідає однорідному полю. Також розглянуто вплив сусідніх крапель на розподіл напруженості електричного поля. Він є суттєвим (>10%) тільки тоді, коли відстань між сусідніми краплями стає меншою 1,5 мм. Бібл. 8, рис.6.

Ключові слова: імпульсний бар'єрний розряд, напруженість електричного поля, краплі, плівка води, повітря.

Забруднення води через антропогенний вплив на навколишнє середовище і здоров'я людей та обмежені запаси питної воли вілносяться до сьоголенних актуальних проблем. Олним із основних джерел забруднень водних систем є стоки традиційних очисних споруд, в яких обробка води проходить через три основні стадії [1]. Первинна стадія складається із ряду етапів механічної та фізико-хімічної обробки, на яких з води видаляють тверді частинки, включаючи пісок, а також масло, жири тощо. Вторинна зазвичай полягає в біологічному перетворенні розчинених і колоїдних органічних речовин в стабілізовані низькоенергетичні сполуки за допомогою різноманітних груп мікроорганізмів за присутності кисню. Третя стадія – це додаткова обробка, необхідна для того, щоб зробити хімічний та біологічний склад води можливим для скидання в приймальне середовище. Серед методів, що використовуються на цьому етапі, поширеними є традиційне хлорування та озонування води, використання ультрафіолетового світла та інші, до яких відносяться нові технології AOP (Advanced Oxidation Processes) [1-3], за яких генерація окиснювачів відбувається безпосередньо в зоні, у якій потрібне розкладання забруднювачів води.

Імпульсний бар'єрний розряд (ІБР) на поверхню води, що генерує низькотемпературну плазму, є видом АОР, за яких утворюються високоактивні частинки з окисними потенціалами, більшими ніж у кисню O<sub>2</sub> (1,2 B): пероксид водню H<sub>2</sub>O<sub>2</sub> (1,8 B), озон O<sub>3</sub> (2,1 B), гідроксильний радикал ОН\* (2,7 В) тощо. Оскільки ці речовини взаємодіють з водою в основному на межі «газрідина», обробку води необхідно виконувати при великому співвідношенні площини поверхні води до її об'єму (~10 м<sup>2</sup>/л). Цього можна досягти за умов, коли вода знаходиться в плівковому (товщина плівки ≈0,1-0,15 мм) [4, 5] чи крапельному стані (діаметр крапель ~ 1 мм) [6]. Але основною проблемою практичного використання технології обробки води ІБР є високі питомі енерговитрати, які залежать не тільки від виду та концентрації забруднювачів [1], а й від напруженості електричного поля Е та його розподілу в газовому проміжку, бо саме вони визначають енергію електронів і проходження корисних плазмохімічних реакцій [5], а також дезінфекцію води [7]. В деякій мірі відповідь на це питання було дано в роботі [8], основний висновок якої полягає в тому, що у разі ІБР біля поверхні краплі води величина Е значно зростає. Однак в ній у розрахунках був використаний спрощений підхід, а також не досліджений вплив параметрів руху води (діаметр крапель, плівки на

<sup>©</sup> Берека В.О., Божко І.В., Бржезицький В.О., Гаран Я.О., Троценко Є.А., 2020

ORCID ID: \*https://orcid.org/0000-0003-0888-2864, \*\*http://orcid.org/0000-0002-7955-246X,

<sup>\*</sup>http://orcid.org/0000-0001-9379-0061

електродах, питомої електропровідності води тощо). Окрім цього обчислення проводились для електродної системи, яка обумовлювала небажану для обробки води ІБР первісно велику неоднорідність поля та малий час (~1 мс) знаходження крапель води в розрядному проміжку, де вона обробляється, що суттєво зменшує енергоефективність процесу.

**Метою даної роботи** є моделювання розподілу електричного поля в електродній системі для генерації ІБР за наявності в ній води в краплинно-плівковому стані, а також визначення впливу на цей розподіл питомої електропровідності води, розміру крапель та відстані між ними. Це надасть змогу отримати нові знання про характер і фізичні процеси, що проходять при ІБР, а також оптимізувати технологію обробки води таким розрядом.

Електродна система для обробки води та моделювання електричного поля в ній. Розрахунки проводились для електродної системи, яку в подальшому планується використовувати в установці обробки води ІБР. Конструкцію цієї системи наведено на рис. 1. Газовий проміжок 7 електродної системи утворюється паралельними металевою 1 та склотекстолітовою 4 пластинами, розташованими на відстані  $\delta$  =3.5 мм, що мають висоту 100 мм та ширину 300 мм. Така величина  $\delta \in$ характерною при обробці води в плівковому [4, 5] чи крапельному [6] стані, бо при  $\delta < 2,5$  мм існує можливість перемикання газового проміжку 7 водяними містками, а при  $\delta > 4$  мм для створення ІБР з інтенсивною іонізацією газу в ньому потрібні занадто високі напруги (понад 30 кВ), що з точки зору енергозбереження та ускладнення високовольтного джерела живлення є небажаним. Пластина 4, що виконує роль діелектричного бар'єру, має товщину 2 мм, відносну діелектричну проникність 4,5 і питому електропровідність 1·10<sup>-13</sup> См/см. З її зовнішньої сторони щільно приклеєний металевий електрод 5, на який подаються імпульси високої напруги (ВН). Вода в повітряний проміжок вводиться через керамічні трубки 2, що мають внутрішній діаметр 0,6 мм. Відстань між осями цих трубок становить 3,5 мм. Дослідження показали, що вода при її тиску на вході у трубки 200 Па витікає з них суцільними цівками діаметром 0,6 мм та довжиною  $\approx 30$  мм, які потім перетворюються на краплі з характерним діаметром 1 мм. Вони летять вниз зі швидкістю ≈2 м/с при відстані між ними

 $\approx$ 2,5 мм. Під час руху частина крапель попадає на стінки газового проміжку, які є гідрофобні. Щоб запобігти утворенню на них великих крапель та виникненню водяних містків, які можуть перемикати проміжок, внутрішні поверхні електрода та бар'єра вкриті тонким ( $\approx$ 0,1 мм) шаром бавовняної тканини. Завдяки цьому по стінкам газового проміжку вода стікає плівками 3, які в нижній частині електродної системи мають товщину ~0,15 мм. Параметри руху крапель визначалися на основі аналізу фотознімків.

Висока напруга підводиться від високовольтного джерела живлення, що забезпечує уніполярні імпульси, фронт та тривалість яких становить біля 40 та 80 нс відповідно. До складу джерела входить магнітний ключ, який відразу після проходження імпульсу прямого струму за час ≈40 нс розряджає ємність діелектричного бар'єра. Внаслідок цього напруга на електродній системі зменшується до нуля і упродовж всього часу між імпульсами (~10 мс) відсутня. Тому при розрахунках кожен імпульс напруги розглядався як одиничний.

Моделювання електричного поля при поданні імпульсу напруги на електродну систему (ЕС) (рис. 1) проводилося з використанням програми FEMM методом кінцевих елементів на основі рішення рівняння

 $-(\sigma + j\omega\varepsilon)\nabla^2 \varphi = 0.$ 

#### Рис. 1

BH

де  $\sigma$ ,  $\varepsilon$  – відповідно питома електропровідність та діелектрична проникність середовища;  $\omega = 2\pi f$  – кругова частота;  $\varphi$  – електричний потенціал. Розрахунки виконувались в двовимірній постанові в припущенні нескінченно великих (по висоті та ширині) електродів з заміною реального імпульсу напруги u(t) (t – час) близької до нього по формі половиною синусоїди  $U_m \sin \omega t$  ( $0 \le t \le 0.5/f$ ,  $U_m$  – амплітуда напруги, частота f=7,14 МГц). При моделюванні досліджувались впливи на напруженість електричного поля в ЕС полярності імпульсу напруги, питомої електропровідності води  $\sigma$ , яка змінювалася в межах від 2·10<sup>-6</sup> См/см (дистильована вода) до 1·10<sup>-2</sup> См/см (морська вода), діаметра крапель  $d_{\kappa}=0,5-1,5$  мм та відстані від поверхонь сусідніх крапель s = 0,5-4 мм. Через те, що за час дії імпульсу напруги краплі проходили вельми малий шлях (~0,1 мкм) при моделюванні вони вважались нерухомими. Приймалось також, що всі краплі розташовані по центру газового проміжку і мають сферичну форму. Розрахунки проводилися за амплітудою імпульсу  $U_m=3$  кВ, при якій іонізація повітря відсутня, тому його питома електропровідність вважалась рівною нулю. Спочатку було

виконано моделювання в припущенні, що в проміжку знаходиться тільки одна крапля, а потім – з урахуванням впливу сусідніх крапель.

**Результати досліджень та їхній аналіз.** Розподіли напруженості електричного поля E(x) (крива *I*) та потенціалу  $\varphi(x)$  (крива 2) між електродами при знаходженні в газовому проміжку однієї краплі водопровідної води ( $\sigma$ =2·10<sup>-4</sup> См/см) діаметром 1 мм в момент, коли імпульс напруги досягає амплітудного значення, наведено на рис. 2 (вісь *X* проходить через центр краплі, відлік координати *x* від заземленого електрода. Верхня половина контуру краплі умовно представлена пунктиром 5). Як видно з рисунку, величини *E* в обох плівках води та краплі вельми малі (<0,1 кВ/см), і за масштабом рис. 2



вони нібито лежать на осі Х, але на межах «плівка-повітря» та «повітрякрапля» (т. *a*, *b*, *c*, *d*) відбуваються стрибки напруженості поля відповідно на  $\approx 2-3$  порядки (до 9 та 25 кВ/см). При цьому на поверхні краплі напруженість майже утроє вище, ніж на поверхні плівки води. По товщині діелектричного бар'єру (т. *e*, *f*) напруженість практично незмінна (≈ 0,25 кВ/см) і більш ніж на порядок менше тієї, що в газі. Залежність потенціалу  $\phi(x)$  свідчить, що в плівках води та краплі практично відсутнє падіння напруги. В основному воно припадає на повітряні проміжки (≈90%) та в деякій мірі на бар'єр (≈10%). Для порівняння на рис. 2 також наведено розподіли Е(х) для

випадків, коли в проміжку знаходиться суцільна цівка води діаметром 1 мм (пунктирна лінія 3) або взагалі нема води (пунктир 4). Перехід від крапель до цівки якісно не змінює розподіл електричного поля в проміжку, але зменшує його на поверхні цівки на  $\approx 30\%$ . Тому обробку води доцільно вести саме в крапельному стані. За відсутності в проміжку води поле в ньому однорідне і значно (до 3 разів) менше того, що існує на поверхні краплі. Моделювання також показало, що зміни питомої електропровідності води та полярності імпульсу практично (<1%) не впливають на розподіли E(x) та  $\varphi(x)$ . При цьому самі величини E,  $\varphi$  лінійно залежать від значень  $U_m$  (без урахування іонізації газу).

На рис. 2 показано, що в місцях перетину краплі віссю X (т. *в* та *c*) напруженість електричного поля в газовому проміжку найбільша. Але, якщо рухатися по зовнішньому контуру вертикального перерізу краплі від т. *b* до т. *c* (зверху чи знизу), величина *E* на поверхні краплі змінюється. На рис. З наведено залежність E(l), в якій l – криволінійна координата, що відраховується від т. *b* по зовнішній лінії перерізу краплі в площині X - V ( $d_{\kappa}=1$  мм). Як видно з рисунку, у координаті l=0,7 8мм, якій відповідає точка перетину вертикальної осі симетрії краплі з контуром перерізу, величина напруженості поля наближується до мінімального значення, а потім знову зростає до максимуму. Моделювання показало, що майже впродовж всієї довжини *l* вектор напруженості електричного поля має фактично тільки нормальну до поверхні краплі складову. Лише на невеликій ділянці l=0,76-0,80 мм (зверху та знизу краплі та в найбільш віддалених від стінок проміжку областях на горизонтальній площі перерізу) існує тангенціальна складова на рівні ~0,1 кВ/см, яка перевищує нормальну.

Залежність максимального значення напруженості електричного поля на поверхні крапель  $E_m$  від їхнього діаметру наведено на рис. 4. Вона свідчить про те, що зі збільшенням  $d_{\kappa}$  величини  $E_m$  в деякій мірі (~10%) зростають. Це можна пояснити тим, що збільшення  $d_{\kappa}$  зменшує сумарну довжину газового проміжку, на яку припадає основна частина напруги  $U_m$ , внаслідок чого напруженість  $E_m$ , яка пропорційна  $U_m/d_{\kappa}$ , зростає.

Наявність сусідніх крапель понижує величину  $E_m$ . Це видно з рис. 5, ( $d_{\kappa}=1$  мм) на якому крива *1* показує залежність  $E_m$  від відстані s=0,5-4 мм між найближчими точками на поверхнях (по вертикалі) сусідніх крапель. Пунктир 2 відповідає значенню  $E_m$  для випадку однієї краплі того ж діаметру 1 мм. Найбільш помітний вплив сусідніх крапель (до 10%) тоді, коли s < 1,5 мм. При s > 3 мм він складає лише  $\approx 0,5\%$ . Таким чином залежність  $E_m(s)$  також дає підстави вважати, що краплі,



утворювані сусідніми соплами, які розташовані на відстані 3,5 мм одне від одного, мало можуть впливати на величину  $E_m$ .

Розподіли напруженості електричного поля E(y) вздовж вертикальної осі V (відлік координати у починається від найвищої точки на поверхні краплі) для випадків s=2,0; 2,8 та 4,0 мм наведено на рис. 6 відповідно кривими I - 3. Вони свідчать, що посередині між краплями поле досягає максимуму  $E_{ml}$ . Значення напруженості  $E_{ml}$  зростають зі збільшенням відстані між краплями. В той же час вони залишаються в  $\approx 2,5$  рази меншими, ніж величин  $E_m$  (для однакових значень s). Протяжність зони, в якій напруженість поля  $E \approx E_{ml}$ , тим більша, чим більша відстань між краплями.

Висновки. 1. Наявність води в краплинно-плівковому стані в пласкопаралельному газовому проміжку електродної системи, призначеному для створення уніполярного імпульсного бар'єрного розряду з фронтом близько 40 нс змінює розподіл напруженості електричного поля в ньому таким чином, що з однорідного він стає суттєво неоднорідним. При цьому найбільша напруженість, яка в  $\approx 2,5$  рази вища ніж для однорідного поля (яке існує, коли нема води в проміжку), відповідає місцям на поверхні розділу «повітря-крапля», що розташовані найближче до стінок газового проміжку, утворюваного електродом та бар'єром. Проте, якщо рухатися по поверхні краплі від цих місць до найвіддаленіших від стінок проміжку областей, вона монотонно спадає майже на 3 порядки. Вектор напруженості поля практично на всій поверхні краплі направлений до неї по нормалі.

2. При збільшенні діаметру крапель в межах 0,5–1,5 мм максимальна напруженість електричного поля на їхніх поверхнях монотонно зростає (до 10%). Вплив сусідніх крапель на напруженість поля стає суттєвим ( $\approx$ 10%) тоді, коли відстань між їхніми поверхнями стає меншою  $\approx$ 1,5 мм. За відстаню між краплями понад  $\approx$ 2.5 мм, їхній взаємовплив стає малопомітним (0,5%).

3. Напруженість електричного поля на межах «плівка-повітря» також підвищена (≈15%) у порівнянні з однорідним полем в газовому проміжку (коли вода відсутня), а в самих плівках та краплях води – на ≈2,5 порядки менша, ніж в газі.

4. Полярність імпульсів напруги, що подаються на електродну систему, та питома електропровідність води в межах досліджених значень (2·10<sup>-6</sup>–1·10<sup>-2</sup> См/см) помітно (<1%) не впливають на результати моделювання. Їхня залежність від напруги імпульсу є лінійною (без урахування можливої іонізації повітря).

5. Не зважаючи на те, що проведене моделювання виконано при відносно малих напругах, коли нема іонізації повітря, вони вказують на те, що наявність в газовому проміжку крапель води супроводжується кількаразовим підсиленням напруженості електричного поля на їхніх поверхнях по відношенню до напруженості на поверхнях плівок, тому обробка води в крапельному стані є більш перспективним методом, ніж в плівковому. Визначення можливого впливу іонізації повітря на розподіл електричного поля в імпульсному бар'єрному розряді повинно бути предметом подальших досліджень.

Робота виконана за держбюджетною темою «Розвиток теорії електрофізичних процесів в імпульсних системах електромагнітної обробки електропровідних середовищ («БАР'ЄР-2»), яка виконується згідно з Постановою Бюро ВФТПЕ Президії НАН України від 04.07.2018р. (протокол №11). Державний реєстраційний номер теми 0117U007714.

1. Vanraes P., Nikiforov A.Y., Leys Ch. Electrical Discharge in Water Treatment Technology for Micropollutant Decomposition. Chapter 15. InTech, 2016. Pp. 457-506. DOI: <u>http://dx.doi.org/10.5772/61830</u>

2. Bo Jiang, Jingtang Zheng, Shi Qiu, Qinhui Zhang, Zifeng Yan, Qingzhong Xue. Review on Electrical Discharge Plasma Technology for Wastewater. *Chemical Engineering Journal*. 2014. No 236. Pp. 348-363.

3. Shen Zhao, Chunjing Hao, Di Xu, Yiyong Wen, Jian Qiu, Kefu Liu. Effect of Electrical Parameters on Energy Field of Organic Pollutant Degradation in a Dielectric Barrier Discharge Reactor. *IEEE Transactions on Plasma Science*. 2017. Vol. 45. Issue 6. Pp. 1043-1050.

4. Dojchinovich B.P., Roglich G.M., Obradovich B.M., Kuraica M.M., Kostich M.M., Nesich J., Manojlovich D.D. Decolorization of Reactive Textile Dyes Using Water Falling Film Dielectric Barrier Discharge. *Journal of Hazardous Materials*. 2011. No 192. Pp. 763-771. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jhazmat.2011.05.086

5. Божко І.В., Карлов О.М., Кондратенко І.П., Чарний Д.В. Розробка комплексу для обробки води імпульсним бар'єрним розрядом. *Технічна електродинаміка*. 2017. № 6. С. 80-86. DOI: https://doi.org/10.15407/techned2017.06.080

6. Яворовский Н.А., Корнев Я.И., Прейс С.В., Пельцман С.С., Хаскельберг М.Б., Чен Б.Н. Активные частицы-окислители в водо-воздушном потоке. *Известия Томского политехнического института*. 2006. Т. 309. № 2. С.108-113.

7. Schoenbach K.H., Joshi R.P., Stark R.H., Dobbs F.C., Beebe S.J. Bacterial Decontamination of Liquids with Pulsed Electric Fields *IEEE Transactionson Dielectrics and Electrical Insulation*. 2000. Vol. 7. No 5. Pp. 637-645.

8. Kornev Ya.I., Isaev Yu.N., Ushakov V.Ya., Khaskelberg M.B., Yavorovskii N.A., Kolchanova V.A. Influence of the Distribution of Electric Fields in a Reactor of Electrodischarge Water Treatment on the Treatment Efficienty. *Russian Physics Journal*. 2004. Vol. 47. No 10. Pp. 1062-1070.

#### УДК 537.523.9

#### МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ЭЛЕКТРОДНОЙ СИСТЕМЕ ДЛЯ СОЗДАНИЯ ИМПУЛЬСНОГО БАРЬЕРНОГО РАЗРЯДА В АТМОСФЕРНОМ ВОЗДУХЕ В ПРИСУТСТВИИ ВОДЫ В КАПЕЛЬНО-ПЛЕНОЧНОМ СОСТОЯНИИ

**В.О. Берека<sup>1</sup>, И.В. Божко<sup>1</sup>**, канд.техн.наук, **В.А. Бржезицький**<sup>2</sup>, докт.техн.наук, **Я.А. Гаран**<sup>2</sup>, канд.техн.наук, **Е.А. Троценко**<sup>2</sup>, канд.техн.наук.

#### <sup>1</sup>Институт электродинамики НАН Украини,

пр. Перемоги, 56, Киев, 03057, Украина, e-mail: ws77@ukr.net.

<sup>2</sup>НТУ Украины «Киевский политехнический институт им. Игоря Сикорского»,

#### пр. Победы, 37, Киев, 03056, Украина.

Путем моделирования проведено исследование распределения напряженности электрического поля и потенциала в электродной системе для создания импульсного барьерного разряда в атмосферном воздухе при наличии в нем воды в капельно-пленочном состоянии. Расчеты выполнены при условиях, что длительность фронта импульса ≈40 нс, ширина газового промежутка 3,2 мм, толщинах пленок воды на его стенках 0,15 мм и диаметре капель 0,5 – 1,5 мм. Показано, что присутствие капель воды кардинально меняет распределение

поля в промежутке: с однородного оно стает резконеоднородным. Максимальная напряженность поля наблюдается в точках на поверхности капли, которые расположены ближе всего к стенкам промежутка. Эта напряженность в ≈2,5 раза выше той, которая характерна для однородного поля при отсутствии капель. Также рассмотрено влияние соседних капель на распределение электрического поля. Оно становится существенным (>10%), когда расстояние между соседними каплями уменьшается до величин менее ≈1,5 мм. Библ.8, рис.6.

Ключевые слова: импульсний барьерний разряд, напряженность электрического поля, капля, пленка воды, воздух.

#### SIMULATION OF THE ELECTRIC FIELD IN THE ELECTRODE SYSTEM TO CREATE OF A PULSED BARRIER DISCHARGE IN ATMOSPHERIC AIR IN THE PRESENCE OF WATER IN A DROPLET-FILM STATE

V.O. Bereka<sup>1</sup>, I.V. Bozhko<sup>1</sup>, V.A. Brzhezitsky<sup>2</sup>, Ya. Haran<sup>2</sup>, Ye. A. Trotzenko<sup>2</sup> <sup>1</sup>Institute of Electrodynamics National Academy of Science of Ukraine, pr. Peremohy, 56, Kyiv, 03057, Ukraine, <sup>2</sup>National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», pr. Peremohy, 37, Kyiv, 03056, Ukraine.

By simulation, it was stated the distribution of the electric field strength and potential in electrode sstem for creation a pulsed barrier discharge in atmospheric air in the presence of water in it in a droplet-film state. The calculations were performed under the conditions that the duration of the pulse front is  $\approx 40$  ns, the width of the gas gap is 3.2 mm, the thickness of the water films on its walls is 0.15 mm and the diameter of the droplets is 0.5 - 1.5 mm. It is shown that the presence of water droplets dramatically changes the distribution of the field in the gap: from uniform it becomes sharply inhomogeneous. The maximum field strength is  $\approx 2.5$  times higher than that characteristic of a uniform field in the absence of a drop. The effect of neighboring drops on the distribution of the electric field is also considered. It becomes significant (> 10%) when the distance between adjacent drops becomes less than  $\approx 1.5$  mm. Referenses 8, figures 6.

Keywords: pulsed barrier discharge, electric field strength, drop, water film, air.

1. Vanraes P., Nikiforov A.Y., Leys Ch. Electrical Discharge in Water Treatment Technology for Micropollutant Decomposition. Chapter 15. InTech, 2016. Pp. 457-506. DOI: <u>http://dx.doi.org/10.5772/61830</u>

2. Bo Jiang, Jingtang Zheng, Shi Qiu, Qinhui Zhang, Zifeng Yan, Qingzhong Xue. Review on electrical discharge plasma technology for wastewater. *Chemical Engineering Journal*. 2014. No 236. Pp. 348-363.

3. Shen Zhao, Chunjing Hao, Di Xu, Yiyong Wen, Jian Qiu, Kefu Liu. Effect of Electrical Parameters on Energy Field of Organic Pollutant Degradation in a Dielectric Barrier Discharge Reactor. *IEEE Transactions on Plasma Science*. 2017. Vol. 45. Issue 6. Pp. 1043-1050.

4. Dojchinovich B.P., Roglich G.M., Obradovich B.M., Kuraica M.M., Kostich M.M., Nesich J., Manojlovich D.D. Decolorization of Reactive Textile Dyes Using Water Falling Film Dielectric Barrier Discharge. *Journal of Hazardous Materials*. 2011. No 192. Pp. 763-771. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jhazmat.2011.05.086

5. Bozhko I.V., Karlov O.M., Kondratenko I.P., Cherny D.V. Development of a Complex for the Treatment of Water by Impulse Barrier. *Tekhnichna Electrodynamika*. 2017. No 6. Pp. 80-86.

DOI: https://doi.org/10.15407/techned2017.06.080 (Ukr)

6. Yavorovsky N.A., Kornev Ya.I., Preiss S.V., Peltzman S.S., Haskelberg M.B., Chen B.N. Active oxidizing particles in the water-air stream. *News of the Tomsk Polytechnic Institute*. 2006. Vol. 309. No 2. P.108-113. (Rus)

7. Schoenbach K.H., Joshi R.P., Stark R.H., Dobbs F.C., Beebe S.J. Bacterial Decontamination of Liquids with Pulsed Electric Fields. *IEEE Transactionson Dielectrics and Electrical Insulation*. 2000. Vol. 7. No 5. Pp. 637-645.

8. Kornev Ya.I., Isaev Yu.N., Ushakov V.Ya., Khaskelberg M.B., Yavorovskii N.A., Kolchanova V.A. Influence of the Distribution of Electric Fields in a Reactor of Electrodischarge Water Treatment on the Treatment Efficienty. *Russian Physics Journal*. 2004. Vol. 47. No 10. Pp. 1062-1070.

Надійшла 02.01.2020 Остаточний варіант 28.01.2020

#### УДК-621.314 DOI: https://doi.org/10.15407/techned2020.02.023 ЯКІСНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОДНОФАЗНОГО МОСТОВОГО ВИПРЯМЛЯЧА З АКТИВНИМ НАВАНТАЖЕННЯМ ТА ЄМНІСНИМ ФІЛЬТРОМ У РАЗІ ЖИВЛЕННЯ ВІД ДЖЕРЕЛА СТРУМУ

В.М. Спірін<sup>\*</sup>, докт.техн.наук, В.М. Губаревич<sup>\*\*</sup>, канд.техн.наук, Ю.В. Маруня<sup>\*\*\*</sup>, С.В. Салко, Інститут електродинаміки НАН України пр. Перемоги 56, Київ, 03057, Україна. Е-mail: sspirin@ied.org.ua

Досліджено електромагнітні процеси в однофазному мостовому випрямлячі з активним навантаженням та ємнісним фільтром при живленні його від симетричного індуктивно-ємнісного перетворювача (ІСП), виконаного за схемою T1-LCL, та проведено порівняння його якісних характеристик з ІСП за схемою Г1-LC. Схема T1-LCL має кращі показники електромагнітної сумісності (соs  $\varphi = 0,95 \div 0,99$ , THDi<3%), ніж схема з

ГІ-LС, але у неї більша питома потужність конденсатора. Бібл. 10, рис. 5, табл. 1. Ключові слова: випрямляч, активне навантаження, ємнісний фільтр, індуктивно-ємнісний перетворювач, електромагнітна сумісність.

Вступ. Дослідженню електромагнітних процесів в однофазному мостовому випрямлячі з активним навантаженням та ємнісним фільтром, а також покращенню електромагнітної сумісності такого випрямляча з електричною мережею живлення, присвячено багато робіт [1–4]. В той же час, зовсім мало публікацій по дослідженню розглянутого в статті випрямляча при живленні його від джерела струму. В роботах [5–6] розглянуто електромагнітні процеси в випрямлячі з активним навантаженням та ємнісним фільтром при живленні від індуктивно-ємнісного перетворювача (ІЄП) джерела напруги в джерело струму по схемі Г1-*LC* згідно з класифікацією, наведеною у роботі [7].

Дослідження електромагнітних процесів в системі «ІЄП – однофазний мостовий випрямляч з активним навантаженням та ємнісним фільтром» дозволило продемонструвати, що ця система має хорошу електромагнітну сумісність з мережею живлення (*THDi*<3%), але низький  $\cos \varphi = 0,29 \div 0,67$  в діапазоні варіювання потужності навантаження від 0,3 до 1,2 кВт.

**Метою** даної роботи є визначення якісних характеристик в системі «однофазний симетричний індуктивно-ємнісний перетворювач — мостовий випрямляч з активним навантаженням та ємнісним фільтром» та порівняння питомих потужностей реактивних елементів — реакторів та конденсаторів ІЄП по схемам T1-*LCL* та  $\Gamma$ 1-*LC*, що дозволяє отримати соз  $\varphi$ =1.

Для вирішення цієї задачі було використано елементи теорії систем незмінного струму на основі ІЄП [8]. А саме теорема, яка визначає, що коефіцієнт потужності ІЄП має максимальне значення  $\cos \varphi = 1$  і не залежить від значення опору навантаження у тому випадку, коли останнє є чисто активним, а сам перетворювач виконується симетричним. На рис. 1 показано схему випрямляча, на вході якого включений симетричний ІЄП по схемі *T1-LCL*. Задля отримання якісних характеристик і дослідження електромагнітних процесів схеми було проведено ряд експериментів із

застосовуванням одного з методів математичної теорії планування експерименту [5, 9-10], а саме, ортогонального плану другого порядку, який дає достатню адекватність моделі об'єкту дослідження.

Функціями цілі  $Y_N \in THDi_{,} \cos \varphi$ , абсолютні Q та питомі q потужності  $Q_{L1}$ ,  $q_{L1}, Q_{L2}, q_{L2}, Q_C, q_C, S_{H I \in \Pi}$  реакторів L1, L2 та конденсатора C, де



<sup>©</sup> Спірін В.М., Губаревич В.М., Маруня Ю.В., Салко С.В., 2020

ORCID ID: \* https://orcid.org/0000-0002-8065-1051; \*\* https://orcid.org/0000-0003-2416-9858; \*\*\* https://orcid.org/0000-0003-0071-1702

$$q_L = I_L^2 x_L / I_{\rm IE\Pi} \cdot U_{\rm IE\Pi} = Q_L / S_{\rm HIE\Pi} , \ q_C = I_C U_C / I_{\rm IE\Pi} \cdot U_{\rm IE\Pi} = Q_C / S_{\rm HIE\Pi} , \ S_{\rm HIE\Pi} = I_{\rm IE\Pi} \cdot U_{\rm IE\Pi} .$$

За фактори, що варіюються, обрано:  $X_1$  – відношення ємності  $C_{\phi}$  конденсатора фільтра до ємності C конденсатора ІЄП та  $X_2$  – відношення опору навантаження  $R_{\rm H}$  до опору реактора ІЄП  $x_L = \omega L$ , (де L1=L2=L). Експеримент проводився за схемою, зображеною на рис. 1, з наступними параметрами: напруга живлення 230 В, частота напруги 50 Гц, потужність навантаження варіювалась від 0,3 до 1,2 кВт. ІЄП виконано по схемі T1-LCL з індуктивністю реакторів L=184 мГн і ємністю конденсатора C=50 мкФ. Струм і напруга на вході та виході випрямляча реєструвалися та вимірювалися приладом *CA PowerQualityAnalyzez*. Результати вимірювань та обчислень наведено у таблиці.

N	$x_i$				$Y_N$										
1,	$x_0$	$x_1$	<i>x</i> <sub>2</sub>	$x'_3$	$x'_4$	$x_1 \cdot x_2$	THDi	$\cos \varphi$	$q_{\scriptscriptstyle L1}$	$q_{\scriptscriptstyle L2}$	$q_C$	$Q_{L1}$	$Q_{\scriptscriptstyle L2}$	$Q_C$	$S_{\rm H \ I \in \Pi}$
1	+1	-1	-1	1/3	1/3	+1	2,7	0,963	0,342	2,6	2,62	100,72	765,82	770	294,84
2	+1	+1	-1	1/3	1/3	-1	2,7	0,974	0,345	2,64	2,67	100,72	770	781	292
3	+1	-1	+1	1/3	1/3	-1	1,4	0,95	0,98	0,648	2,13	1068,82	708	2328	1092
4	+1	+1	+1	1/3	1/3	+1	1,4	0,945	1,04	0,657	2,16	1119,0	708	2328	1078
5	+1	-1	0	1/3	-2/3	0	2,0	0,991	0,675	0,675	1,91	520,2	749	1470	770,4
6	+1	+1	0	1/3	-2/3	0	2,0	0,988	0,704	0,986	1,89	520,2	728,4	1398,4	738,4
7	+1	0	-1	-2/3	1/3	0	3,0	0,969	0,343	2,63	2,71	97,7	749	770	284,4
8	+1	0	+1	-2/3	1/3	0	1,5	0,949	1,05	0,655	2,26	1068,82	668,2	2304	1020
9	+1	0	0	-2/3	-2/3	0	2,1	0,989	0,732	0,968	1,99	520,2	688	1416,8	710,7

За попередніми дослідженнями [5], за основу були прийняті значення для діапазонів змін факторів  $X_1$  та  $X_2$ , що широко використовуються на практиці. Перший фактор  $X_1$  змінювався в діапазоні від  $X_{1\min}=9$  до  $X_{1\max}=18$  за рахунок зміни ємності конденсатора  $C_{\phi}$  від 450 мкФ до 900 мкФ (основний рівень 675 мкФ, інтервал варіювання 225 мкФ). У другому факторі  $X_2$  змінювався опір навантаження від 24 Ом до 110 Ом, (основний рівень 67 Ом, інтервал варіювання 43 Ом). При цьому  $X_{2\min}=0,415$ , а  $X_{2\max}=1,87$ .



Як приклад для досліду № 9 (таблиця) наведено осцилограми струмів та напруг на вході та виході випрямляча, що живиться від ІЄП за схемою Г1-*LC* (рис. 2, *а*) [6], а також для порівняння такі самі струми і напруги для випадку, коли використовується симетричний ІЄП (рис. 2, *б*). Характер струмів для ІЄП за схемою Г1-*LC* має перервний вигляд, в той час симетрична схема має майже синусоїдальну форму

струму, що дозволяє розглядати її як джерело струму  $i = I_m \sin \omega t$ .

Після кодування факторів з урахуванням обраних інтервалів варіювання було проведено експерименти по ортогональному плану другого порядку. Матрицю планування кодованих значень факторів наведено у таблиці (розділ  $x_i$ , в якому  $x'_3 = x_1^2 - 2/3$  та  $x'_4 = x_2^2 - 2/3$ ).

На підставі реалізованого ортогонального плану другого порядку було визначено коефіцієнти поліномів  $b_i$  за формулою  $b_i = (\sum_{N=1}^9 x_{iN} Y_N) (\sum_{N=1}^9 x_{iN}^2)^{-1}$ , і отримано наступні поліноми:

$$\hat{Q}_{11} = 513,95 + 8,36x_1 + 492,92x_2 + 9,37x_1^2 + 72,43x_2^2 + 12,55x_1x_2;$$
<sup>(2)</sup>

$$\hat{Q}_{L2} = 697, 49 - 2, 74x_1 - 33, 44x_2 + 36, 47x_1^2 + 6, 37x_2^2 - 1,045x_1x_2;$$
(3)

$$\hat{Q}_{c} = 1417,98 - 10,1x_{1} + 773,17x_{2} + 15,63x_{1}^{2} + 118,43x_{2}^{2} - 2,75x_{1}x_{2};$$
(4)

$$\hat{Q}_{L\Sigma} = 1211,44 + 5,62x_1 + 459,48x_2 + 45,84x_1^2 + 78,8x_2^2 + 11,505x_1x_2;$$
(5)

$$\hat{S}_{\text{HICH}} = 713,67 - 8,14x_1 + 386,46x_2 + 39,24x_1^2 - 62,96x_2^2 - 2,79x_1x_2;$$
(6)

$$\hat{q}_{L1} = 0,722 + 1,53 \cdot 10^{-2} x_1 + 0,34 x_2 - 2,73 \cdot 10^{-2} x_1^2 - 2,03 \cdot 10^{-2} x_2^2 + 1,43 \cdot 10^{-2} x_1 x_2;$$
(7)

$$\hat{q}_{L2} = 0,91 + 6 \cdot 10^{-2} x_1 - 0,99 x_2 - 5 \cdot 10^{-2} x_1^2 + 0,76 x_2^2 - 7,75 \cdot 10^{-3} x_1 x_2;$$
(8)

$$\hat{q}_{C} = 1,99 + 1 \cdot 10^{-2} x_{1} - 0,24 x_{2} - 9 \cdot 10^{-2} x_{1}^{2} + 0,495 x_{2}^{2} - 5 \cdot 10^{-3} x_{1} x_{2}; \qquad (9)$$

$$\hat{q}_{L\Sigma} = 1,6317 + 7,53 \cdot 10^{-2} x_1 - 0,645 x_2 - 7,73 \cdot 10^{-2} x_1^2 + 0,7417 x_2^2 + 0,65 \cdot 10^{-2} x_1 x_2;$$
(10)

Отримані експериментально значення  $Q_{L1}$ ,  $q_{L1}$ ,  $Q_{L2}$ ,  $q_{L2}$ ,  $Q_C$ ,  $q_C$  відрізняються від значень  $\hat{Q}_{L1}$ ,  $\hat{q}_{L1}$ ,  $\hat{Q}_{L2}$ ,  $\hat{q}_{L2}$ ,  $\hat{q}_{L2}$ ,  $\hat{Q}_C$ ,  $\hat{q}_C$ , які розраховано за поліномами (2–4, 7–9) не більше, як на 5%.

Для зручності використання отриманих коефіцієнтів перетворення випрямляча доцільно перейти від кодованих значень факторів до їхніх натуральних значень за формулою  $x_i = (X_i - X_{icp})/(X_{imax} - X_{icp})$ , де  $X_{icp} = (X_{imax} + X_{imin})/2$ ,  $X_{icp}$  – основний рівень незалежної змінної  $X_i$ .

Після перетворення поліномів (2-10) маємо

$$\hat{Q}_{L1} = 39,22 - 14,97X_1 + 314,15X_2 + 0,46X_1^2 + 135,94X_2^2 + 3,82X_1X_2;$$
(11)

$$\hat{Q}_{L2} = 1096, 72 - 48,83X_1 - 68,75X_2 + 1,79X_1^2 + 11,96X_2^2 - 0,32X_1X_2;$$
(12)

$$\hat{Q}_{C} = 658,14 - 22,11X_{1} + 564,32X_{2} + 0,77X_{1}^{2} + 222,28X_{2}^{2} - 0,84X_{1}X_{2};$$
(13)

$$\hat{Q}_{L\Sigma} = 1135,96 - 63,8X_1 + 245,38X_2 + 2,25X_1^2 + 147,9X_2^2 + 3,5X_1X_2;$$
(14)

$$\hat{S}_{\rm H\,ICH} = 322,09 - 53,11X_1 + 810,04X_2 + 1,93X_1^2 - 118,17X_2^2 - 0,85X_1X_2;$$
(15)

$$\hat{q}_{11} = -0,083 + 3,48 \cdot 10^{-2} X_1 + 0,49 X_2 - 1,3 \cdot 10^{-3} X_1^2 - 3,8 \cdot 10^{-2} X_2^2 + 4,3 \cdot 10^{-3} X_1 X_2;$$
(16)

$$\hat{q}_{12} = 3,64 + 8,26 \cdot 10^{-2} X_1 - 4,57 X_2 - 2,46 \cdot 10^{-3} X_1^2 + 1,43 X_2^2 - 2,36 \cdot 10^{-3} X_1 X_2 \quad ;$$
 (17)

$$\hat{q}_{C} = 2,7 + 0,12X_{1} - 2,43X_{2} - 4,4 \cdot 10^{-3}X_{1}^{2} + 0,93X_{2}^{2} - 1,5 \cdot 10^{-3}X_{1}X_{2};$$
(18)

$$\hat{q}_{L\Sigma} = 3,56 + 11,74 \cdot 10^{-2} X_1 - 4,08 X_2 - 3,76 \cdot 10^{-3} X_1^2 + 1,39 X_2^2 + 1,94 \cdot 10^{-3} X_1 X_2.$$
<sup>(19)</sup>

На рис. З наведено графічні залежності питомих потужностей  $\hat{q}_{L1}$ ,  $\hat{q}_{L2}$ ,  $\hat{q}_{L\Sigma}$ ,  $\hat{q}_C$  схеми T1-LCL, які розраховані за поліномами (16–19) при постійному значенні фактора  $X_1=18$ . Для схеми Г1-LC графічні залежності питомих потужностей  $\hat{q}_L$ ,  $\hat{q}_C$  (позначено в дужках) було взято з роботи [6] також при постійному значенні фактора  $X_1=18$ . В поліномах (11–19) значення коефіцієнтів при факторі  $X_1$  майже на порядок менші за значення коефіцієнтів при факторі  $X_2$ , тому було визначено значення питомих потужностей  $\hat{q}_{L1}$ ,  $\hat{q}_{L2}$ ,  $\hat{q}_L$ ,  $\hat{q}_C$  при одному постійному значенні фактора  $X_1=18$ .

Визначення похідних від фактора  $X_2$  у поліномах (16–19) при постійних значеннях фактора  $X_1 = 18$  вказують на те, що мінімум є у функціях  $\hat{q}_{L2}$ ,  $\hat{q}_{L5}$ ,  $\hat{q}_C$ . Це підтверджують графіки на рис. 3. Для порівняння зі схемою Г1-*LC* було визначено похідні для функцій  $\hat{q}_{L5}$ ,  $\hat{q}_C$  і значення фактора  $X_2$ , при яких ці функції мають мінімум для конденсаторів  $\hat{q}_C = 1,83$  при  $X_2 = 1,32$  і для реакторів  $\hat{q}_{L5} = 1,51$  при  $X_2 = 1,46$ .

Для схеми Г1-*LC* з рис. 3. видно, що функція  $\hat{q}_C$  тільки зростає з підвищенням опору навантаження, тому її значення обрано, орієнтуючись на мінімум функції  $\hat{q}_L$ . Цей мінімум маємо  $\hat{q}_L = 1,97$ за  $X_2 = 1,57$  і  $X_1 = 18$  і  $\hat{q}_C = 0,95$ . Таким чином, у схемі Т1-*LCL* сума потужностей реакторів *L*1, *L*2 дорівнює  $\hat{q}_{L\Sigma} = 1,51$ , що на 0,46 в.о. менше, ніж у ІЄП Г1-*LC*, але остання схема має меншу потужність конденсаторів ( $\hat{q}_C = 0,95$ , що на 0,88 в.о. менша у порівнянні із схемою T1-*LCL*  $\hat{q}_C = 1,83$ в.о.).

Це підвищення потужності до  $\hat{q}_{c} = 1,83$  в.о. компенсується покращенням коефіцієнта потужності схеми (рис. 1)  $\cos \varphi = 0,963 \div 0,99$ , для отримання якого виконано умови теореми, а саме навантаження є чисто активним (рис. 2,  $\delta$ ), а сам перетворювач являється симетричним. На рис. 4 наведено графіки залежностей  $\hat{Q}_{L1}$ ,  $\hat{Q}_{L2}$ ,  $\hat{Q}_{L2}$ ,  $\hat{Q}_{C}$  і  $\hat{S}_{H IEII}$  від фактора  $X_2$  за постійного значення фактора  $X_1 = 18$ . Однією з

переваг теорії планування експериментів є наочність отриманих результатів, в чому можна пересвідчитись при розгляді поверхні відгуку у двохфакторному просторі на рис. 5 для питомої потужності  $\hat{q}_C$  як одного з найбільш енергоємного елемента схеми T1-LCL – конденсатора C.

Слід зазначити, що розглянута система живлення має струмову навантажувальну характеристику [5] і може використовуватися для живлення електродугових пристроїв з від'ємним диференціальним опором.

Висновки. Однофазний мостовий випрямляч з активним навантаженням та ємнісним фільтром при живленні від симетричного індуктивно-ємнісного перетворювача, що виконано за схемою T1-*LCL*, в порівнянні з аналогічним випрямлячем з ІЄП за схемою Г1-*LC* має кращі показники електромагнітної сумісності ( $\cos \varphi = 0.95 \div 0.99$ , *THDi*<3%), менше значення потужності реакторів L1 та L2  $\hat{q}_{L\Sigma} = 1.51$  в.о. ( $\hat{q}_L = 1.97$  в.о. в Г1-*LC*), але йому притаманне більше значення питомої потужності конденсатора *C*  $\hat{q}_C = 1.83$  в.о. ( $\hat{q}_C = 0.95$  в.о. в Г1-*LC*).

Роботу виконано за бюджетною темою: "Розробка електронного та електротехнічного обладнання для нової технології плавлення та обробки скла та гірських порід індукційними струмами середнього діапазону частот" №0117U002584 (2017-2021 pp.).

1. Чаплыгин Е.Е. Активный фильтр с индуктивным накопителем для компенсации неактивной мощности выпрямителей с емкостным фильтром. Электротехника. 2017. №1. С. 22-27.

2. Архангельский Н.Л., Виноградов А.Б. Электропривод постоянного тока с импульсным преобразователем. Иваново: Иван. гос. энерг. ун-т, 1995. 92 с.



4. Руденко В.С., Сенько В.И., Чиженко И.М. Преобразовательная техника. К: Вища школа, 1978. 424 с.

5. Спірін В.М., Губаревич В.М., Маруня Ю.В., Салко С.В., Гребенюк В.Г. Визначення коефіцієнтів перетворення мостового однофазного випрямляча з живленням від індуктивно-ємнісного перетворювача та паралельним активно-ємнісним навантаженням. *Техн. електродинаміка*. 2019. № 5. С. 43-48. DOI: https://doi.org/10.15407/techned2019.05.043

6. Спірін В.М., Губаревич В.М., Маруня Ю.В., Салко С.В., Гребенюк В.Г. Оптимізація індуктивноємнісного перетворювача з мостовим однофазним випрямлячем, ємнісним фільтром та активним навантаженням за питомими потужностями електромагнітних елементів. *Техн. електродинаміка*. 2019. № 6. С. 25-29. DOI: <u>https://doi.org/10.15407/techned2019.06.025</u>

7. Волков И.В., Губаревич В.Н., Исаков В.Н., Кабан В.П. Принципы построения и оптимизация схем индуктивно-емкостных преобразователей. К.: Наукова думка, 1981. 173 с.

8. Милях А.Н., Волков И.В. Системы неизменного тока на основе индуктивно-емкостных преобразователей. К.: Наукова думка, 1974. 216 с.

9. Ивоботенко Б.А., Ильинский И.Ф., Копылов И.П. Планирование эксперимента в электромеханике. М.: Энергия, 1975. 184 с.





10. Юдин Ю.В., Майсурадзе М.В., Водолазский Ф.В. Организация и математическое планирование эксперимента. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2018. 124 с.

#### УДК-621.314

#### КАЧЕСТВЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОДНОФАЗНОГО МОСТОВОГО ВЫПРЯМИТЕЛЯ С АКТИВНОЙ НАГРУЗКОЙ И ЕМКОСТНЫМ ФИЛЬТРОМ ПРИ ПИТАНИИ ОТ ИСТОЧНИКА ТОКА В.М. Спирин докт.техн.наук, В.М. Губаревич, канд.техн.наук, Ю.В. Маруня, С.В. Салко Институт электродинамики НАН Украины пр. Победы 56, Киев, 03057, Украина. Е-mail: <u>sspirin@ied.org.ua</u>

Исследованы электромагнитные процессы в однофазном мостовом выпрямителе с активной нагрузкой и емкостным фильтром при питании его от симметричного индуктивно-емкостного преобразователя (ИЕП), выполненного по схеме T1-LCL, и проведено сравнение его качественных характеристик с ИЕП по схеме Г1-LC. Схема T1-LCL имеет лучшие показатели электромагнитной совместимости ( $\cos \varphi = 0.963 \div 0.99$ , THDi<3%), чем схема с Г1-LC, но у нее большая удельная мощность конденсатора. Библ. 10, рис. 5, табл. 1. Ключевые слова: выпрямитель, активная нагрузка, емкостной фильтр, индуктивно-емкостной преобразователь, электромагнитная совместимость.

## QUALITY CHARACTERISTICS OF SINGLE-PHASE BRIDGE RECTIFIER WITH ACTIVE LOAD AND CAPACITARY FILTER FOR POWER FROM THE CURRENT SOURCE

#### V.M. Spirin, V.M. Hubarevich, Yu.V. Marunia, S.V. Salko Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine Pr. Peremohy, 56, Kiev, 03057, Ukraine. E-mail: <u>sspirin@ied.org.ua</u>

The electromagnetic processes in a single-phase bridge rectifier with active load and a capacitive filter at power supply from a symmetric inductive-capacitive converter (ICC), made according to the scheme T1-LCL, are compared and its qualitative characteristics are compared with the  $\Gamma$ 1-LC scheme of ICC. The T1-LCL scheme has better electromagnetic compatibility ( $\cos \varphi = 0.963 \div 0.99$ , THDi<3%), than the  $\Gamma$ 1-LC scheme, but it has higher specific capacitance of the capacitor. References 10, figures 5, table 1.

Keywords: rectifier, active load, capacitive filter, inductive-capacitive converter, electromagnetic compatibility.

1. Chaplygin E.E. An inductive drive active filter to compensate for the inactive power of capacitors with a capacitive filter. *Elektrotekhnika*. 2017. No 1. Pp. 22-27. (Rus)

2. Arkhangelsky N.L., Vinogradov A.B. Direct current drive with pulse converter. Ivanovo: Ivanovskyi gosudarstvennyi energeticheskyi universitet, 1995. 92 p. (Rus)

3. Popkov O.Z., Chaplygin E.E. Calculation of rectifiers with capacitive filter. *Prakticheskaia silovaia elektronika*. 2007. No 25. Pp. 15-19. (Rus)

4. Rudenko V.S., Senko V.I., Chizhenko I.M. Conversion technology. Kiev, Vysshaia Shkola, 1978. 424 p. (Rus).

5. Spirin V.M., Gubarevich V.M., Salko S.V., Marunia Yu.V., Grebenyuk V.G. Determination of the coefficient of conversion of the bridge of single-phase rectifier with power from the inductive capacitor converter and parallel active capacity load. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2019. No. 5. Pp. 43-48. (Ukr) DOI: https://doi.org/10.15407/techned2019.05.043

6. Spirin V.M., Gubarevich V.M., Salko S.V., Marunia Yu.V., Grebenyuk V.G. Optimization of inductivecapacital converter with bridge one-phase rectifier, capacitary filter and parallel active load. *Tekhnichna Elektrodynamika*. No. 6. Pp. 25-29. (Ukr) DOI: <u>https://doi.org/10.15407/techned2019.06.025</u>

7. Volkov I., Gubarevich V.N., Isakov V.N., Kaban V.P. Principles of construction and optimization of inductive-capacitive converters. Kiev: Naukova Dumka, 1981. 173 p. (Rus)

8. Milyah A.N., Volkov I.V. Systems of constant current which based on inductive-capacitive converters. Kiev: Naukova Dumka, 1974. 216 p. (Rus)

9. Ivobotenko B.A., Ilinsky I.F., Kopylov I.P. Planning an experiment in electrical engineering. Moskva: Energyia, 1975. 184 p. (Rus)

10. Yudin Yu.V., Maysuradze M.V., Vodolazsky F.V. Organization and mathematical planning of the experiment. Ekaterinburg: Uralskyi gosudarstvennyi universitet, 2018. 124 p. (Rus)

Надійшла 09.12.2019

#### DOI: https://doi.org/10.15407/techned2020.02.028

#### ELECTRIC MACHINE WITH AXIAL MAGNETIC FLUX, PERMANENT MAGNETS AND MULTILAYERED PRINTING WINDINGS

V.V. Grebenikov<sup>1\*</sup>, R.V. Gamaleya<sup>1</sup>, A.N. Sokolovsky<sup>2</sup> <sup>1</sup>Institute of Electrodynamics of NAS of Ukraine, Pr. Peremohy, 56, Kiev, 03057, Ukraine, e-mail: elm1153@gmail.com <sup>2</sup>DP "Electroplating and KA" PJSC "Kiev factory" Radar" st. Predslavinskaya, 35, Kyiv, 03150, Ukraine, e-mail: a.sokolovskyy.72@gmail.com

The use of printed windings in electric machines with permanent magnets and axial magnetic flux allows to reduce their axial size and significantly to increase the current density in the windings. Experimental studies of printed windings for heating confirmed that at a current density of  $J = 22 \text{ A} / \text{mm}^2$  the steady-state temperature of the printed windings does not exceed 80 °C. For given dimensions of an electric machine with axial magnetic flux, permanent magnets and multilayer printed windings (outer diameter of the stator, axial length of the stator), numerical studies were carried out and the optimal thickness of the permanent magnets was determined at which the maximum value of the electromagnetic torque is reached. Also, as a result of numerical studies, it was found that the presence of teeth on the stator allows you to increase the electromagnetic torque of the electric machine by about 25% compared with the version of the magnetic system without teeth on the stator. A prototype of an electric machine with multilayer printed windings through the rectifier diode bridge to the active load. The computational model of the generator adequately describes the physical model. The difference discrepancy between the calculated and experimental values does not exceed  $\varepsilon = 5.5\%$ . The characteristics of the studied generators are calculated in the Simcenter MagNet and Simcenter MotorSolve software packages. References 10, figures 7, table 1.

*Key words*: permanent magnets, printed windings, electromagnetic torque, external characteristics, experimental sample.

**Introduction.** Nowadays electromechanotronic actuators with printed windings and axial magnetic flux (disk type) for various applications are being intensively developed. This type of design of the electromechanical actuator be composed of printed windings that are fixed in the stator, and the rotor with permanent magnets that are fixed in a special holder. A stator with a printed winding simplified the design of the electromechanotronic device and allowed to significantly reduce the axial length of such a device. Another positive property is small thickness and correspondingly large widths and coil conductors. Therefore, the cooling of the printed conductor is much better. These factors can increase the current in the conductors and reduce the size and weight of the electric machine.

For example, in [1], the results of a study of an electromechanical device based on a brushless direct current electric motor with an axial magnetic flux and a printed winding for a low-power vortex pump are presented. In [2], the design and analysis of an electric motor with a printed winding, permanent magnets and axial flux for use in nanosatellites are presented. In [3], a miniature motor design with a diamond-shaped printed winding and axial flux is proposed, the axial length of which is only 3 mm. In [4, 5], a methodology for designing engines with printed windings and axial flux is presented, which is used as miniature engines for computer hard drives. In [6], studies are presented of a high-speed electric motor with an axial flux and a printed winding and permanent magnets on the rotor, the magnetization vectors of which have a direction in accordance with the Halbach concept. The small axial length of the electric motor with printed windings

<sup>©</sup> Grebenikov V.V., Gamaleya R.V., Sokolovsky A.N., 2020

ORCID ID: \* https://orcid.org/0000-0002-1114-1218

allows it to be embedded in the wheel hub of a vehicle [7]. In [8], an original layout of a permanent magnet motor with an axial magnetic flux and a two-phase wave printed winding was proposed. This configuration of the printed winding allows you to increase the number of pole pairs and the frequency of the motor.

The motors listed above are used for actuators and, as a rule, have a low power. However, the technology of printed windings is being used in industry for electric motors and generators with permanent magnets of high power. One of such already proven technologies is the technology developed by ThinGap, which is based on a special structure of windings made by printing [9].

Due to the high use of the working volume in which the process of electromechanical energy conversion takes place, this technology is an attractive alternative to traditional cylindrical machines. ThinGap, a company that implements this technology, has achieved high results, and its products are brushless motors based on a patented progressive technology with cylindrical printed windings. The windings of ThinGap engines are manufactured with high precision and due to this and the small gap, such machines have large specific torques and powers (per unit mass) compared to traditional machines.

The purpose of the work is to study an electric machine of low power (up to 2 kW) with axial magnetic flux, multilayer printed windings and permanent magnets with variations in the geometry of the stator magnetic system and the thickness of permanent magnets, as well as a comparison of the calculated and experimental characteristics obtained when testing a prototype of an electric machine.

The heating study of the printed winding. The using of a printed winding can significantly simplify the design, increase manufacturability and reduce the axial length of the electric machine. Another positive quality of printed windings is the ability to work at higher current densities compared to a traditional winding due to more efficient heat removal from the surface of the printed winding. Therefore, at the first stage, experimental heating studies of multilayer printed windings were carried out and the nominal current density at which the printed winding was heated to a temperature of not more than 80 ° was determined.

For this, samples of printed windings (coils, Fig. 1, *a*) were made. Each winding consists of 18 layers of copper, the thickness of one layer is 0.05 mm. Between the even layers of copper there is an insulating layer "core", the thickness of which is 0.13 mm, between the odd layers of copper there is an insulating layer "prepreg", the thickness of which is 0.062 mm. Three coils with different prepreg layer thicknesses were made: two layers  $h_{(2p)} = 0.124$  mm; three  $h_{(3p)} = 0.186$  mm; four  $h_{(4p)} = 0.248$  mm.



Tests for heating were carried out as follows. The tested winding was connected to a current source, a certain current value was set, and after a given period of time, the temperature on the surface of the coil was measured. In fig. 1b shows the temperature on the surface of the printed windings as a function of the current density in these windings. Analyzing the heating data of the printed windings, it should be noted that the double-layer windings prepreg ( $h_{(2p)}$ ) are the most heated. Coils with three layers of prepreg ( $h_{(3p)}$ ) and four ( $h_{(4p)}$ , respectively, are heated almost the same. Therefore, it is proposed to use the variant with three layers of prepreg to make a prototype of an electric machine. As a result of heating tests, it was found that printed with three layers of prepreg ( $h_{(2p)}$ ) heats up to a steady temperature of 80° in a time t = 10 min and a current in the winding  $I_{coil}$ =2.9 A, which corresponds to a current density of J=22 A/mm<sup>2</sup>. For short-term

heating (t=2 min), the current density can be increased to  $J=38 \text{ A/mm}^2$ . Therefore, in further calculations, the current density  $J=22 \text{ A/mm}^2$  was assumed to be nominal for a printed winding with three prepreg layers.

Numerical studies of various configurations of the magnetic system. At the next stage of research using computer simulation in the Infolitica Magnet package, a study was made of the influence of the configuration of the magnetic system on the maximum value of the electromagnetic torque. For the given dimensions of the electric machine (the outer diameter of the stator, the axial length of the stator), three options were considered: model 1 - (18 coils, 24 magnets); model 2 - (27 coils, 24 magnets); model 3 - (18 coils, 20 magnets). The simulation results showed that the best performance has a 3 - model (18 coils, 20 magnets). Therefore, this model was taken as the basis for further research. In fig. 2 shows a computer model of the investigated electric machine, the main parameters are in table.



Fig. 2

The rotor of this electric machine consists of a steel core I, on which cylindrical permanent magnets are fixed 2. Multilayer printed windings 3 are fixed on the stator 4. Modeling was carried out both for the magnetic system with teeth 5 on the stator, and without teeth. For the convenience of displaying the stator teeth, two printing coils in Fig. 2 are not shown and Fig. 2 on the right shows fragments of the magnetic system with teeth on the stator and without teeth

The calculations of model 3 were carried out by the finite element method in the Infolytica Magnet package in a three-dimensional setting. The dependence of the electromagnetic torque on the angle of rotation of the rotor was calculated for the time when the current in phase A is maximum and conditionally positive A(+), phase B and C are conditionally negative and equal to half of the maximum B(-0.5) and C(-0.5). Thus, when calculating the magnetic field and electromagnetic torque in the model under study, the current density in phase A was set equal to  $J_A=22$  A/mm<sup>2</sup>, and in phases B and C it was set  $J_B=J_C=11$  A/mm<sup>2</sup>.

As a result of previous studies [10], it was found that in electric machines with axial flow it is advisable to use cylindrical permanent magnets instead of trapezoidal ones. The electromagnetic torque for cylindrical magnets is approximately 10% less than in an electric machine with trapezoidal magnets, however, the manufacture of a rotor with cylindrical magnets is greatly simplified. It should also be noted that the cost of cylindrical magnets is lower than the cost of trapezoidal magnets, and the holes for the magnets can made with a standard mill at one pass. Thus, the use of cylindrical magnets for electric machines with axial magnetic flux is preferable to trapezoidal magnets. Therefore, in further studies, the option with cylindrical magnets was taken as the basis. Two models were studied: without teeth on the stator and with teeth located in the inner part of the coils (Fig. 2). The simulation results showed that the magnetic system is saturated only in the corners of the stator teeth, while in the back of the stator there is no saturation of the magnetic system, the induction does not exceed B=1.1 T.

We investigated models with a magnet thickness  $h_{pm}=5$ ,  $h_{pm}=10$  and  $h_{pm}=15$  mm and a working gap of  $\delta=1.5$ ,  $\delta=3$  mm. The dependence of the electromagnetic torque acting on the rotor on the angle of rotation of the rotor for the models under study was calculated in the range from the *d* axis (the field of the corresponding rotor poles is directed according to the field created energized stator phases) to the *q* axis (the field of the corresponding rotor poles is directed opposite to the field created energized stator phases) For the models under study, this range is 18°. The dependence of the electromagnetic torque on the angle of rotation of the rotor for the thickness of the magnets  $h_{pm}=10$  mm is shown in Fig. 3, *a*, which illustrates that the presence of teeth in the stator can increase the electromagnetic torque of an electric machine by about 25%. In fig. 3, *b* shows the maximum values of the electromagnetic torque depending on the thickness of the permanent magnets, the magnitude of the working gap for the two configuration options of the stator magnetic system (with teeth and without teeth).

Analyzing these curves, it should be noted that an increase in the thickness of the magnets leads to an increase in the maximum torque, however, the calculated value of the torque for magnets with a thickness of  $h_{pm}=15$  mm is only 1% higher than the value of the torque for magnets with a thickness of  $h_{pm}=10$  mm, therefore, taking into account the high cost of permanent magnets, the thickness of the magnets equal to 10 mm was accepted as optimal. It should be noted that the maximum value of the electromagnetic torque for a model with teeth on the stator and a working gap of  $\delta=3$  mm is larger than that of a model without teeth on the stator and a working gap of  $\delta=3$  mm is larger than that of a model without teeth on the stator and a working window is  $k_{fill factor}=0.19$  and for the model with a traditional winding with a round wire (J=5 A/mm<sup>2</sup>,  $k_{fill factor}=0.4$ ). The comparison results are as follows: for a model with printed windings, teeth on the stator and a working gap of  $\delta=1.5$  mm. For the size of the working gap equal to  $\delta=3$  mm, the maximum values of the electromagnetic torque are respectively equal:  $M_{pw}=3.9$  Nm;  $M_{tw}=1.9$  Nm.



E:a	- 7
FIQ.	

Name	Value
Stator Outer Diameter – $D_a$ , mm	195
Stator Inner Diameter – $D_i$ , mm	144
Magnets Diameter – D <sub>pm</sub> , mm	25
Magnet Thickness – $h_{pm}$ , mm	10
Number of magnets $-n_{pm}$ ,	20
Type of magnets	N42
Width of the conductive layer $-b_{layer}$ , mm	12
The number of layers in the circuit board $-k_{layer}$	18
Thickness of one conductive layer $-h_{layer}$ , mm	0.05
The thickness of the printed winding $-h_{pw}$ , mm	3.3
The number of turns in one layer $-W_1$	4
The number of turns in one winding – W <sub>coil</sub>	68
Coil width in each layer – b <sub>coil</sub>	2.4
The distance between the turns in each layer $-b_{b.t}$ , mm	0.5
Area of the one turn in the layer– $S_{1turn}$ , mm <sup>2</sup> ( $h_{layer} \times b_{coil}$ )	0.12
Winding window area $-S_{wa}$ , mm <sup>2</sup>	42.7
Area of copper in the winding window $-S_{Cu}$ , mm <sup>2</sup>	8.16
Winding window fill factor, k <sub>fill factor</sub>	0.19
Coil current density – $J$ , A/MM <sup>2</sup>	22
The number of ampere-turns in the $coil - IW$ , A	180
Phase current in the winding – $I_{ph}$ , A ( $J = 22 \text{ A/mm}^2$ )	2.64
Load current $-I_{load}$ , A ( $J = 22$ A/mm <sup>2</sup> )	3.4

Thereby, with the same area of the winding window, the use of the printed winding, despite a 2.1 times smaller value of the fill factor of the winding window, allows you to increase the maximum value of the electromagnetic moment by 52% due to a 4.4 times higher nominal current density in the printed winding.

According to the results of numerical studies, a prototype of an electric machine with multilayer printed windings on a stator was made, the main parameters of which are given in the table. It should be noted that the main purpose of manufacturing the prototype was to compare the calculated and experimental characteristics of the electric machine with printed windings, therefore, to simplify the design of the prototype, the working gap between the stator and rotor was  $\delta=3$  mm.

Fig. 4, *a* shows the main dimensions of the magnetic system of the prototype, and Fig. 4, *b* is a photograph of a multilayer printed winding (the photo shows half of the winding). The stator winding is three-phase. Each phase consists of 6 coils. In this case, two coils of each phase are turned on counter to the other coils. In fig. 4, *b* schematically shows the directions of currents in the coils of the printed winding, which can be schematically represented as follows: A1 (+), A2 (-), A3 (+), B1 (-), B2 (+), B3 (-), C1 (+), C2 (-), C3 (+), B4 (-), i.e. alternating three coils of each phase. This direction of currents in the coils and their alternation provides the maximum electromagnetic torque acting on the rotor of an electric machine with a ratio of (18 coils, 20 magnets). A multilayer printed winding is fixed on the stator core, which is a 10 mm thick ring core with triangular teeth made of lined electrical steel. The height of the teeth corresponds to the thickness of the printed winding. The dimensions of the tooth cross section are such that a permanent rotor magnet with a diameter of 25 mm can completely overlap the stator tooth.

The rotor core is made of structural steel, on which permanent cylindrical magnets are fixed; a multilayer printed winding is mounted on a stator with teeth made of lined electrical steel.





**Numerical and experimental studies.** At the next stage, the prototype of electric machine in the generator mode with active load was studied. The research mode is as follows: the phases of the generator are included in the "star", an active load is connected through a rectifier bridge with six diodes (Fig. 5). In



this case, 6 windings of each phase were connected in series. Tests of the prototype and numerical simulation of the corresponding computer model were carried out. In numerical and experimental studies, the following values of the rotor speed of the generator were set: n=1250rpm; *n*=1500 rpm and several values of the active resistance of the load:  $R_{\text{load}}=22, 45,$ 67, 1000 Ohms.

Fig. 6, *a* shows the dependences of the voltage at the load, and Fig. 6, *b* – power in the load from the load current at the rotor speed of 1250 and 1500 rpm. Analyzing the results shown in Fig. 6, it should be noted that the average discrepancy between the experimental and calculated values does not exceed  $\varepsilon$ =5.5%. At a nominal phase current equal to  $I_{\rm ph}$ =2.64 A, the current in the load is  $I_{\rm load}$ =3.4 A. At this current and rotation speed *n*=1500 rpm, the power in the load was equal to  $P_{\rm load}$ =780 W, the current density in the windings at this current was *J*=22 A / mm<sup>2</sup>. However, with such a high current density, intense heating of the printed windings was not observed; the windings did not heat above 80 °C. Short-term (up to *t*=2 min) the current density can be increased to *J*=38 A/mm<sup>2</sup>, in this case the power at *n*=1500 rpm is  $P_{\rm load}$ =1000 W.



The discrepancy between the calculated and experimental values does not exceed 5.5%. This indicates the adequacy of the calculation models and the calculation results can justifiably be applied to other power values of generators with a different configuration of the magnetic system and its other sizes. Additional numerical studies of an electric machine with printed windings in the generator mode were carried out with a working gap of  $\delta$ =1 mm and a rotational speed of *n*=3000 rpm.

Fig. 7 shows the dependences of the voltage and power of the generator on the phase current of the model without teeth and with teeth on the stator at a rotor speed of n=3000 rpm. With a nominal phase current equal to  $I_{\rm ph}=2.64$  A, the nominal phase voltage for the model without teeth is  $U_{\rm ph}=175$  V, the rated power in the generator mode for this model is  $P_{\rm load}=1470$  W. For the model with teeth, the nominal phase



voltage is significantly higher than  $U_{\rm ph}=250$  V, and the power is  $P_{\rm load}=2000$  W. Thus, the use of a stator with teeth made it possible to increase power by 27%.

**Conclusions.** The proposed models will allow to fulfill calculations of electromechanical processes in an electric machine with axial flow, permanent magnets and multilayer printed windings. For given sizes of an electric machine with multilayer printed windings (outer diameter of the stator, axial length of the stator), numerical studies were carried out and the optimal thickness of permanent magnets was determined at which the maximum value of the electromagnetic torque is reached. Also, as a result of numerical studies, it

was found that the presence of teeth on the stator allows you to increase the electromagnetic torque of the electric machine by about 25% compared with the version of the magnetic system without teeth on the stator.

A prototype of an electric machine with multilayer printed windings was made and the dependences of voltage and power in the generator mode were determined. The discrepancy between the calculated and experimental values does not exceed 5.5%. This indicates the adequacy of the calculation models and the calculation results can justifiably be applied to other values of the power of generators with a different configuration of the magnetic system and its other sizes.

The work was performed on the budget theme "Development of scientific bases and development of principles of construction of electromechanical energy converters with permanent magnets and magnetic reducers". State registration number  $N_{2}$  7/7 / 3-135 of 04/25/2019.

1. Yan G., L. Hsu, J. Wang, M. Tsai and Wu X. Axial-Flux Permanent Magnet Brushless Motor for Slim Vortex Pumps. *IEEE Transactions on Magnetics*. 2009. Vol. 45. No 10. Pp. 4732-4735. DOI: <u>https://doi.org/10.1109/TMAG.2009.2022499</u>

2. Wu J. Design of a miniature axial flux flywheel motor with PCB winding for nanosatellites. International Conference on *Optoelectronics and Microelectronics*. Changchun. China. 23-25 Aug. 2012. Pp. 544-548. DOI: https://doi.org/10.1109/ICoOM.2012.6316334

3. Tsai M. and Hsu L. Design of a Miniature Axial-Flux Spindle Motor With Rhomboidal PCB Winding. *IEEE Transactions on Magnetics*. 2006. Vol. 42. No 10. Pp. 3488-3490. DOI: https://doi.org/10.1109/TMAG.2006.879438

4. Jang G. H. and Chang J. H. Development of an axial-gap spindle motor for computer hard disk drives using PCB winding and dual air gaps. *IEEE Transactions on Magnetics*. 2002. Vol. 38. No 5. Pp. 3297-3299. DOI: https://doi.org/10.1109/TMAG.2002.802292

5. Ying-Chi Chuo, Chien-Chang Wang, Chien-Sheng Liu, Hsing-Cheng Yu, Yu-Hsiu Chang and Ji-Bin Horng. Development of a miniature axial-field spindle motor. *IEEE Transactions on Magnetics*. 2005. Vol. 41. No 2. Pp. 974-976. DOI: <u>https://doi.org/10.1109/TMAG.2004.842139</u>

6. Neethu S., Nikam S. P., Singh S., Pal S., Wankhede A. K. and Fernandes B. G. High-Speed Coreless Axial-Flux Permanent-Magnet Motor With Printed Circuit Board Winding. *IEEE Transactions on Industry Applications*. 2019. Vol. 55. No 2. Pp. 1954-1962. DOI: <u>https://doi.org/10.1109/TIA.2018.2872155</u>

7. Wang X., Li C. and Lou F. Geometry Optimize of Printed Circuit Board Stator Winding in Coreless Axial Field Permanent Magnet Motor. 2016. *IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC)*. 2016. Hangzhou. Pp. 1-6. DOI: <u>https://doi.org/10.1109/VPPC.2016.7791695</u>

8. Marignetti F., Volpe G., Mirimani S. M. and Cecati C. Electromagnetic Design and Modeling of a Two-Phase Axial-Flux Printed Circuit Board Motor. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2018. Vol. 65. No 1. Pp. 67-76. DOI: <u>https://doi.org/10.1109/TIE.2017.2716865</u>

9. ThinGap high power density brushless motors. URL: https://www.thingap.com/

10. Dobzhanskyi O., Hossain E., Amiri E., Gouws R., Grebenikov V., Mazurenko L., Pryjmak M. and Gamaliia R. Axial-Flux PM Disk Generator with Magnetic Gear for Oceanic Wave Energy Harvesting. *IEEE* Access. 2019. Vol. 7. Pp. 44813-44822. DOI: <u>https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2908348</u>

#### УДК 621.313.8 ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ МАШИНА С ОСЕВЫМ МАГНИТНЫМ ПОТОКОМ, ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТАМИ И МНОГОСЛОЙНЫМИ ПЕЧАТНЫМИ ОБМОТКАМИ.

В.В. Гребеников<sup>1</sup>, докт. техн. наук, Р.В. Гамалея<sup>1</sup>, канд. ф-мат. наук, А.Н. Соколовский<sup>2</sup> <sup>1</sup>Институт электродинамики НАН Украины, пр. Победы, 56, Киев, 03057, Украина, e-mail: elm1153@gmail.com <sup>2</sup>ГП «Гальванотехника» ПАО «Киевский завод «Радар» ул. Предславинская, 35, Киев, 03150, Украина, e-mail: a.sokolovskyy.72@gmail.com

Применение печатных обмоток в электрических машинах с постоянными магнитами и осевым магнитным потоком позволяет уменьшить их осевой размер и существенно увеличить плотность тока в обмотках. Экспериментальные исследования печатных обмоток на нагрев подтвердили, что при плотности тока  $J = 22 \ A/mm^2$  установившаяся температура печатных обмоток не превышает 80 °C. Для заданных размеров электрической машины с осевым магнитным потоком, постоянными магнитами и многослойными печатными обмотками (наружный диаметр статора, осевая длина статора) проведены численные исследования и определена оптимальная толщина постоянных магнитов, при которой достигается максимальное значение электромагнитного момента. Также в результате численных исследований установлено, что наличие зубцов на статоре позволяет увеличить электромагнитный момент электрической машины примерно на 25% по сравнению с вариантом магнитной системы без зубцов на статоре. Изготовлен опытный образец электрической машины с многослойными печатными обмотками и определены зависимости напряжения и мощности в генераторном режиме при подключении обмоток через диодный мост выпрямителя к активной нагрузке. Расчетная модель генератора адекватно описывает физическую модель.
расчетными и экспериментальными значениями не превышает  $\varepsilon = 5.5\%$ . Расчет характеристик исследуемых генераторов проводится в пакетах программ Infolytica MotorSolve и Magnet. Бібл. 10, рис. 7, табл. 1.

*Ключевые слова*: постоянные магниты, печатные обмотки, электромагнитный момент, внешние характеристики, экспериментальный образец.

#### УДК 621.313.8

## ЕЛЕКТРИЧНА МАШИНА З ОСЬОВИМ МАГНІТНИМ ПОТОКОМ, ПОСТІЙНИМИ МАГНІТАМИ І БАГАТОШАРОВИМИ ДРУКОВАНИМИ ОБМОТКАМИ

В.В. Гребеніков<sup>1</sup>, докт. техн. наук, Р.В. Гамалія<sup>1</sup>, канд. ф-мат. наук, А.Н. Соколовський<sup>2</sup> <sup>1</sup>Інститут електродинаміки НАН України, пр. Перемоги, 56, Київ, 03057, Україна, e-mail: elm1153@gmail.com <sup>2</sup>ДП «Гальванотехніка» ПАО «Київський завод «Радар» вул. Предславинська, 35, Київ, 03150, Україна, e-mail: a.sokolovskyy.72@gmail.com

Застосування друкованих обмоток в електричних машинах з постійними магнітами і осьовим магнітним потоком дозволяє зменшити їхній осьової розмір і суттєво збільшити щільність струму в обмотках. Експериментальні дослідження друкованих обмоток на нагрівання підтвердили, що при щільності струму  $J = 22 \ A/mm^2$  усталена температура друкованих обмоток не перевищує 80 °C. Для заданих розмірів електричної машини з осьовим магнітним потоком, постійними магнітами і багатошаровими друкованими обмотками (зовнішній діаметр статора, осьова довжина статора) проведені чисельні дослідження і визначена оптимальна товщина постійних магнітів, при якій досягається максимальне значення електромагнітного моменту. Також у результаті чисельних досліджень встановлено, що наявність зубців на статорі дає змогу збільшити електромагнітний момент електричної машини приблизно на 25% в порівнянні з варіантом магнітної системи без зубців на статорі. Виготовлено дослідний зразок електричної машини з багатошаровими друкованими обмотками і визначено залежності напруги і потужності в генераторному режимі при підключенні обмоток через діодний міст випрямляча до активного навантаження. Розрахункова модель генератора адекватно описує фізичну модель. Розбіжність між розрахунковими і експериментальними значеннями не перевищує  $\varepsilon = 5.5\%$ . Розрахунок характеристик досліджуваних генераторів проводиться в пакетах програм Simcenter MagNet i Simcenter MotorSolve. Бібл. 10, рис. 7, табл. 1

Ключові слова: постійні магніти, друковані обмотки, електромагнітний момент, зовнішні характеристики, експериментальний зразок.

Роботу виконано за бюджетною темою «Розвиток наукових основ і розробка принципів побудови електромеханічних перетворювачів енергії з постійними магнітами та магнітними редукторами». Номер державної реєстрації № 7/7/3-135 від 25.04.2019.

Надійшла 10.01.2020

# DOI: https://doi.org/10.15407/techned2020.02.036

# ASYNCHRONOUS MOTOR DRIVE INTERHARMONICS CALCULATION BASED ON GENERALIZED FOURIER SERIES OF SEVERAL VARIABLES

#### Verbytskyi I.V.\*, Zhuikov V.J.\*\* National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institue", pr. Peremohy, 37, Kyiv, 03056, Ukraine, e-mail: verbitskiy@bigmir.net.

In the paper impact of low-frequency interharmonics on AC devices, in particular asynchronous motors is described. It is shown that because of the indefinite time interval of measurement, interharmonics detection and calculation is complicated. To improve the method of interharmonics calculating, we propose to use a generalized Fourier series of several variables and outline the basic theoretical principles for its use. The example of an adjustable electric drive of an asynchronous motor based on developed theoretical method shows the influence of interharmonics on the motor magnetization. A model of asynchronous electric drive in MatLab Simulink® environment confirms that the error of calculation of interharmonics based on the generalized Fourier series does not exceed 5%. References 10, figures 5. **Key words**: interharmonics; asynchronous motor drive; generalized Fourier series of several variables.

**Introduction.** Periodic changes in the electrical parameters of AC power grid systems or individual loads with frequency  $f_{per}$ , not a multiple of the power grid frequency  $f_g$  cause the appearance of interharmonics [1] with frequencies  $f_i$ 

$$f_i = m_1 f_g \pm m_2 f_{per},\tag{1}$$

where  $m_1$ ,  $m_2$  are integer numbers.

Particular danger is posed by interharmonics, whose frequency  $\omega_i$  is less than the frequency of the power grid,  $f_i < f_g$ , since they are not suppressed by the power grid input filters. The appearance of low-frequency interharmonics is especially critical for electric machines and causes overheating, vibration, which impair the stability of their operation and can disrupt them [2].

Detection of interharmonics requires analysis of grid voltage waveform over a longer time interval than one period. This time period is not fixed and depends on the frequency of the harmonics, which complicates the spectrum analysis.

In most countries, various techniques are available for the detection of interharmonics, such as in EU standards IEC 61000-4-7 [3], EN 50160 and the Ukrainian standard DSTU EN 50160: 2014 [4] derived from it, measurement time interval duration is 10 periods of grid voltage, i.e. 0.2 sec. This approach theoretically allows to determine integramonics whose frequency is not less than 5 Hz. In IEC 61000-4-30 [5], it is recommended to perform short-term time intervals (up to 3 sec), short (up to 10 min) and long (up to 2 hours) to determine interharmonics over a wide frequency range.

However, due to the uncertainty of the measurement period and the effect of "harmonic absorption" [3], the use of numerical methods for the determination of interharmonics leads to significant calculation errors. Therefore, in order to identify of interharmonic components and analyze their impact on electric machines, it is advisable to simulate the operation of electric drives of electric machines. For this purpose, a number of methods are proposed, among which it is advisable to distinguish the window Fourier transform, the wavelet transform [6], the Fourier series of two variables [7]. The vast majority of electric machines are asynchronous motors powered by an adjustable electric drive based on semiconductor converters of electrical energy. Therefore, the Fourier series of two variables, which allows to divide the influence on the voltage spectrum of the modulating and carrier functions, allows to describe the supply voltage of the engine in a compact analytical form and effectively search for interharmonic components.

However, for the more efficient detection of interharmonics that magnetize the induction motor [8], it is necessary to generalize the Fourier series and to add variables corresponding to disturbances in the power supply system and lead to the appearance of the interharmonics.

In the paper, based on the generalized Fourier series, the effect of low-frequency interharmonics on the asynchronous motor magnetization is analyzed.

**Generalized Fourier series of several variables.** Let consider the Fourier series of M variables  $x_1$ ,  $x_2$ , ...,  $x_M$ , where the variable  $x_1=2\pi f_H$  is phase of carrier function with frequency  $f_H$ ; variable  $x_2=2\pi f_M$  is phase

<sup>©</sup> Verbytskyi I.V., Zhuikov V.J., 2020

ORCID ID: \* https://orcid.org/0000-0001-7275-5152; \*\* https://orcid.org/0000-0002-3338-2426

of the modulating function with frequency  $f_M$ ; the variables  $x_3, ..., x_M$  are phases of the components of the voltage caused by the load switching, with frequencies  $f_{per(1)}, ..., f_{per(M-2)}$ . The coefficients of the series  $A_{(m1)(m2)..(mM)}$  and  $B_{(m1)(m2)..(mM)}$  allow to describe the signal in the time domain

$$\Phi(x_{1}, x_{2}, ..., x_{M}) = \frac{1}{2} A_{(0)...(0)} + \sum_{m_{1}=1}^{\infty} \left( A_{m_{1}..0} \cos(m_{1}x_{1}) + B_{m_{1}..0} \sin(m_{1}x_{1}) \right) + \\\sum_{m_{2}=1}^{\infty} \left( A_{(0)..(m_{2})(0)} \cos(m_{2}x_{2}) + B_{(0)..(m_{2})(0)} \sin(m_{2}x_{2}) \right) + ... + \\+ \sum_{m_{M}=1}^{\infty} \left( A_{(0)..(m_{M})} \cos(m_{M}x_{M}) + B_{(0)..(m_{M})} \sin(m_{M}x_{M}) \right) + \\\sum_{m_{2}=1}^{\infty} \sum_{m_{1}=1}^{\infty} \left( A_{(m_{1})(m_{2})..(0)} \cos(m_{2}x_{2} + m_{1}x_{1}) + B_{(m_{1})(m_{2})..(0)} \sin(m_{2}x_{2} + m_{1}x_{1}) \right) + \\+ \sum_{m_{3}=1}^{\infty} \sum_{m_{1}=1}^{\infty} \left( A_{m_{1}0m_{3}..0} \cos(m_{3}x_{3} + m_{1}x_{1}) + B_{m_{1}0m_{3}..0} \sin(m_{3}x_{3} + m_{1}x_{1}) \right) + ... + \\+ \sum_{m_{M}=1}^{\infty} \sum_{m_{1}=1}^{\infty} \left( A_{m_{1}..m_{M}} \cos(m_{M}x_{M} + m_{1}x_{1}) + B_{m_{1}..m_{M}} \sin(m_{M}x_{M} + m_{1}x_{1}) \right) + ... + \\+ \sum_{m_{M}=1}^{\infty} \sum_{m_{2}=1}^{\infty} \sum_{m_{1}=1}^{\infty} \left( A_{(m_{1})(m_{2})..(m_{M})} \cos\left(\sum_{i=1}^{M} m_{i}x_{i}\right) + B_{(m_{1})(m_{2})..(m_{M})} \sin\left(\sum_{i=1}^{M} m_{i}x_{i}\right) \right).$$

The spectral components of  $C_{(m1)(m2)..(mM)} = A_{(m1)(m2)..(mM)} + jB_{(m1)(m2)..(mM)}$  of the Fourier series of M variables are calculated by the formula

$$C_{(m_1)(m_2)..(m_M)} = \frac{1}{2\pi^M} \int_0^{2\pi V} \dots \int_0^{2\pi} y(x_1, x_2, \dots, x_M) e^{j \sum_{i=1}^M m_i x_i} \prod_{i=1}^M dx_i,$$
(3)

where V is determined on the basis of the smallest multiple periods of the M signals that take part in the formation of the modulated signal.

In this case, the variable  $x_1$  corresponds to the carrier function  $y_M$ ,  $x_2$  to the modulating function  $y_H$ ,  $x_3..x_M$  to the perturbing factors that form the interharmonic components of  $y_{per(1)}$ .  $y_{per(M-2)}$ .

The set of spectral components  $C_{(m1)(m2).(mM)}$  contains complete information about the modulated signal at an arbitrary ratio of the frequencies of M components that take part in the formation of the modulated signal. If the relationship between the variables  $x_1, x_2, ..., x_M$  of the modulated signal y in the M-dimensional space is known, it is possible to go to the time domain and calculate the spectrum consisting of the harmonics  $C_k$  of the given modulated signal.

If frequency of one or more components of the modulated signal is not a multiple of the frequency of the modulating function  $\omega_2$ , it is necessary to search for the smallest common multiple of periods  $T_1...T_M$ ,  $T_{Lcm} = Lcm(T_1, T_2,...T_M)$  such that for any *i* the condition that the multiplicity of the modulation  $P_{Lcm(i)}$  of any component of the modulated signal relative to the period  $T_{Lcm}$ ,  $P_{Lcm(i)} = T_{Lcm} / T_i$ , is an integer. In this case, the number *V* in formula (3) is calculated as

$$V = T_{Lcm} / T_2, \tag{4}$$

where  $T_2$  is modulating function period.

In this case, the first harmonic of the modulated signal  $C_1$  have a frequency  $\omega_{Lcm} = 2\pi / T_{Lcm}$ , and the frequency of the modulating function corresponds to the harmonic  $C_k$ 

$$C_{k} = \sum_{m_{1}=0}^{\infty} \sum_{m_{3}=-\infty}^{\infty} \dots \sum_{m_{M}=-\infty}^{\infty} C_{(m_{1})(k-V(m_{1}\cdot P+m_{3}P_{3}\dots+m_{M}P_{M}))(m_{3})(m_{4})\dots(m_{M})}.$$
(5)

The ratio of the number of independent variables M of the Fourier series and the ratio of the periods  $T_1..T_M$  is given by the principle of operation of the power supply system, the model of which is discussed in the next section.

**Power supply model of asynchronous motor electric drive.** The asynchronous motor electric drive is usually powered by a three-phase 3x380 V voltage. It consists of three phase uncontrolled bridge rectifier, a capacitive filter and a three-phase bridge inverter.

With the use of specialized modulation methods vector PWM or PWM with pre-modulation by the third harmonic [7] RMS value of the voltage at the output of the drive also reaches 380 V, which allows to maximize the use of motor torque.

Because of the ripple of the rectified voltage, the frequency of which is  $f_P=300$  Hz, in the three-phase voltage of the drive, interharmonics arise, the frequency and values of which depend on the frequency of the voltage generated by the inverter. To study the parameters of the interharmonics, we determine the voltage form on the filter capacitor. The model for determining the voltage on the filter capacitor is shown in Fig. 1.

The input link of the drive consists of a threephase system of voltages  $e_A$ ,  $e_B$ ,  $e_C$ , three-phase rectifier on the diodes  $VD_1$ - $VD_6$ , capacitor C of the DC link and a current source J(t) whose current corresponds to the input current of three-phase invertor. Since the high-frequency component of the drive phase current is almost completely eliminated by capacity C, the drive input current can be written as follows:



$$J(t) = |i_A(t)| + |i_B(t)| + |i_C(t)| = I_m (|\sin(2\pi f_r t)| + |\sin(2\pi f_r t - 2\pi/3)| + |\sin(2\pi f_r t - 4\pi/3)|),$$
(6)

where  $f_r$  is the motor rotation frequency,  $I_m$  is the amplitude of the motor phase current.

$$J(t) = 2I_m \cos(2\pi f_r t - \pi/6), \quad (n-1)\pi/3 \le 2\pi f_r t < n\pi/3, \quad n = 1, 2, 3, 4, 5, 6,$$
(7)

i.e. the current consumed by the drive is within  $J(t) \in [\sqrt{3I_m}; 2I_m]$  and has a ripple about 6.7%. Since the frequency of ripple of the rectified voltage  $f_p = 6f_g$  does not generally coincide with the frequency of ripple of the drive current  $f_c=6f_r$ , the voltage period on the capacitor TUc is calculated as the least common multiple of the ripple periods,  $T_{Uc}=Lcm(T_p; T_c)$ . Therefore, the expression for the voltage on the capacitor can be directly written only if it coincides with the voltage of the grid

$$u_c(x_3) = U_m \cos((x_3 - \pi)/6), \phi_1 \le x_3 < \phi_2,$$
(8)

where  $x_3=2\pi f_p t$ ,  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  are angles that determine the open state interval of the rectifier diodes.

The angle  $\varphi_1$  also determines the ripple coefficient of the rectified voltage  $K_P$ 

$$K_P = 0.5 [1 - \cos((\varphi_1 - \pi) / 6)].$$
(9)

The voltage dependence on the interval  $\phi_2 \leq \phi < 2\pi + \phi_1$ , calculated from the differential equation

$$C\frac{du_c}{dx_3} = -J\left(x_2 + \varphi_0\right),\tag{10}$$

where  $x_2=2\pi f_r t$ ,  $\varphi_0$  is initial phase of the current relative to the period beginning of rectified voltage.

The expression for describing the current of the drive (6) is piecewise continuous, so when the current phase output of the continuity range, it becomes incorrect. Given this, for the correct solution of the differential equation, it is advisable to set the expression to calculate the current in the form

$$J(x_2 + \phi_0) = 2I_m \cos\left(x_2 + \phi_0 - \pi / 6 - \pi / 3\left\lfloor \frac{x_2 + \phi_0 - \pi / 6}{\pi / 3} \right\rfloor\right),$$
(11)

that allows to correctly set the current form at an arbitrary interval.

To calculate the angle  $\varphi_2$  at which the rectifier diodes are closed, it is sufficient to calculate the derivative of the rectified voltage (8) and substitute in formula (10)

$$\varphi_2 = 6 \arcsin\left(\frac{6J(x_2 + \varphi_0)}{U_m C}\right) + \pi.$$
(12)

The value of the parameter  $\varphi_0$  in the calculation of the interharmonics can be considered as the accumulation of the phase difference between two quantities - the frequency of the pulsation of the rectified voltage and the angular frequency of the motor relative to the variable  $x_2$ 

$$\varphi_0 = x_2 - x_2 P_2, \tag{13}$$

where  $P_2$  is the multiplicity of the frequency of grid voltage ripple relative to the motor angular frequency,  $P_2=x_3/x_2$ .

The analytical expression of the voltage at the interval  $\phi_2 \leq \phi \leq 2\pi + \phi_1$  is a solution of the differential equation (10)

$$u_{c}(x_{3}) = -\frac{1}{C} \int_{\varphi_{2}}^{x_{3}} J\left(x_{2} + \varphi_{0}\right) dx_{3}^{\prime} = -\frac{1}{C} \int_{\varphi_{2}}^{x_{3}} J\left(2\frac{x_{3}^{\prime}}{P_{2}} - x_{3}^{\prime}\right) dx_{3}^{\prime} = U_{m} \cos((\varphi_{2} - \pi)/6) + \frac{12I_{m}P_{2}}{C(2 - P_{2})} \left(\sin\left(\left(x_{3}\frac{2 - P_{2}}{6P_{2}} - \pi/3\left\lfloor\frac{x_{3}}{\pi/3}\frac{2 - P_{2}}{6P_{2}}\right\rfloor\right) - \pi/6\right) - \frac{12I_{m}P_{2}}{(14)} - \frac{12I_{m}P_{2}}{C(2 - P_{2})} \left(\exp\left(\left(x_{3}\frac{2 - P_{2}}{6P_{2}} - \pi/3\left\lfloor\frac{\varphi_{2}}{\pi/3}\frac{2 - P_{2}}{6P_{2}}\right\rfloor\right) - \pi/6\right) + \left\lfloor x_{3} - \varphi_{2} \rfloor \frac{2 - P_{2}}{6P_{2}} \rfloor\right)\right).$$

These calculations are used to calculate the interharmonics based on a Fourier series.

**Calculation of spectral components of the Fourier series.** According to the considered the electric drive model, the electric drive current interharmonics are formed because of the interaction of three processes: the ripple of the rectified and filtered voltage with frequency  $f_p$ , the ripple of the total current of the actuator with frequency  $f_c$  and the frequency of the modulation carrier function of the electric drive current. Therefore, it is advisable to use three variables, M=3, in the Fourier series, namely  $x_1=2\pi f_H$ ,  $x_2=2\pi f_r t$ ,  $x_3=2\pi f_p t$ , to determine the interharmonics that occur in the system. In this case, the expression for the calculation of the spectral components  $C_{(m1)(m2)(m3)}$  under the condition of voltage modulation by unipolar PWM with the pre-modulation of the third harmonic is equal to

$$C_{(m_{1})(m_{2})(m_{3})} = \frac{1}{2\pi^{3}} \int_{0}^{2\pi V} e^{jm_{2}x_{2}} \begin{pmatrix} \pi^{(1+\mu^{*}(\sin(x_{2}^{\prime})+a^{*}\sin(3x_{2}^{\prime})))} \\ \int_{\pi^{(1-\mu^{*}(\sin(x_{2}^{\prime})+a^{*}\sin(3x_{2}^{\prime})))} e^{jm_{1}x_{1}} dx_{1} \end{pmatrix} \times \\ \times \begin{pmatrix} \varphi_{2}(x_{2}) \\ \int_{\varphi_{1}(x_{2})} U_{m} \cos((x_{3}-\pi)/6) e^{jm_{3}x_{3}} dx_{3} + \int_{\varphi_{2}(x_{2})}^{2\pi+\varphi_{1}(x_{2})} u_{C}(x_{3}) e^{jm_{3}x_{3}} dx_{3} \end{pmatrix} dx_{2},$$
(15)

where  $x_2^{\prime}$  is the fixed value of variable  $x_2$  at the beginning of each subsequent period.

When calculating the spectrum of voltage, phase with a given ratio of PWM frequencies of the voltage and electric drive, to the formula (5) substitutes the corresponding values of the modulation multiplicities  $P=x_1/x_2$  and  $P_3=x_3/x_2$  taking into account the phase shift of phases *B* and *C* relative to the phase *A*. The total value of the voltage harmonic with number *k*,  $C_{\Sigma(k)}$  is determined by the formula

$$C_{\Sigma(k)} = C_{A(k)} + C_{B(k)} + C_{C(k)},$$
(16)

where  $C_A(k)$ ,  $C_{B(k)}$ ,  $C_{C(k)}$  are the harmonic values of the respective inverter phases.

For the case of the modulation ratio P=30,  $P_3=5/3$ , the modulation depth  $\mu=0.5$ , the modulated voltage spectrum of the motor phase, calculated by formulas (5) - (15) is shown in fig. 2: for the rectified voltage without pulsations (ideal filter), which are shown black, and with a voltage ripple factor  $K_P=6.7$  % (without filter), which caused the interharmonics shown in gray.

For the case  $P_3=5/3$ , "basic harmonics", multiple motor rotation frequency, have multiple numbers of three, n=3, 9, 15, 2k + 1, the harmonic that sets the motor rotation frequency n=3. Odd harmonics, not multiples of three are interharmonics formed as a result of the modulation of the motor phase voltages by the pulsation of the rectified voltage.



It is clear that, in practice, the voltage ripple coefficient and, as a consequence, the values of the interharmonics are much smaller, but even they can cause significant motor magnetization. The following section analyzes the quantitative indicators of the negative influence of interharmonics, depending on the value of parameter  $P_3$  and the capacity of the rectifier filter.

Analysis of the influence of interharmonics on the asyncronous motor. The interharmonics create additional magnetization for the induction motor, which reduces its output power. Unlike higher harmonics caused by voltage modulation, interharmonics caused by rectified voltage ripple can have a frequency lower or in the same order as the main harmonic and are therefore not suppressed by the filter. Therefore, interharmonics can significantly magnetize the asynchronous motor, which can be estimated with magnetization coefficient *B* calculated by the formula

$$B = n_1 \sqrt{\sum_{k=1}^{q} \frac{C_{i(k)}^2}{k^2} \cdot (I_{\max})^{-1}},$$
(17)

where  $n_1$  is the fundamental harmonic number,  $C_{i(k)}$  is interharmonic RMS value with number k,  $I_{max}$  is the nominal value of the motor phase current.

Dividing by the number of interharmonic k in formula (17) defines an increase in the magnetizing effect of the steel of the motor with decreasing frequency of the interharmonic. The number of interharmonics q affecting the motor magnetization is determined depending on the cutoff frequency of the filter  $f_{cutoff}$ , which is usually chosen so that the group of higher harmonics formed around the harmonic with the number  $n_1 \cdot P$  is completely suppressed [9,10]. Therefore, the cutoff frequency of the filter is set from the condition  $f_{cutoff} \approx n_1 \cdot P/2$ . This cutoff frequency  $f_{cutoff}$  is used to estimate the number of interharmonics q

$$q = [f_{cutoff} / f_1], \tag{18}$$

where  $f_1$  is frequency of first harmonic.

As usual, the modulation frequency P is chosen in such way that the PWM frequency is equal to or greater than 20 kHz to eliminate acoustic noise, so it is advisable to select a 10 kHz filter cutoff frequency,  $f_{cutoff} = 10$  kHz.

The effect of interharmonics on the magnetization of the motor steel by the formula (17) is estimated for different levels of ripple of the rectified voltage  $K_P$ , starting from the maximum value  $K_{Pmax}$ =6.7%, to the minimum value  $K_{Pmin}$ =0%. The coefficients of *B* are calculated for the modulation depths  $\mu$  in the range [0.1; 1] for  $\mu$ =1 and motor rotation frequency  $f_c$  in the range [1 Hz; 100 Hz] with step  $\Delta f$ =1 Hz.

The dependence of the coefficient *B*, formula (17), on the ripple coefficient  $K_P$  and the motor rotation frequency  $f_c$  for the modulation depth  $\mu=1$  is shown in aig. 3, *a*, Fig. 3, *b* shows the value of the coefficient *B* for case  $K_P=6.7\%$ .



Fig. 3

As can be seen from the figures above, the coefficient B has the highest value for the rotation frequency with the largest multiple period  $f_{cmax}$ =97 Hz, for which B=0.071.

To verify the obtained data, a MatLab Simulink<sup>®</sup> model shown in fig. 4 is used. It consists of models of an input rectifier with diodes VD1-VD6, a capacitive filter with capacitor C and a three-phase inverter with transistors VT1-VT6. The control system of the three-phase inverter based on the reference voltage sources Ima, Imb, Imc containing the third harmonic, generates a PWM control signal of the inverter transistors.



In fig. 5, *a* a typical diagram of the current of an inverter phase with interharmonics is shown and its spectrum for the case of the rotation frequency of the drive  $f_c=33$  Hz is shown in fig. 5, *b*. In this case the period, over which the spectrum is calculated, is determined as least common multiple of the periods of rectified voltage ripple and the period of rotation of the motor:  $T_{Lcm}=Lcm(T_C, T_p)=1/3$ . Therefore, the harmonic number of the rotating engine is  $k_r=T_{Lcm}/T_C=11$ .



Due to the presence in the current spectrum of the interharmonics with numbers k = 39, k = 61, the motor phase currents have a distorted shape, that impairs the motor operating mode and creates additional magnetization. The current spectrum calculated using the generalized Fourier series in previous chapter is tested via Simulink model. Comparison of the obtained results proves that the error of the results obtained on the basis of the Fourier series does not exceed 5%.

**Conclusions.** The interharmonics that arise as result of the modulation of the grid voltage by the processes of changing load resistances impair the operation of electrical devices connected to the power grid, in particular asynchronous motors. In the paper for the interharmonic components analysis we propose the use of a generalized Fourier series of several variables. On the example of a regulated electric drive, the

possibility of interharmonics arise because of presence of a rectified voltage ripple is analyzed. It is shown that the highest influence of the interharmonics is observed at the rotational frequencies of the motor, which are not multiples of the frequency of the grid. In this case the motor magnetization can reach 7.1%. The obtained results were tested on the Simulink model and it is shown that the error of the results does not exceed 5%.

1. Testa A., Akram M. F., Burch R., Carpinelli G., Chang G., Dinavahi V., Xu, W. Interharmonics: Theory and Modeling. *IEEE Transactions on Power Delivery*. 2017. Vol. 22. No 4. Pp. 2335–2348. DOI: https://doi.org/10.1109/tpwrd.2007.905505.

2. Soltani H., Davari P., Zare F., Blaabjerg F. Effects of Modulation Techniques on the Input Current Interharmonics of Adjustable Speed Drives. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2018. Vol. 65. No 1. Pp. 167–178. DOI: https://doi.org/10.1109/tie.2017.2721884.

**3.** IEC 61000-4-7:2002. Electromagnetic Compatibility - Testing and Measurement Techniques – General Guide on Harmonics and Interharmonics Measurements and Instrumentation, for Power Supply Systems and Equipment Connected thereto. CELNEC. 2002, 71 p.

4. EN 50160:1999. Voltage characteristics of electricity supplied by public distribution systems. CENELEC. 1999, 44 p.

5. IEC 61000-4-30:2003. Testing and measurement techniques – Power quality measurement methods. CENELEC. 2003, 60 p.

**6.** Osipov D.S., Lyutarevich A.G., Garipov R.A., Gorunov V.N., Bubenchikov A.A.. Applications of wavelet transform for analysis of electrical transients in power systems: The Review. *Przegląd Elektrotechniczny*. 2016. No 4. Pp. 162-165. DOI: https://doi.org/10.15199/48.2016.04.35.

7. Holmes D.G., Lipo T.A. Pulse width modulation for power converters. Theory and practice. IEEE Press Series on Power Engineering. 2003. 724 p.

**8.** Ghaseminezhad M., Doroudi A., Hosseinian S.H., Jalilian A. An Investigation of Induction Motor Saturation under Voltage Fluctuation Conditions. *Journal of Magnetics*. 2017. Vol. 22. No 2. Pp. 306–314. DOI: https://doi.org/10.4283/jmag.2017.22.2.306.

**9.** Verbytskyi Y.V. Double fourier series using for calculating modulating signals spectrum. *Tekhnihna Elektrodynami*ka. 2014. No 4. Pp. 96-98 (Rus.).

**10.** Verbytskyi Y.V. Spectrum calculation of frequency pulse modulation voltage using double Fourier series. Conference IEEE 3rd Workshop on *Advances in Information, Electronic and Electrical Engineering*, Riga. 2015. Pp. 1-4. DOI: https://doi.org/10.1109/AIEEE.2015.7367287.

#### УДК 621.314

## РАСЧЕТ ИНТЕРГАРМОНИК В АСИНХРОННОМ ЭЛЕКТРОПРИВОДЕ НА ОСНОВЕ ОБОБЩЕННОГО РЯДА ФУРЬЕ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Вербицкий Е.В., Жуйков В.Я.

НТУ Украины «Киевский политехнический институт им. И. Сикорского",

пр. Победы, 37, Киев, 03056, Украина, e-mail: verbitskiy@bigmir.net.

В статье описано влияние низкочастотных интергармоник на электрические устройства переменного тока, в частности, асинхронные двигатели. Показано, что через неопределенный временной интервал измерения их определение и расчет являются усложненным. Для улучшения методики расчета интергармоник предложено использовать обобщенный ряд Фурье нескольких переменных и описаны теоретические основы его использования. На примере регулированного электропривода асинхронного двигателя показано влияние интергармоник на подмагничивание двигателя с использованием разработанного теоретического аппарата. Для верификации полученных данных разработана модель асинхронного электропривода в среде MatLab Simulink<sup>®</sup> и подтверждено, что погрешность расчета интергармоник на основе обобщенного ряда Фурье не превышает 5 %. Библ. 10, рис. 5.

Ключевые слова: интергармоники, асинхронный электропривод, обобщенный ряд Фурье нескольких переменных.

#### РОЗРАХУНОК ІНТЕРГАРМОНІК В АСИНХРОННОМУ ЕЛЕКТРОПРИВОДІ НА ОСНОВІ УЗАГАЛЬНЕНОГО РЯДУ ФУРЬЄ ДЕКІЛЬКОХ ЗМІННИХ

Вербицький Є.В., Жуйков В.Я.

#### НТУ України «Київський політехнічний інститут ім. І. Сікорського",

пр. Перемоги, 37, Київ, 03056, Україна, e-mail: verbitskiy@bigmir.net.

У статті описано вплив низькочастотних інтергармонік на електричні пристрої змінного струму, зокрема асинхронні двигуни. Показано, що через невизначений часовий інтервал вимірювання, їхні виявлення і розрахунок є ускладненим. Задля покращення методики розрахунку інтергармонік запропоновано використовувати узагальнений ряд Фур'є декількох змінних та наведено основні теоретичні засади його використання. На прикладі регульованого електроприводу асинхронного двигуна показано вплив інтергармонік на підмагнічування двигуна з використанням розробленого теоретичного апарату. Для верифікації отриманих даних розроблено модель асинхронного електроприводу в середовищі MatLab Simulink<sup>®</sup> та підтверджено, що похибка розрахунку інтергармонік на основі узагальненого ряду Фур'є не первищує 5 %. Бібл. 10, рис. 5. Ключові слова: інтергармоніки, асинхронний електропривод, узагальнений ряд Фур'є декількох змінних.

Надійшла 13.01.2020

# РОЗРОБЛЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ДОПУСТИМИХ ПАРАМЕТРІВ РОБОЧИХ РЕЖИМІВ ЧАСТОТНО-КЕРОВАНОГО ЕЛЕКТРОПРИВОДУ ШТАНГОВОЇ НАФТОВИДОБУВНОЇ УСТАНОВКИ

# А.В. Маляр\*, докт.техн.наук, А.С. Андреїшин Національний університет "Львівська політехніка", вул. С. Бандери, 12, Львів, 79013, Україна, e-mail: <u>andrii.v.maliar@lpnu.ua</u>

Розглядаються проблеми регулювання частоти гойдань балансира верстата-гойдалки малопродуктивних нафтовидобувних свердловин, в яких видобування нафти здійснюється за допомогою штангових глибинних помп, пов'язані з їхнім переводом з періодичної експлуатації до неперервної. Розроблено математичну модель, яка дає можливість на основі комплексної моделі електроприводу, до якої входять математичні моделі верстата-гойдалки і приводного двигуна, вирішувати задачу регулювання частоти гойдань балансира у відповідності до зміни дебіту пласта. Від наповнення помпи рідиною залежить форма динамограми, а отже вона є основою для визначення закону зміни моменту навантаження. Запропоновано метод розрахунку статичних характеристик АД, який приводить в рух верстат-гойдалку, з урахуванням періодично-змінного моменту навантаження і моменту інерції рухомих частин. Розрахунок періодичних залежностей координат усталеного режиму електроприводу установки здійснюється шляхом розв'язування крайової задачі. Запропонована математична модель дає змогу визначати залежності струму, потужностей, електромагнітного моменту і інших важливих експлуатаційних параметрів від амплітуди і частоти напруги живлення АД з метою визначення гранично допустимих значень. Вона може бути використана для проектування та налагодження роботи частотно-регульованого електроприводу штангової глибиннопомпової установки, який забезпечує неперервну роботу малодебітної свердловини, узгоджену зі зміною дебіту пласта. Библ. 11, рис. 5.

*Ключові слова:* нафтовидобувна установка, малодебітна свердловина, асинхронний електропривод, стаціонарний режим, крайова задача, статичні характеристики, регулювання частоти.

Вступ. Видобування нафти із свердловин здебільшого здійснюється за допомогою верстатівгойдалок, які розміщені на поверхні землі і перетворюють обертальний рух кривошипного вала у зворотно-поступальний рух зв'язаної з плунжером помпи колони штанг. Для приводу верстатівгойдалок переважно використовують трифазні асинхронні двигуни (АД) [1–5]. Ефективність експлуатації штангової глибинно-помпової нафтовидобувної установки (ШГПУ) в значній мірі залежить від раціонального вибору електроприводу та налагодження системи керування.

Значна частина нафтових свердловин вичерпала свій ресурс і працює в режимі періодичної експлуатації, для якої характерною є часті зупинки, необхідні для наповнення свердловини нафтою [1, 2]. Така технологія видобування нафти з малодебітних свердловин потребує значних енерговитрат [3, 11].

Вибір обладнання й режиму його роботи повинні відповідати продуктивності пласта свердловини, яка з плином часу зменшується [2, 3, 9], внаслідок чого заповнення циліндра плунжерної помпи знижується до 40-60% [3]. Невідповідність частоти гойдань балансира притоку рідини до свердловини призводить до роботи установки зі значним незаповненням циліндра помпи, що не тільки різко знижує ефективність за рахунок зменшення коефіцієнта корисної дії, але й зумовлює збільшення споживання реактивної потужності.

Інтенсивність відбору нафти із свердловини визначається з одного боку конструктивними чинниками (довжиною ходу полірованого штока, передавальним числом редуктора та пасової передачі), а з другого – кількістю гойдань за хвилину балансира верстата-гойдалки, яка визначається кутовою частотою обертання кривошипа. Проте частота гойдань балансира за незмінного передавального числа механічної передачі повністю визначається частотою обертання ротора АД, яку можна регулювати за допомогою частотного перетворювача без зупинки роботи ШГПУ, що відповідає сучасним вимогам щодо економічності системи електроприводу та ефективності роботи установки в цілому.

Використання частотно-керованого електроприводу передбачає наявність автоматичної системи керування. У більшості випадків такі системи працюють на основі наперед заданого алгоритму,

<sup>©</sup> Маляр А.В., Андреїшин А.С., 2020

ORCID ID: \*http://orcid.org/0000-0001-7735-0592

виходячи з умов, які існують на час введення свердловини в експлуатацію [2, 9]. Це може призвести не тільки до зниження техніко-економічних показників, але й до появи аварійних режимів. Особливо це стосується випадків, коли зміною частоти обертання приводного двигуна намагаються досягти максимального дебіту.

Тому актуальною задачею є оптимізація роботи малодебітних свердловин [1, 5], спрямована на встановлення відповідності між притоком рідини і темпом її відбору. Для цього необхідно регулювати режим роботи верстата-гойдалки так, щоб він відповідав темпові наповнення свердловин нафтою з врахуванням її особливостей. Для більшості малодебітних свердловин оптимальним є режим, за якого під час роботи коефіцієнт заповнення помпи становить не менше від  $k_3$ =0,8. Цього досягають шляхом регулювання частоти напруги живлення приводного АД. Причому, оскільки для забезпечення неперервної роботи електроприводу ШГПУ необхідний діапазон зміни частоти обертання ротора АД є порівняно невеликим, то для цього достатнім є скалярне регулювання частоти напруги живлення [4], яке простіше від векторного. Задача регулювання частоти обертання ротора приводного АД по суті зводиться до зменшення частоти напруги живлення у відповідності до коефіцієнта заповнення помпи, про який можна судити, виходячи з аналізу форми динамограми [5] – залежності  $P_h^* = P_h^*(\alpha)$  – відносного значення сили, яка діє на балансир в точці підвішування штанг,



від переміщення плунжера помпи або від кута (α) повороту кривошипного вала (рис. 1).

Однак для цього необхідно визначити обмеження, які накладаються на систему електроприводу. Сформувати їх необхідно до вводу в експлуатацію установки за конкретних геологічних умов. Експериментально це здійснити неможливо через непомірні витрати. Найбільш доцільним і фактично єдино можливим є дослідження з використанням математичної моделі системи електроприводу ШГПУ, яка адекватно описує як механічну частину установки, так і електричний двигун і дає змогу виконати комплекс математичних експериментів з дослідження зміни моменту на валу АД, активної і реактивної потужностей, споживаного струму тощо. Зазначенні показники є основою для

автоматичного керування роботою ШГПУ і формування обмежень в регулюванні частоти за допомогою частотного перетворювача, які випливають з умов надійної роботи установки. Очевидно, що така модель має бути придатною для її використання в системах реального часу.

**Метою роботи** є розроблення математичної моделі, розрахунок допустимих параметрів робочих режимів електроприводу штангової нафтовидобувної установки та вирішення технічної задачі регулювання частоти гойдань балансира у відповідності до зміни дебіту свердловини.

Математична модель електроприводу ШГПУ. До математичної моделі електроприводу ШГПУ входять математичні моделі АД й верстата-гойдалки. Від їхньої адекватності залежить точність результатів розрахунку режимів роботи та характеристик електроприводу ШГПУ, а отже ефективність роботи системи керування. Оскільки розрахувати динамічний режим роботи АД з використанням класичних заступних схем неможливо, а польові математичні моделі потребують значних обчислювальних ресурсів, оптимальною є математична модель АД у вигляді диференціальних рівнянь (ДР), записаних з використанням теорії зображуючих векторів [10]. Математичну модель верстата-гойдалки, яка дає змогу однозначно визначати закони руху елементів верстата-гойдалки, зокрема, залежності їхніх лінійних та кутових переміщень від кута повороту кривошипа на підставі геометричних розмірів ланок перетворювального механізму, розроблено в [5]. В ній залежність кута повороту балансира від кута а повороту кривошипа, а отже і зв'язок між миттєвими значеннями частоти обертання ротора АД і частоти гойдань балансира визначаються на основі кінематичної схеми верстата-гойдалки.

Оскільки навантаження верстата-гойдалки є динамічним, то електромагнітні процеси в системі електроприводу ШГПУ як в перехідному режимі, так і в усталеному у будь-якій системі координат описуються системою ДР електричної і механічної рівноваги. Система ДР електричної рівноваги контурів статора АД в осях *x*, *y*, записана в функції часової координати в матрично-векторній формі має вигляд

$$\frac{d\Psi_{sxy}}{dt} = \Omega_0 \vec{\Psi}_{sxy} - R_s \vec{i}_{sxy} + \vec{u}_{sxy}, \qquad (1)$$

$$\frac{d\psi_{rxy}}{dt} = \Omega_0 \vec{\psi}_{rxy} + \Omega \vec{\psi}_{rxy} - R_r \vec{i}_{rxy} , \qquad (2)$$

де  $\vec{\psi}_{sxy}$ ,  $\vec{\psi}_{rxy}$ ,  $\vec{i}_{sxy}$ ,  $\vec{i}_{rxy}$ ,  $\vec{u}_{sxy}$ ,  $R_{s}$ ,  $R_r$  – вектори потокозчеплень, струмів, напруг живлення контурів

статора (s) й ротора (r) та діагональні матриці активних опорів;  $\Omega_0 = \frac{-\omega_0}{\omega_0}$ ;  $\Omega = \frac{-\omega_0}{\omega_0}$ 

допоміжні матриці, в яких  $\omega_0$  – кутова частота напруги живлення, а  $\omega$  – кутова частота обертання ротора.

Враховуючи змінний момент інерції рухомих частин системи електроприводу, рівняння механічної рівноваги має вигляд

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{p_0}{J} \left( M_e - M_c(t) - \frac{\omega}{2p_0} \frac{dJ}{dt} \right),\tag{3}$$

де J – приведений до валу двигуна момент інерції рухомих частин;  $p_0$  – кількість пар полюсів АД;  $M_c(t)$  – часова залежність моменту навантаження на валу АД, а  $M_e$  – електромагнітний момент, який визначається на основі потокозчеплень та струмів за формулою

$$M_e = 1.5 p_0 \left( \psi_{sx} i_{sy} - \psi_{sy} i_{sx} \right).$$

Система ДР (1) – (3) дає змогу визначити миттєві значення векторів потокозчеплень та струмів контурів АД при заданому значенні вектора  $\vec{u}_{sxy}$  прикладених напруг і законі зміни моменту навантаження з урахуванням насичення магнітопроводу. Для цього при обчисленні потокозчеплень та матриці диференціальних індуктивностей контурів використовуються криві намагнічування основного магнітного шляху та шляхів потоків розсіювання контурів статора і ротора [10].

Інтегруючи нелінійну систему ДР (1) – (3) одним із числових методів, можна розрахувати усталений режим роботи системи електроприводу ШГПУ, розглядаючи його як результат закінчення перехідного процесу. Однак такий шлях розрахунку усталеного режиму з метою частотного регулювання [4] непридатний як з причини витрат машинного часу, так і неможливості аналізу та оптимізації енергетичних показників з метою формування керуючих впливів.

Основою визначення закону зміни моменту  $M_c(\alpha)$  навантаження на валу АД від кута  $\alpha \in$  динамограма. Однак прикладений до валу АД момент  $M_c$  визначається не тільки динамограмою, але й кінематичною схемою верстата-гойдалки, масою та місцем розміщення на ньому зрівноважувальних вантажів [5], а також передавальним числом  $k_i$  від АД до кривошипа, яке визначається добутком передавальних чисел пасової передачі та редуктора

$$M_c(\alpha) = M_c(P_h^*(\alpha), k_i, k_\eta), \qquad (4)$$

де  $k_{\eta}$  – коефіцієнт, який враховує механічні втрати в трансмісії.

Внаслідок періодичної залежності  $P_h^*(\alpha)$  функція (4) є також періодичною. Отже розрахунок усталеного режиму установки полягає у визначенні функціональних періодичних залежностей координат впродовж періоду роботи верстата-гойдалки при заданих періодичних законах зміни моменту навантаження  $M_c(\alpha) = M_c(\alpha+2\pi)$  та моменту інерції  $J(\alpha) = J(\alpha+2\pi)$ .

Періодичний розв'язок системи ДР (1) – (3) у вигляді законів зміни координат на періоді з найменшим обсягом обчислень і відповідно мінімально можливими затратами часу можна отримати методом розв'язування крайової задачі [6 – 8]. А оскільки внаслідок залежності частоти обертання ротора АД від миттєвого значення величини прикладеного моменту тривалість часового періоду циклу роботи верстата-гойдалки наперед невідома, необхідно перейти до кутової координати – кута повороту кривошипа  $\alpha$  ( $0 \le \alpha \le 2\pi$ ). Система ДР (1) – (3) в функції кута  $\alpha$  має вигляд

$$\frac{d\Psi_{sxy}}{d\alpha} = \frac{k_i p_0}{\omega} \left( \Omega_0 \vec{\Psi}_{sxy} - R_s \vec{i}_{sxy} + \vec{u}_{sxy} \right);$$

$$\frac{d\Psi_{rxy}}{d\alpha} = \frac{k_i p_0}{\omega} \left( \Omega_0 \vec{\Psi}_{rxy} + \Omega \vec{\Psi}_{rxy} - R_r \vec{i}_{rxy} \right);$$
(5)

ω

$$\frac{d\omega}{d\alpha} = \frac{k_i p_0}{\omega} \frac{p_0}{J(\alpha)} (M_e - M_c(\alpha)) - \frac{\omega}{2J(\alpha)} \frac{dJ(\alpha)}{d\alpha}$$

Запишемо систему ДР (5) одним векторним рівнянням вигляду

$$\frac{d\vec{y}(\vec{x})}{d\alpha} = \vec{z}(\vec{y}, \vec{x}, \vec{u}, M_c, \alpha), \qquad (6)$$

де  $\vec{y} = colon(\psi_{sx}, \psi_{sy}, \psi_{rx}, \psi_{ry}, \omega); \quad \vec{x} = colon(i_{sx}, i_{sy}, i_{rx}, i_{ry}, \omega); \quad \vec{u} = colon(u_{sx}, u_{sy}, 0, 0); \quad \vec{z}$  – вектор правих частин системи ДР (5).

Для визначення функціональних залежностей компонент вектора  $\vec{x}$  на періоді шляхом розв'язування крайової задачі систему ДР (6) алгебризуємо, використовуючи апроксимацію координат на сітці вузлів періоду. Це дає змогу перейти від неперервних часових їхніх залежностей на періоді до дискретних значень. Здійснивши сплайн-апроксимацію координат на сітці *n* вузлів періоду у відповідності з викладеним в [8], отримаємо алгебричний аналог системи (6) у вигляді алгебричного рівняння, в якому компонентами векторів є вузлові значення координат на періоді

$$H\vec{Y} - \vec{Z} = 0, \qquad (7)$$

де H – блочно-діагональна матриця, елементи якої визначаються віддалями між вузлами [8];  $\vec{Y} = colon(\vec{y}_1,...,\vec{y}_n); \quad \vec{Z} = colon(\vec{z}_1,...,\vec{z}_n)$  – вектори, кожен з яких складений з *n* векторів вузлових значень відповідних змінних.

Розв'язком системи (7) є значення вектора  $\vec{X} = colon(\vec{x}_1,...,\vec{x}_n)$ , компонентами якого є вектори значень струмів контурів та частоти обертання ротора АД у вузлах періоду. Оскільки система алгебричних рівнянь (7) нелінійна, її розв'язування може бути здійснено одним із ітераційних методів, з яких найбільш ефективним є метод Ньютона. Однак він є локально збіжним, тому існує проблема збіжності ітераційного процесу. Для забезпечення його збіжності скористаємось методом продовження по параметру, суть якого у даному випадку полягає в дискретному нарощуванні вимушуючих сил. Проте до системи ДР (5) входять дві збурюючи дії: вектор прикладених напруг і зумовлений дією сили  $P_h^*(\alpha)$  момент  $M_c(\alpha)$  опору на валу АД. Очевидно, що одночасно нарощувати напругу живлення та момент навантаження пропорційно до деякої координати неможливо, оскільки ці величини зв'язані між собою нелінійно. Це, як правило, призводить до розбіжності ітераційного процесу. Тому задачу розрахунку стаціонарного періодичного режиму необхідно розв'язувати у два етапи [7]. На першому з них нарощуємо вектор  $\vec{U} = colon(\vec{u}_1,...,\vec{u}_n)$  вузлових значень прикладених напруг від нуля до номінального значення за умови близького до нуля постійного ковзання, якому відповідає усталений режим роботи АД за відсутності навантаження. Отримане значення вектора  $\vec{X}^{(0)} = colon(\vec{x}_1,...,\vec{x}_n)$  є початковою умовою для визначення координат режиму при заданому періодичному законі зміни моменту навантаження, тобто на другому етапі здійснюється розв'язування нелінійної системи (7) алгебричних рівнянь, суть якого полягає в наступному.

За визначеними з першого етапу розрахунку координат обчислюємо вектор нев'язок системи (7) при значенні вектора  $\vec{X} = \vec{X}^{(0)}$  й утворимо нелінійну систему рівнянь вигляду

$$H\vec{Y} - \vec{Z} = (1 - \lambda)\vec{Q}^{(0)}.$$

Зміна параметра  $\lambda$  від  $\lambda = 1$  до  $\lambda = 0$  еквівалентна зменшенню вектора нев'язок  $\vec{Q}^{(0)}$  до нуля, а вектор  $\vec{X}$  при цьому прямує від  $\vec{X} = \vec{X}^{(0)}$  до значення, що відповідає розв'язку векторного рівняння (7), який уточнюємо методом Ньютона.

Активна та реактивна потужності для *j*-го вузла періоду визначаються за формулами [6]

$$P_{j} = 1.5(u_{sxj}i_{sxj} + u_{syj}i_{syj}); Q_{j} = 1.5(u_{syj}i_{sxj} - u_{sxj}i_{syj})$$

Регулювання частоти гойдань балансира зміною частоти напруги живлення АД електроприводу ШГПУ потребує визначення електричних величин (струму, електромагнітного моменту, потужності тощо), які змінюються з частотою гойдань балансира. Очевидно, що формування обмежень за величиною струму потребує визначення його середньоквадратичного значення за період, а за моментом – максимального значення на періоді.

Нижче наведено результати виконаних за розробленою програмою розрахунку для електроприводу ШГПУ на основі АД з номінальними даними:  $P_n=15$  кВт;  $I_n=29,9$  А;  $M_n=97$ Нм,  $p_0=2$ . Зокрема, динамограмі рис. 2 відповідають наведені на рис. 3, *а* залежності відносних значень струму та електромагнітного моменту АД, а на рис. 3,  $\delta$  – кутової частоти обертання кривошипного вала ( $n_{kp}=10.4$  об/хв.).



Використовуючи ці залежності, можна визначити середні за один цикл роботи верстатагойдалки значення активної та реактивної потужностей, коефіцієнта потужності та середньоквадратичного значення струму статора двигуна та закони їхньої зміни в функції частоти (рис. 4, 5). Як видно з рис. 4, зменшення частоти до 25 Гц за незмінної напруги живлення призводить до недопустимого щодо нагрівання зростання струму обмотки статора, а також суттєвого зменшення коефіцієнта потужності.

За умови регулювання амплітуди напруги за законом U/f = const (рис. 4) відбувається зменшення струму обмотки статора, активної і реактивної потужностей, що призводить до зростання коефіцієнта потужності. Середнє за період значення електромагнітного моменту при цьому незмінне.



Насамкінець зазначимо, що розроблена математична модель дає змогу виконувати розрахунки режимів і характеристик системи електроприводу ШГПУ і при інших законах регулювання напруги живлення та її частоти.

ISSN 1607-7970. Техн. електродинаміка. 2020. № 2

Висновки. В основу розрахунку граничних значень параметрів покладено математичну модель АД, в якій враховується насичення магнітопроводу й витіснення струму в стержнях обмотки ротора, а також розроблену на основі аналітичної геометрії динамічну математичну модель верстата-гойдалки.

Розроблена математична модель дає змогу визначати залежності від частоти експлуатаційних параметрів частотно-керованого електроприводу штангової нафтовидобувної установки з урахуванням періодично-змінного моменту навантаження та моменту інерції з метою визначення їхніх гранично допустимих значень. До таких параметрів належать струм, електромагнітний момент двигуна, частота обертання вала двигуна, коефіцієнт потужності тощо.

Система диференціальних рівнянь, яка описує динаміку електроприводу нафтовидобувної установки, розв'язується шляхом рішення крайової задачі для системи ДР першого порядку з періодичними крайовими умовами. Для розрахунку статичних характеристик використовується метод продовження по параметру.

На практиці розроблена математична модель може використовуватись для оперативного аналізу режимів роботи нафтовидобувної установки з метою формування керуючих впливів на електропривод, спрямованих на зміну продуктивності глибинної помпи відповідно до дебіту свердловини.

1. Акульшин О.О. Про встановлення режимів експлуатації свердловин установками штангових глибинних насосів за умови Р<sub>виб</sub> < Р<sub>нас</sub>. *Нафтова і газова промисловість*. 2004. № 5. С. 20-31.

2. Бойко В.С. Розробка та експлуатація нафтових родовищ. К.: Реал Прінт, 2004. 695с.

**3.** Беляев Е.Ф., Ташкинов А.А., Цылёв П.Н. Совершенствование электропривода станков-качалок нефтяных скважин с малым дебитом. Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета (ПНИПУ). Геология. Нефтегазовое и горное дело. 2012. № 4. С. 91-102.

**4.** Волков А.В., Скалько Ю.С. Цифровая модель частотно-регулируемого электропривода со скалярным управлением. *Електротехніка та електроенергетика*. 2005. № 2. С. 75-81.

5. Маляр А.В., Калужний Б.С. Системи автоматизованого керування і моніторингу процесом видобування нафти. Львів: Національний університет "Львівська політехніка", 2012. 272 с.

6. Маляр А.В. Динаміка електроприводу штангової нафтовидобувної установки. *Технічна* електродинаміка. 2007. № 2. С. 50-54.

7. Malyar V.S., Malyar A.V., Andreishyn A.S. A method for calculating mechanical characteristics of induction motors with squirrel-cage rotor. *Electrical engineering & electromechanics*. 2019. No 2. Pp. 9-13. DOI: https://doi.org/10.20998/2074-272X.2019.2.02

**8.** Маляр В.С., Маляр А.В. Математическое моделирование периодических режимов работы электротехнических устройств. Электронное моделирование. 2005. Т. 27. № 3. С. 39-53.

**9.** Файзуллин И.К., Киселев В.В., Елдашев Д.А., Прощекальников Д.В., Гурьянов А.И., Фассахов Р.Х. Энергоресурсосберегающий режим эксплуатации малодебитных нефтяных скважин. *Нефтяное хозяйство*. 2007. № 1. С. 66-67.

10. Фильц Р.В. Математические основы теории электромеханических преобразователей. К.: Наукова думка, 1979. 208 с.

11. Чаронов В.Я. Экономичные электроприводы для станков-качалок малодебитных скважин. *Нефтяное хозяйство*. 1996. № 12. С. 46-48.

#### УДК: 62-83-52:622.276.53

## РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ РАСЧЕТА ДОПУСТИМЫХ ПАРАМЕТРОВ РАБОЧИХ РЕЖИМОВ ЧАСТОТНО-УПРАВЛЯЕМОГО ЭЛЕКТРОПРИВОДА ШТАНГОВОЙ НЕФТЕДОБЫВАЩЕЙ УСТАНОВКИ

А.В. Маляр, докт. техн. наук, А.С. Андреишин

Национальный университет "Львовская политехника",

ул. С. Бандеры, 12, Львов, 79013, Украина.

#### E-mail: andrii.v.maliar@lpnu.ua

Рассматриваются проблемы регулирования частоты качаний балансира станка-качалки малопроизводительных нефтедобывающих скважин, из которых добыча нефти осуществляется с помощью штанговых глубинных насосов, связанные с переводом периодической эксплуатации на непрерывную. Разработана математическая модель, дающая возможность на основе комплексной модели электропривода, в которую входят математические модели станка-качалки и приводного двигателя, решать вопросы регулирования частоты качаний балансира в соответствии с изменением дебита пласта. От наполнения полости насоса жидкостью зависит форма динамограммы, а значит она служит основой для определения закона изменения момента нагрузки. Предложен метод расчета статических характеристик АД, который приводит в действие станоккачалку, с учетом периодически-изменяющегося момента нагрузки и момента инерции движущихся частей. Расчет периодических зависимостей координат установившегося режима электропривода установки осуществляется путем решения краевой задачи. Предложенная математическая модель позволяет определять зависимости токов, мощностей, электромагнитного момента и других важных эксплуатационных параметров от амплитуды и частоты напряжения питания АД с целью нахождения предельно допустимых значений. Ее можно использовать для проектирования и наладки работы частотно-регулируемого электропривода штанговой нефтедобывающей установки, которая обеспечивает непрерывную работу малодебитной скважины, согласованную с изменением дебита пласта. Библ. 13, рис. 5.

*Ключевые слова:* нефтедобывающая установка, малодебитная скважина, асинхронный электропривод, стационарный режим, краевая задача, статические характеристики, регулирование частоты.

# DEVELOPMENT OF A MATHEMATICAL MODEL FOR COMPUTATION OF PERMISSIBLE OPERATING PARAMETERS OF THE SUCKER-ROD PUMP VARIABLE-FREQUENCY DRIVE A.V. Malyar, A.S. Andreishyn

## Lviv Polytechnic National University

S. Bandera str., 12, Lviv, 79013, Ukraine,

e-mail: andrii.v.maliar@lpnu.ua

The paper discusses the issues of regulating the swing frequency of the pump jack balance beam of marginal wells, from which oil is produced using sucker rod pumps, associated with switching the wells from intermittent to continued operation. A mathematical model, which comprises the mathematical models of the pump jack and driving motor, allowing solving the problems of regulating the balance beam swings frequency according to the flow rate variation on the basis of the electric drive complex model, was developed. The filling of the pump with liquid defines the shape of the load curve, and therefore it is the basis for determining the law of load torque variation. There was proposed a method of computing the static characteristics of the induction motor driving the pump jack, taking into consideration the periodically variable load torque and moment of inertia of the working parts. The periodic dependencies of the coordinates of the steady-state mode of the electric drive are computed by solving a boundary-value problem. The proposed mathematical model makes it possible to determine the dependencies of the current, power, electromagnetic torque and other significant operation parameters on the amplitude and frequency of the induction motor supply voltage in order to estimate the maximum permissible values. It can be used for designing and adjustment of the variable frequency drive of the sucker-rod pumping unit, which ensures the continuous operation of the marginal well consistent with the flow rate variation. References 13, figures 5.

*Key words:* sucker-rod pumping unit, marginal well, asynchronous electric drive, steady-state mode, boundary-value problem, static characteristics, frequency regulation.

1. Akulshyn O.O. About establish modes of operation well rod deep pumping unit provided  $P_v < P_n$ . *Naftova i gazova promyslovist*. 2004. No 5. Pp. 20-31. (Rus)

2. Boyko V.S. Development and exploitation of oil fields. Kyiv: Real Print, 2004. 695 p. (Ukr)

**3.** Beliaev E.F., Tashkinov A.A., Tsyliov P.N. Improvements of the beam pumping unitelectrical drive of the dripper. *Vestnik Permskogo natsionalnogo issledovatelskogo polytechnicheskogo universiteta. Geologiya. Neftegazovoe i gornoe delo.* 2012. No 4. Pp. 91-102. (Rus)

**4.** Volkov A.V., Skalko Yu.S. Digital model of frequency-regulated electric drive with scalar control. *Elektrotechnika ta elektroenergetyka*. 2005. No 2. Pp. 75-81. (Rus)

**5.** Malyar A.V., Kaluzhnyi B.S. Automatic control and monitoring system of oil extraction process. Lviv: Lvivska Politekhnika, 2012. 272 p. (Ukr)

6. Malyar A.V. Dynamics of the electric drive of the deep-well oil pumping unit. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2007. No 2. Pp. 50-54. (Ukr)

7. Malyar V.S., Malyar A.V., Andreishyn A.S. A method for calculating mechanical characteristics of induction motors with squirrel-cage rotor. *Electrical engineering & electromechanics*. 2019. No 2. Pp. 9-13. DOI: https://doi.org/10.20998/2074-272X.2019.2.02

**8.** Malyar V.S., Malyar A.V. Mathematical modeling of periodic modes of electrotechnical devices. *Elektronnoe modelirovanie*. 2005. Vol. 27. No 3. Pp. 39-53. (Rus)

**9.** Fayzullin I.K., Kiselyov V.V., Eldashev D.A., Proshchekalnikov D.V., Guryanov A.I., Fassakhov R.Kh. Energy resource saving mode of operation of stripped oil wells. *Neftyanoe khozyaystvo*. 2007. No 1. Pp. 66-67. (Rus)

**10.** Filts R.V. Mathematical foundations of the theory of electromechanical transducers. Kyiv: Naukova dumka, 1979. 208 p. (Rus)

**11.** Charonov V.Ya. Economical electric drives for sucker-rod pump of the marginal well. *Neftyanoe khozyaystvo*. 1996. No 12. Pp. 46-48. (Rus)

Надійшла 20.09.2019 Остаточний варіант 20.01.2020

# МОДЕЛЮВАННЯ ПОВ'ЯЗАНИХ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ ТА ТЕПЛОВИХ ПРОЦЕСІВ В ЛІНІЙНОМУ МАГНІТОЕЛЕКТРИЧНОМУ ДВИГУНІ НА ОСНОВІ ТЕОРІЇ МУЛЬТИФІЗИЧНИХ КІЛ

**О.Д. Подольцев<sup>1\*</sup>**, докт. техн. наук, **Р.П. Бондар<sup>2\*\*</sup>**, канд. техн. наук <sup>1</sup> Інститут електродинаміки НАН України, пр. Перемоги, 56, Київ, 03057, Україна, <sup>2</sup> Київський національний університет будівництва і архітектури, пр. Повітрофлотський, 31, Київ, 03037, Україна, e-mail: rpbondar@gmail.com

Розроблено комп'ютерну мультифізичну модель для розрахунку пов'язаних електричних, механічних та теплових процесів в лінійному магнітоелектричному двигуні приводу двомасової вібраційної системи. В основу моделі покладено теорію мультифізичних кіл, в межах якої для кожного із зазначених фізичних процесів складається своє еквівалентне коло, й усі вони поєднані в єдину модель, що здійснює зв'язок між цими колами. За результатами розрахунку режиму пуску двигуна та виходу на усталений тепловий режим показано, що перехідний тепловий процес двигуна триває понад 2 години роботи, і при цьому найбільш нагрітий його елемент – обмотка – нагрівається до температури більше 130 °C. Застосування розробленої мультифізичної моделі дозволяє прогнозувати електромеханічні та теплові характеристики двигуна при використанні різних систем охолодження – природне, штуче охолодження за допомогою повітря або рідини як у перехідних, так і усталених режимах роботи. Бібл. 8, рис. 7.

*Ключові слова:* двомасова вібраційна система, електромеханічні та теплові процеси, лінійний магнітоелектричний двигун, механічне коло, теплове коло.

Вступ. Вібраційні технології є основою багатьох сучасних будівельних технологічних процесів, пов'язаних з переміщенням та обробкою матеріалів, ущільненням, сортуванням, гранулюванням тощо [1]. Застосування лінійних магнітоелектричних двигунів (ЛМД) вібраційної дії [2] в приводах будівельних машин забезпечує низку переваг, основними з яких є широкий частотний робочий діапазон, відсутність механічних передач, що перетворюють обертовий рух у лінійний, а отже, надійність і низький рівень шуму, а також можливість регулювання експлуатаційних характеристик в автоматичному режимі.

Наявність нелінійних властивостей вібраційної системи з приводом від ЛМД робить її більш складною для аналізу та забезпечення необхідних технологічних показників. В залежності від значень параметрів машини та характеру навантаження можуть змінюватися режими коливань, порушуватися їхня стабільність, виникати небажані або неефективні режими роботи.

Раніше було показано, що у двомасовій вібраційній системі з приводом від ЛМД залежно від характеру руху його якоря та робочого органу можлива реалізація різних динамічних режимів: періодичного, квазіперіодичного та хаотичного [3, 4]. У випадку роботи в неперіодичних режимах розрахунок теплових показників машини має виконуватись одночасно з розрахунком електромеханічних процесів, що обумовлено нерегулярним характером останніх. Тому актуальним є питання розробки математичних моделей для дослідження теплових процесів ЛМД в залежності від динамічного режиму роботи вібраційної системи. Це дасть змогу забезпечити необхідні технологічні показники з урахуванням допустимого рівня температури лінійного двигуна. Для вирішення цієї задачі в роботі пропонується використовувати схеми заміщення на основі еквівалентних кіл із зосередженими параметрами, що моделюють одночасно електричні, механічні та теплові процеси. Такий підхід реалізується в рамках теорії мультифізичних кіл, що запропонована в роботі [5].

**Метою роботи** є розробка комп'ютерної моделі для розрахунку пов'язаних електромеханічних та теплових процесів в лінійному магнітоелектричному двигуні приводу двомасової вібраційної системи, що грунтується на теорії мультифізичних кіл, а також розрахунок, згідно розробленої моделі, електромеханічних та теплових характеристик ЛМД в перехідних та усталених режимах роботи.

**Модель вібраційної системи з приводом від** ЛМД. У вібраційних машинах, що застосовуються в будівельному виробництві під час, наприклад, ущільнення бетону або формування бетонних виробів, як віброзбудник може використовуватися ЛМД вібраційної дії, схематично разом із платфо-

<sup>©</sup> Подольцев О.Д., Бондар Р.П., 2020

ORCID ID: \*http://orcid.org/0000-0002-9029-9397; \*\*https://orcid.org/0000-0002-0198-5548

рмою показаний на рис. 1. Двигун має статор *I*, що містить шихтований магнітопровід і обмотку та якір 2 з масивним магнітопроводом із конструкційної сталі та постійним магнітом аксіального напрямку намагнічування. Статор двигуна за допомогою конструктивного елемента 3 жорстко кріпиться до технологічної платформи 4, на якій розташована бетонна суміш. Платформа має масу m<sub>p</sub> й закріплена на нерухомій основі за допомогою пружно-в'язких елементів, які характеризуються коефіцієнтами жорсткості k<sub>p</sub> та в'язкого тертя b<sub>p</sub>. Якір двигуна 2 механічно пов'язаний зі статором за допомогою інших пружно-в'язких елементів з параметрами відповідно  $k_v$  та  $b_v$ . Вібраційна платформа разом із двигуном утворюють двомасову механічну систему, коливальний рух якої здійснюється завдя-



Рис. 1

на рис. 2. Модель має кероване джерело синусоїдної напруги живлення, та складається з п'яти функціональних блоків – електричного 1, механічного 2, теплового (перехідний режим) 3, теплового



ки періодичної дії електромагнітної сили F<sub>ev</sub>, що діє на статор та на якір двигуна.

В моделі приймаються наступні припущення: значення індуктивності обмотки ЛМД стале й не залежить від положення якоря; коливальні маси являють собою абсолютно жорсткі тіла; поведінка пружних елементів описується законом Гука, тобто їхня жорсткість є постійною величиною; маса *m<sub>n</sub>* враховує також приєднану масу навантаження (масу бетонної суміші тощо).

Мультифізичну модель вібраційної системи з приводом від ЛМД, створену за допомогою пакету програм Matlab/Simulink, наведено

(усталений режим) 4 та блока 5 для вимірювання та візуалізації результатів розрахунку. Зв'язок між блоками реалізується програмними засобами пакету Simulink.

Структура електричного блоку І системи (рис. 3, а) реалізує рівняння балансу напруг ЛМД

$$u_v = i_v R_{sv} + \frac{d\Psi_s}{dt},$$

де  $u_v$  – напруга живлення двигуна;  $R_{sv}$  – активний опір обмотки статора; *i*<sub>v</sub> – струм ЛМД;  $\Psi_s = L_v i_v + \Psi_{pm}$  – повне потокозчеплення обмотки; індуктивність статора;  $L_v$ обмотки  $\Psi_{m} = \Psi_{m} \sin(\pi x / \tau)$  – потокозчеплення обмотки, зумовлене полем постійних магнітів;  $\Psi_m$  – амплітуда потокозчеплення; т – полюсна поділка магнітної сис-

теми лінійного двигуна; х – координата якоря (миттєве значення).

Структура механічного блоку 2 даної системи (рис. 3, б) реалізує двомасову механічну схему за допомогою еквівалентного електричного кола. Вузлові напруги кола дорівнюють швидкості руху платформи із бетонною сумішшю (вузол 1) та швидкості якоря двигуна (вузол 2). На ці елементи системи діють сили інерції (ємнісні елементи в колі) і пружні та дисипативні сили – відповідно індуктивні та резистивні елементи кола. Джерело струму в цьому колі відповідає електромагнітний силі, що діє на якір ЛМД, а також за третім законом Ньютона на його статор, жорстко закріплений на платформі. Ця сила розраховувалась згідно наступного виразу:  $F_{ev} = i_v d\Psi_{pm} / dx = (\Psi_{pm} \pi / \tau) \cos(\pi x / \tau) i_v$ .

Колу, що показано на рис. 3, б, відповідає наступна система рівнянь механічного перехідного процесу:

$$m_{a} \frac{d^{2}x_{a}}{dt^{2}} = F_{ev} - k_{v}x - b_{v} \frac{dx}{dt};$$

$$m_{p} \frac{d^{2}x_{p}}{dt^{2}} = -F_{ev} + k_{v}x + b_{v} \frac{dx}{dt} - k_{p}x_{p} - b_{p} \frac{dx_{p}}{dt},$$

де  $m_a$  – маса якоря двигуна; x – переміщення якоря відносно статора (рис. 1);  $x_a$  – переміщення якоря відносно нерухомої системи координат ( $x_a = x + x_p$ );  $x_p$  – переміщення платформи.



Теплові процеси в ЛМД задовольняють рівнянню теплопередачі у вигляді  $\rho C_p \partial T / \partial t + \nabla (-\lambda \nabla T) = Q$ ,

де всі позначення є загальновідомими. Для переходу до дискретного аналогу цього рівняння використовувався метод контрольного об'єму [6]. При цьому, обираючи як контрольний об'єм активні елементи двигуна – обмотку, магнітопровід статора та якоря, зовнішній корпус – можна отримати сис-



та якоря, зовншни корпус – можна отримати систему звичайних диференційних рівнянь, записаних відносно невідомих значень температури в центральних точках цих елементів. Цій системі відповідає еквівалентне теплове коло, яке показано на рис. 4 (блок 3 на рис. 2). Вузлові напруги в цьому колі є аналогом температур відповідних елементів – магнітопроводу якоря, обмотки статора, магнітопроводу статора, зовнішнього корпусу, а струми у вітках кола є аналогом теплових потоків між цими елементами. Розрахунок значень пасивних елементів у цій схемі здійснювався за допомогою відомих виразів, наведених, зокрема, в [7].

Як джерело живлення в цьому колі використовуються джерела струмів, значення яких дорівнюють значенням миттєвих втрат в активних елементах ЛМД. А саме, джоулеві втрати в обмотці двигуна  $P_{Cu} = i_v^2 R_{sv}$ , магнітні втрати в магнітопроводі статора  $P_{Fe,s}$  та магнітні втрати в магнітопроводі якоря  $P_{Fe,a}$ .

Для обчислення втрат в шихтованому магнітопроводі статора ЛМД в моделі використовувалися наступні вирази [8], що дозволяють визначити складові питомих втрат в магнітопроводі (на одиницю маси) із магнітною індукцією B(t):

втрати на вихрові струми –  $P_{eddy}^{'} = \frac{k_{eddy}}{2\pi^2} \frac{1}{T} \int_{t-T}^{t} \left(\frac{dB}{dt}\right)^2 dt$ ; додаткові втрати –  $P_{exc}^{'} = \frac{k_{exc}}{8,76} \frac{1}{T} \int_{t-T}^{t} \left|\frac{dB}{dt}\right|^{1,5} dt$ ;

втрати на гістерезис –  $P'_{hys} = k_{hys} \frac{1}{T} B^{\alpha}_m$ , де  $B_m$  – амплітудне значення магнітної індукції;  $k_{eddy}$ ,  $k_{exc}$ ,  $k_{hys}$ ,  $\alpha$  – коефіцієнти втрат, що залежать від марки сталі. Повні втрати в магнітопроводі статора із масою m визначаються як  $P_{Fe,s} = (P'_{eddy} + P'_{exc} + P'_{hys})m$ .

В даній роботі використовувалися наступні значення коефіцієнтів, що відповідають матеріалу

електротехнічної сталі 3411:  $k_{eddy} = 1,96 \cdot 10^{-4}, k_{exc} = 6,97 \cdot 10^{-4}, k_{hys} = 2,148 \cdot 10^{-3}, \alpha = 3$ , отримані за результатами власних досліджень.

Втрати в масивному магнітопроводі якоря визначаються на підставі розрахункових залежностей *P*<sub>*Fe,a*</sub>(*v*,*I<sub>v</sub>*) для даного двигуна (рис. 5), що були отримані за результатами чисельного розрахунку



магнітного поля. Тут v — миттєве значення швидкості якоря, а  $I_v$  — діюче значення струму ЛМД.

Блок 4 на рис. 2 містить теплове коло, що відповідає усталеному тепловому режиму роботи двигуна. Це коло відрізняється від показаного на рис. 4 відсутністю ємнісних елементів.

Блок 5 призначений для вимірювання та візуалізації результатів розрахунків електромеханічних та теплових процесів в перехідному та усталеному режимах.

Результати комп'ютерних розрахунків вібраційної системи з приводом від ЛМД. Під час розрахунків приймались наступні значення параметрів системи: амплітуда потокозчеплення  $\Psi_m$ =0,31 Вб; ак-

тивний опір обмотки статора  $R_{sv}=2,67$  Ом; індуктивність обмотки статора  $L_v=22$  мГн; маса якоря двигуна  $m_a =9,8$  кг; коефіцієнт в'язкого тертя  $b_v=32$  кг/с; коефіцієнт жорсткості пружної підвіски двигуна  $k_v = 153291$  Н/м; маса платформи  $m_p=31,2$  кг; коефіцієнт в'язкого тертя  $b_p=35$  кг/с; коефіцієнт жорсткості амортизаторів платформи  $k_p=306582$  Н/м; частота гармонічного джерела живлення f=25 Гц. Те-



мпература навколишнього середовища – 20 °C.

Результати розрахунку електромеханічного перехідного процесу двигуна в пусковому режимі наведено на рис. 6. Із рисунка видно, що електричний перехідний процес триває в межах 1-2 періодів змінення напруги джерела живлення, а механічний перехідний процес продовжується приблизно 12 періодів. При виході на усталений режим роботи амплітуда коливань якоря становить 0,006 м.

Результати розрахунку довготривалого перехідного теплового процесу (впродовж 2-х годин) наведено на рис. 7, де суцільними кривими показано залежності температур корпусу двигуна, магнітопроводу якоря та обмотки статора від часу – результати розрахунку за допомогою теплового кола блока 3. Та-



кож на цьому рисунку пунктирними кривими показано значення цих же температур в усталеному

вібраційної системи.

режимі – результати розрахунку теплового кола блока 4. Із наведених даних можна зробити висновок, що для виходу на усталений тепловий режим двигуна при зазначених вище параметрах вібраційної системи необхідно понад 2 години роботи і при цьому найбільш нагрітий елемент ЛМД – обмотка – буде мати температуру 132 °С.

Застосування розробленої мультифізичної моделі дає змогу прогнозувати електромеханічні та теплові характеристики двигуна у перехідних та усталених режимах роботи. Зазначимо, що перевагою запропонованого підходу є можливість визначення теплових показників ЛМД у форсованих або неперіодичних динамічних режимах роботи

Висновки. Запропоновано комп'ютерну модель для розрахунку пов'язаних електричних, механічних та теплових процесів в перехідних та усталених режимах роботи лінійного магнітоелектричного двигуна вібраційної дії, розроблену на основі теорії мультифізичних кіл. При цьому за даними електромеханічного процесу розраховуються миттєві значення втрат електричної енергії в обмотці статора та магнітопроводах статора і якоря, які враховуються в тепловому колі відповідними джерелами тепла.

За результатами розрахунку режиму пуску та виходу на усталений тепловий режим показано, що тепловий перехідний процес триває понад 2 години, і при цьому найбільш нагрітий елемент двигуна – обмотка – буде мати температуру 132 °С.

Використання розробленої мультифізичної моделі ЛМД приводу двомасової вібраційної системи дає змогу прогнозувати електромеханічні та теплові показники лінійного двигуна із різними системами охолодження – природного, штучного охолодження за допомогою повітря або рідини як у перехідних, так і усталених режимах роботи.

Роботу виконано за держбюджетною темою «Розвинути теорію імпульсних і високочастотних перехідних електромагнітних процесів у енергетичних і технологічних резонансних установках та високовольтних кабельних лініях електропередачі» (шифр «ЕЛКАБ»), що виконується за Постановою Бюро ВФТПЕ 04.07.2017 р., протокол №11. Державний реєстраційний номер роботи 0117U007713.

1. Гончаревич И.Ф. Вибротехника в горном производстве. М.: Недра, 1992. 320 с.

2. Бондар Р.П. Дослідження характеристик магнітоелектричного лінійного вібраційного двигуна при роботі на пружно-в'язке навантаження. Електротехніка і електротеханіка. 2019. № 1. С. 9-16. DOI: https://doi.org/10.20998/2074-272X.2019.1.02

3. Бондар Р.П., Подольцев О.Д. Режими роботи лінійного магнітоелектричного двигуна як елемента віброударної системи. Праці Інституту електродинаміки Національної академії наук України. 2019. Вип. 54. С. 52-62. DOI: https://doi.org/10.15407/publishing2019.54.052

4. Chau K.T, Wang Z. Chaos in Electric Drive Systems: Analysis, Control and Application. John Wiley & Sons (Asia) Pte Ltd, 2011. 318 p. DOI: http://dx.doi.org/10.1002/9780470826355

5. Подольцев А.Д., Кучерявая И.Н. Мультифизическое моделирование в электротехнике. Киев: Институт электродинамики НАН Украины, 2015. 305 с.

6. Patankar S.V. Numerical heat transfer and fluid flow. New York: Hemisphere Pub. Corp., 1980. 197 p.

7. Сипайлов Г.А., Санников Д.И., Жадан В.А. Тепловые, гидравлические и аэродинамические расчеты в электрических машинах. М.: Высшая школа, 1989. 240 с.

8. Hargreaves P.A., Mecrow B.C., Hall R. Calculation of iron loss in electrical generators using finite-element analysis. IEEE Transactions on Industry Applications. 2012. Vol. 48. No 5. Pp. 1460-1466. DOI: https://doi.org/10.1109/TIA.2012.2209851

#### УДК 621.313.323

# МОДЕЛИРОВАНИЕ СВЯЗАННЫХ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ И ТЕПЛОВЫХ ПРОПЕССОВ В ЛИНЕЙНОМ МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ДВИГАТЕЛЕ НА ОСНОВАНИИ ТЕОРИИ МУЛЬТИФИЗИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

**А.Д. Подольцев<sup>1</sup>**, докт. техн. наук, **Р.П. Бондар<sup>2</sup>**, канд. техн. наук

<sup>1</sup> Институт электродинамики НАН Украины,

пр. Победы, 56, Киев, 03057, Украина,

e-mail: podol@ied.org.ua <sup>2</sup> Киевский национальный университет строительства и архитектуры,

пр. Воздухофлотский, 31, Киев, 03037, Украина,

e-mail: rpbondar@gmail.com

Разработана компьютерная мультифизическая модель для расчета связанных электрических, механических и тепловых проиессов в линейном магнитоэлектрическом двигателе привода двухмассовой вибрационной системы. В основу модели положена теория мультифизических цепей, в рамках которой для каждого из указанных физических процессов строится своя эквивалентная цепь, и все они объединены в единую модель, осуществляющую связь между этими цепями. По результатам расчета режима пуска двигателя и выхода на устойчивый тепловой режим показано, что переходный тепловой процесс двигателя длится более 2-х часов работы, и при этом наиболее нагретый его элемент – обмотка – нагревается до температуры более 130 °С. Применение разработанной мультифизической модели позволяет прогнозировать электромеханические и тепловые характеристики двигателя при использовании различных систем охлаждения – естественное, искусственное охлаждение с помощью воздуха или жидкости как в переходных, так и установившихся режимах работы. Библ. 8, рис. 7.

*Ключевые слова:* двухмассовая вибрационная система, электромеханические и тепловые процессы, линейный магнитоэлектрический двигатель, механическая цепь, тепловая цепь.

#### MODELING OF COUPLED ELECTROMECHANICAL AND THERMAL PROCESSES IN A LINEAR PERMANENT MAGNET MOTOR BASED ON THE MULTIPHYSICS CIRCUIT THEORY O.D. Podoltsev<sup>1</sup>, R.P. Bondar<sup>2</sup>

 <sup>1</sup> Institute of Electrodynamics of National Academy of Sciences of Ukraine, Peremohy Ave., 56, Kyiv, 03057, Ukraine,
 <sup>2</sup> Kyiv National University of Construction and Architecture, Povitroflotsky Ave., 31, Kyiv, 03037, Ukraine,
 e-mail: rpbondar@gmail.com

The paper presents a computer multiphysics model that has been developed for calculating the related electrical, mechanical, and thermal processes in a linear permanent magnet motor for two-mass vibration system. The model is based on the theory of multiphysics circuits, in the framework of which for each of the indicated physical processes its own equivalent circuit is built, and all of them are combined into a single model that carries out the connection between all these circuits. According to the results of calculating the motor starting mode and reaching a stable thermal mode, it is shown that the transient thermal process for the motor lasts more than 2 hours of operation, and at the same time its most heated element – the winding, is heated to a temperature of more than  $130 \,^{\circ}$ C. The application of the developed multiphysics model allows one to predict the electromechanical and thermal characteristics of the motor when using various cooling systems – natural cooling, forced cooling using air or liquid, both in transient and steady-state operation modes. References 8, figures 7.

*Keywords:* electromechanical and thermal processes, linear permanent magnet motor, mechanical circuit, thermal circuit, two-mass vibration system.

1. Goncharevich I.F. Vibrotechnics in mining. Moskwa: Nedra, 1992. 320 p. (Rus)

**2.** Bondar R.P. Research of the magnetoelectric linear oscillatory motor characteristics during the work on elastoviscous loading. *Electrical engineering & electromechanics*. 2019. No 1. Pp. 9-16. (Ukr) DOI: https://doi.org/10.20998/2074-272X.2019.1.02

**3.** Bondar R.P., Podoltsev A.D. Operating modes of a linear permanent magnet motor as an element of vibration system. *Pratsi Instytutu elektrodynamiky Natsionalnoi akademii nauk Ukrainy*. 2019. No 54. Pp. 52-62. (Ukr) DOI: https://doi.org/10.15407/publishing2019.54.052

**4.** Chau K.T, Wang Z. Chaos in Electric Drive Systems: Analysis, Control and Application. John Wiley & Sons (Asia) Pte Ltd, 2011. 318 p. DOI: http://dx.doi.org/10.1002/9780470826355

**5.** Podoltsev A.D., Kucheryavaya I.N. Multiphysics modeling in electrical engineering. Kyiv: Institute of electrodynamics National academy of sciences of Ukraine, 2015. 305 p. (Rus)

6. Patankar S.V. Numerical heat transfer and fluid flow. New York: Hemisphere Pub. Corp., 1980. 197 p.

7. Sipaylov G.A, Sannikov D.I, Zhadan V.A. Thermal, hydraulic and aerodynamic calculations in electric machines. Moskwa: Vysshaya shkola, 1989. 240 p. (Rus)

**8.** Hargreaves P.A., Mecrow B.C., Hall R. Calculation of iron loss in electrical generators using finite-element analysis. *IEEE Transactions on Industry Applications*. 2012. Vol. 48. No 5. Pp. 1460-1466. DOI: https://doi.org/10.1109/TIA.2012.2209851

Надійшла 06.12.2019 Остаточний варіант 22.01.2020

# ВЛИЯНИЕ ПУЛЬСАЦИЙ БЕСКОЛЛЕКТОРНОГО ДВИГАТЕЛЯ ПОСТОЯННОГО ТОКА НА ПРОЦЕСС УПРАВЛЕНИЯ ЗАПУСКОМ ГАЗОТУРБИННОГО ДВИГАТЕЛЯ ВЕРТОЛЕТА

В.Г. Башинский\*, докт. техн. наук, О.Л. Шаповалов\*\*, А.И. Денисов\*\*\*, докт. техн. наук, E.А. Бурсала\*\*\*\*, А.Л. Бурсала\*\*\*\*, канд. техн. наук Государственный научно-исследовательский институт испытаний и сертификации вооружения и военной техники ул. Стрелецкая, 1, Чернигов, 14033, Украина, e-mail: den39ltd@gmail.com

Выполнен анализ пульсаций входного тока коммутатора бесколлекторного двигателя постоянного тока (БДПТ). Предложены способы снижения влияния пульсаций на динамику процессов в контуре тока. Получены дискретные передаточные функции замкнутого контура тока с учетом и без учета влияния противо-ЭДС электродвигателя, что позволило предложить способ стабилизации темпа нарастания входного тока коммутатора. Реализация этого способа позволяет увеличить рабочий ресурс аккумулятора. Установлены области субгармонической устойчивости системы запуска газотурбинного двигателя (ГТД) вертолета с БДПТ. Библ. 8, рис. 4, табл. 1.

*Ключевые слова*: бесколлекторный двигатель постоянного тока, пульсации, дискретность, модифицированное *Z*– преобразование, контур тока, устойчивость.

**Постановка проблемы**. В работе [1] показано, что в системах запуска ГТД вертолетов предпочтительнее использовать БДПТ вместо коллекторных двигателей постоянного тока (ДПТ).

Очевидные преимущества БДПТ перед ДПТ, тем не менее, не могут оставить без обсуждения и негативные последствия, связанные с его применением в системе запуска ГТД вертолета. Главная специфика БДПТ состоит в дискретности процессов, порождаемых коммутатором, что приводит к появлению значительных пульсаций тока и напряжения. В замкнутой системе пульсации попадают на вход контура тока, звеном которого является система управления коммутатором. Следствием этого является пульсирующий характер изменения её динамического коэффициента усиления, что влияет на временные и частотные характеристики системы запуска ГТД. Возникает проблема исследования этого влияния на динамические характеристики системы и режим потребления тока от аккумулятора.

Анализ основных исследований и публикаций. Совершенствование летательных аппаратов связано с возрастающим применением на их борту систем управления и регулирования на основе БДПТ взамен пневматических и гидравлических систем [2]. К настоящему времени накоплен большой опыт по использованию БДПТ в промышленном и специальном прецизионном электроприводе [3, 4]. Область применения систем регулирования на основе БДПТ определяет специфику задач, которые необходимо решить в процессе их разработки. Основное внимание уделяется их энергоэффективности и структурному исполнению для обеспечения качественной динамики с минимальными пульсациями момента [5, 6]. Однако в известных работах не исследовано влияние пульсаций, вызванных дискретностью коммутатора БДПТ, на главные показатели динамики систем запуска ГТД вертолета: быстродействие, перерегулирование, запас устойчивости.

Целью настоящей работы является исследование влияния пульсаций входного тока и противо-ЭДС БДПТ на условия реализации в контуре тока процесса конечной длительности и его субгармоническую устойчивость.

**1.** Функции коммутатора БДПТ в системе запуска ГТД. Электрическая принципиальная схема БДПТ с коммутатором – трехфазным автономным инвертором напряжения (АИН) показана на рис. 1. На статоре электродвигателя расположены три фазные обмотки (*A*, *B*, *C*) и шесть датчиков положения ротора (ДПР1–ДПР6). Питание БДПТ осуществляется от аккумуляторной батареи (АБ) и квазирезонансного импульсного преобразователя, переключаемого при нулевом токе (КРИП–ПНТ).

<sup>©</sup> Башинский В.Г., Шаповалов О.Л., Денисов А.И., Бурсала Е.А., Бурсала А.Л., 2020 ORCID: \* https://orcid.org/0000-0003-0966-5714; \*\* https://orcid.org/0000-0002-2809-7444; \*\*\*https://orcid.org/0000-0001-8357-2378; \*\*\*\*https://orcid.org/0000-0002-1829-1980; \*\*\*\*\* https://orcid.org/0000-0002-8523-8987



Функции коммутатора сводятся к инвертированию постоянного напряжения с выхода КРИП– ПНТ и выпрямлению ЭДС, наводимых в обмотках фаз A, B, C. Транзисторы коммутатора  $T_1-T_6$  работают с углом проводимости  $120^0$ , что соответствуют углу проводимости вентилей в трехфазном мостовом выпрямителе. С таким же углом проводимости работают транзисторы коммутатора в режиме инвертирования, который осуществляется одновременно с процессом выпрямления. В процессе выпрямления перекрытия фаз не возникает, т.к. индуктивности рассеяния фазных обмоток незначительны. Работа транзисторов коммутатора с углом проводимости  $120^0$  обеспечивает одновременное подключение к источнику питания обмоток двух фаз БДПТ.

Результатом выпрямления ЭДС фаз *A*, *B*, *C* является противо-ЭДС *E*<sub>П</sub>, которая встречна выходному напряжению КРИП–ПНТ, что аналогично системе с ДПТ, противо-ЭДС которого формируется посредством механического выпрямителя – коллектора. Если учесть лишь её посто-

янную составляющую  $E_0$ , то ко входу коммутатора будет приложено напряжение  $U_{\rm BX} = U_{\Pi} - E_0$ , где  $U_{\Pi} -$  выходное напряжение КРИП–ПНТ.

Временные диаграммы процессов выпрямления и инвертирования, протекающих одновременно, показаны на рис. 2 для фазы *A*.

На интервале  $0 \le \varepsilon \le 1/6$  (рис. 2) через открытые транзисторы  $T_2$ ,  $T_4$  фазы A и B подключены к выходу КРИП-ПНТ, где  $\varepsilon = t/T$ , T – период коммутации. Их напряжения равны между собой, т.е.  $U_A = U_B = U_0$ , где  $U_0=0,5U_{BX}$ , т.к. фазы A и B включены последовательно. Фаза C на этом интервале отключена от источника питания. Очевидно, что в фазе A на единичном периоде коммутации существуют два коммутационных ( $0 \le \varepsilon \le 1/3$ ;  $0,5 \le \varepsilon \le 5/6$ ) и два межкоммутационных ( $1/3 \le \varepsilon \le 0,5$ ;  $5/6 \le \varepsilon \le 1$ ) интервала, что справедливо и для фаз C, B с соответствующими временными сдвигами.

В результате процесса инвертирования формируются фазные ЭДС  $E_A$ ,  $E_B$ ,  $E_C$  и фазные токи  $i_a$ ,  $i_e$ ,  $i_c$ , которые изменяются дискретно. Входной ток коммутатора БДПТ равен сумме выпрямленных фазных токов. На рис. 2 участок выпрямленного тока фазы A обозначен пунктиром. Входной ток коммутатора – пульсирующий с амплитудой пульсаций  $\Delta I_{\pi}$ .



Частота пульсаций входного тока коммутатора в шесть раз превосходит частоту коммутации. С такой же частотой пульсирует противо-ЭДС БДПТ, которая встречна напряжению питания. В противо-ЭДС

БДПТ возможно появление субгармоник, частота которых в целое или же дробное число раз ниже частоты основной гармоники. Причиной этого являются фазовая асимметрия каналов управления и разброс параметров обмоток БДПТ. Субгармоники плохо фильтруются системой, поэтому при ее замыкании весьма вероятна потеря устойчивости на этих частотах.

2. Анализ пульсаций входного тока коммутатора БДПТ. Пульсации входного тока коммутатора БДПТ найдем для установившегося режима, полагая частоту вращения ротора – постоянной, трехфазную систему токов и ЭДС – симметричной, собственные индуктивности обмоток – не зависящими от углового положения ротора.

Из рис. 2 видно, что на периоде коммутации напряжение каждой фазы изменяется по знаку, а в процессе регулирования замкнутой системы – и по величине. На коммутационных интервалах напряжение каждой фазы  $U_{\Phi}=U_0$ , где  $U_0 = 0.5(U_{\Pi}-E_0)$ ,  $U_{\Pi}$  – выходное напряжение КРИП–ПНТ,  $E_0$  – постоянная составляющая противо-ЭДС. На межкоммутационных интервалах  $U_{\Phi}=0$ . При оценке параметров пульсаций тока учтем дискретную форму фазного напряжения.

Напряжение фазы А представим набором ступенчатых функции

$$U_{A}^{*}(t) = U_{0}\left[-1(t) + 1\left(t - \frac{T}{3}\right) + 1(t - 0, 5T) - 1\left(t - \frac{5}{6}T\right)\right], \qquad U_{A}^{*}(p) = U_{0}\frac{-1 + e^{-\frac{p_{1}}{3}} + e^{-0.5pT} - e^{-\frac{2}{6}pT}}{p}.$$

Изображение полного сопротивления фазы

$$Z_A(p) = pL_A + R_A$$

где  $L_A = L_{SA} + M$ ,  $L_{SA}$  – индуктивность рассеяния фазы A, M – ее взаимоиндуктивность;  $R_A$  – активное сопротивление обмотки фазы A.

Изображение тока фазы А

$$i_{A}(p) = U_{0} \frac{-1 + e^{\frac{-pT}{3}} + e^{-0.5pT} - e^{\frac{5}{6}pT}}{p(pL_{A} + R_{A})}$$

Для q = pT

$$i_{A}^{*}(q) = U_{0} \frac{-1 + e^{-\frac{q}{3}} + e^{-0.5q} - e^{-\frac{5}{6}q}}{R_{A}(q + \alpha)q} \alpha, \qquad (1)$$

где $\alpha = TR_A / L_A$ .

Изображение фазного тока (1) представим в виде

$$i_{A}^{*}(q) = \frac{U_{A}}{R_{A}} \left( -1 + e^{-\frac{q}{3}} + e^{-0.5q} - e^{-\frac{5}{6}q} \right) \left( \frac{1}{q} - \frac{1}{q+\alpha} \right).$$
(2)

Выполним модифицированное Z-преобразование (2), используя теорему умножения в области изображений, согласно которой  $Z_M \{F^*(q)e^{-\gamma q}\} = Z^{-1}Z_M [F^*(q)]$ , а  $\varepsilon = \varepsilon + 1 - \gamma$ , когда  $0 \le \varepsilon \le \gamma$ . Если же  $\gamma \le \varepsilon \le 1$ , то в $Z_M [F^*(q)]$  параметр  $\varepsilon = \varepsilon - \gamma$ , где  $\varepsilon = t/T$  – относительное время. В результате для интервала  $0 \le \varepsilon \le 1/3$  получаем

$$Z_{M}\left[i_{A}^{*}(q)\right] = \frac{U_{0}}{R_{A}}\left[-\frac{Z}{Z-1} + \frac{1}{Z-1} + \frac{1}{Z-1} - \frac{1}{Z-1} + \frac{Ze^{-\alpha\varepsilon}}{Z-e^{-\alpha}} - \frac{e^{-\alpha\left(\varepsilon+1-\frac{1}{3}\right)}}{Z-e^{-\alpha}} - \frac{e^{-\alpha\left(\varepsilon+1-0,5\right)}}{Z-e^{-\alpha}} + \frac{e^{-\alpha\left(\varepsilon+1-\frac{5}{6}\right)}}{Z-e^{-\alpha}}\right].$$

После преобразований найдем Z-изображение тока фазы А на этом интервале

$$i_{A}^{*}(Z,\varepsilon) = -\frac{U_{0}}{R_{A}} \Big[ 1 - M_{1A}^{*}(\alpha, Z) e^{-\alpha \varepsilon} \Big], \qquad (3)$$

где  $M_{1A}^*(\alpha, Z) = \frac{Z - e^{-\frac{2}{3}\alpha} - e^{-0.5\alpha} + e^{-\frac{\alpha}{6}}}{Z - e^{-\alpha}}.$ 

Установившийся ток фазы A получаем из (3), полагая Z = 1,

$$i_{1AV}^{*} = -\frac{U_{0}}{R_{A}} \Big[ 1 - M_{1A}^{*}(\alpha, Z) e^{-\alpha \varepsilon} \Big]$$

где  $M_{1A}^*(\alpha, 1) = (1 - e^{-2\alpha/3} - e^{-0.5\alpha} + e^{-\alpha/6})(1 - e^{-\alpha})^{-1}$ .

Найдем оригинал переходной характеристики тока, *Z*-изображение которой  $H^*(Z,\varepsilon) = Z(Z-1)^{-1}i^*_{A}(Z,\varepsilon)$ . Для этого используем формулу обращения, согласно которой оригинал переходной характеристики  $i_{A}^{*}(n,\varepsilon) = \frac{1}{2\pi i} \oint_{-} i_{A}^{*}(Z,\varepsilon) Z^{n-1} dz = \sum_{\nu}^{m} \operatorname{Res} \cdot i_{A}(Z,\varepsilon) Z^{n-1}$ , где n=0, 1, 2... номер

периода решетчатой функции.

Переходную характеристику найдем, суммируя т вычетов подинтегральной функции для соответствующих полюсов. В рассматриваемом случае два полюса:  $Z_1 = 1, Z_2 = e^{-\alpha}$ , для которых вычет

$$\operatorname{Res}_{1} = -\lim_{(z \to 1)} (Z - 1) \frac{U_{0}}{R_{A}} \frac{Z - e^{-\alpha} - \left(Z - e^{-\frac{\alpha}{3}\alpha} - e^{-0.5\alpha} + e^{-\frac{\alpha}{6}}\right) e^{-\alpha\varepsilon}}{(Z - 1)(Z - e^{\alpha})} = -\frac{U_{0}}{R_{A}} \left[1 - M_{1A}^{*}(\alpha, Z) e^{-\alpha\varepsilon}\right] - \text{установившийся ток}$$

фазы *A*. Аналогично для полюса  $Z = e^{-\alpha}$  находим вычет  $\operatorname{Res}_{2} = -\frac{U_0}{R_A} - \frac{e^{-\alpha} + e^{-\frac{\pi}{3}\alpha} + e^{-0.5\alpha} - e^{-\frac{\alpha}{6}}}{(1 - e^{\alpha})} e^{-\alpha(n+\varepsilon)}$  и

переходную составляющую тока фазы А, т.е.

$$i_{A\Pi}^{*}(n,\varepsilon) = \frac{-U_{0}}{R_{A}} M_{\Pi 1A}^{*}(\alpha,-1) e^{-\alpha(n+\varepsilon)},$$

ГДе  $M_{\Pi 1A}^*(\alpha, e^{-\alpha}) = \left(-e^{-\alpha} + e^{-2\alpha/3} + e^{-0.5\alpha} - e^{-\alpha/6}\right) (1 - e^{-\alpha})^{-1}$ .

Оригинал тока фазы А

$$i_{A}^{*}(n,\varepsilon) = -\frac{U_{0}}{R_{A}} \Big[ 1 - M_{1A}^{*}(\alpha,1)e^{-\alpha\varepsilon} - M_{\Pi 1A}^{*}(\alpha,e^{-\alpha})e^{-\alpha(n+\varepsilon)} \Big].$$
(4)

Аналогично получаем ток фазы А для остальных интервалов изменения фазного напряжения: для интервала  $1/3 \le \varepsilon \le 0.5$ 

$$i_{A}^{*}(n,\varepsilon) = -\frac{U_{0}}{R_{A}}e^{-\alpha\varepsilon} \Big[ M_{2A}^{*}(\alpha,1) - M_{\Pi 2A}^{*}(\alpha,e^{-\alpha})e^{-\alpha\cdot n} \Big],$$
(5)

где  $M_{2A}^*(\alpha, 1) = \frac{-1 + e^{\frac{\alpha}{3}} + e^{-0.5\alpha} - e^{-\frac{\alpha}{6}}}{1 - e^{-\alpha}}, \quad M_{\Pi 2A}^*(\alpha, e^{-\alpha}) = \frac{-e^{-\alpha} + e^{-\frac{2}{3}\alpha} + e^{-0.5\alpha} - e^{-\frac{\alpha}{6}}}{1 - e^{-\alpha}};$ для интервала  $0,5 \le \varepsilon \le 5/6$ 

$$i_{A}^{*}(n,\varepsilon) = \frac{U_{0}}{R_{A}} \Big[ 1 - M_{3A}^{*}(\alpha,1) e^{-\alpha\varepsilon} - M_{\Pi 3A}^{*}(\alpha,e^{-\alpha}) e^{-\alpha(n+\varepsilon)} \Big],$$
(6)

где 
$$M_{3A}^*(\alpha, 1) = \frac{e^{\frac{\alpha}{3}} - 1 + e^{0.5\alpha} - e^{-\frac{\alpha}{6}}}{1 - e^{-\alpha}}, \quad M_{\Pi 3A}^*(\alpha, e^{-\alpha}) = \frac{e^{-\frac{2\alpha}{3}} + e^{-\alpha} + e^{-0.5\alpha} - e^{-\frac{\alpha}{6}}}{1 - e^{-\alpha}};$$

для интервала  $5/6 \le \varepsilon \le 1$ 

$$i_{A}^{*}(n,\varepsilon) = -\frac{U_{0}}{R_{A}}e^{-\alpha\varepsilon} \Big[ M_{4A}^{*}(\alpha,1) - M_{\Pi 4A}^{*}(\alpha,e^{-\alpha})e^{-\alpha m} \Big],$$
The
$$M_{4A}^{*}(\alpha,1) = \frac{e^{\frac{\alpha}{3}} - 1 + e^{0.5\alpha} - e^{-\frac{5}{6}\alpha}}{1 - e^{-\alpha}}, \quad M_{\Pi 4A}^{*}(\alpha,e^{-\alpha}) = \frac{e^{-\frac{2}{3}\alpha} - e^{-\alpha} + e^{-0.5\alpha} - e^{-\frac{\alpha}{6}}}{1 - e^{-\alpha}}.$$
(7)

Установившийся ток фазы A на интервалах  $1/3 \le \varepsilon \le 0.5$ ;  $0.5 \le \varepsilon \le 5/6$ ;  $5/6 \le \varepsilon \le 1$ ;  $0 \le \varepsilon \le 1/3$ можно получить из выражений (4)-(7), полагая  $M^*_{\Pi 1A}(\alpha, 1) = M^*_{\Pi 2A}(\alpha, 1) = M^*_{\Pi 3A}(\alpha, 1) = M^*_{\Pi 4A}(\alpha, 1) = 0$ .

Токи фаз В и С отличаются от тока фазы А лишь фазовыми сдвигами. Их мгновенные значения в симметричной системе для отдельных интервалов равны, поэтому нет необходимости в их нахождении. Входной ток коммутатора можно найти, суммируя выпрямленные токи отдельных фаз, которые равны току фазы А на соответствующих временных интервалах, положение которых определяется фазовым сдвигом тока конкретной фазы по отношению к току фазы А. Поэтому справедливо

$$\begin{cases} I_{ex}(\varepsilon) = i_{AB}(0 \le \varepsilon \le \frac{1}{6}) + i_{A}(\frac{4}{6} \le \varepsilon \le \frac{5}{6}) + i_{A}(\frac{2}{6} \le \varepsilon \le \frac{3}{6}), 0 \le \varepsilon \le \frac{1}{6}; \\ I_{ex}(\varepsilon) = i_{AB}(\frac{1}{6} \le \varepsilon \le \frac{2}{6}) + i_{A}(\frac{5}{6} \le \varepsilon \le 1) + i_{A}(\frac{3}{6} \le \varepsilon \le \frac{4}{6}), \frac{1}{6} \le \varepsilon \le \frac{2}{6}; \\ I_{ex}(\varepsilon) = i_{AB}(\frac{2}{6} \le \varepsilon \le \frac{3}{6}) + i_{AB}(0 \le \varepsilon \le \frac{1}{6}) + i_{A}(\frac{4}{6} \le \varepsilon \le \frac{5}{6}), \frac{2}{6} \le \varepsilon \le \frac{3}{6}; \\ I_{ex}(\varepsilon) = i_{A}(\frac{3}{6} \le \varepsilon \le \frac{4}{6}) + i_{AB}(\frac{1}{6} \le \varepsilon \le \frac{2}{6}) + i_{A}(\frac{5}{6} \le \varepsilon \le 1), \frac{3}{6} \le \varepsilon \le \frac{4}{6}; \\ I_{ex}(\varepsilon) = i_{A}(\frac{4}{6} \le \varepsilon \le \frac{5}{6}) + i_{AB}(\frac{2}{6} \le \varepsilon \le \frac{3}{6}) + i_{AB}(0 \le \varepsilon \le \frac{1}{6}), \frac{4}{6} \le \varepsilon \le \frac{5}{6}; \\ I_{ex}(\varepsilon) = i_{A}(\frac{5}{6} \le \varepsilon \le 1) + i_{A}(\frac{3}{6} \le \varepsilon \le \frac{4}{6}) + i_{AB}(\frac{1}{6} \le \varepsilon \le \frac{2}{6}), \frac{5}{6} \le \varepsilon \le 1. \end{cases}$$

$$(8)$$

В выражениях (8)  $i_A$  – оригинал тока фазы A;  $i_{AB}$  – выпрямленный ток фазы A на соответствующем временном интервале. По выражениям (4)-(7), полагая  $M^*_{\Pi IA}(\alpha,1) = M^*_{\Pi 2A}(\alpha,1) = M^*_{\Pi 2A}(\alpha,1) = 0$ , рассчитаны относительные дискретные установившиеся значения тока фазы A для  $\alpha = 1$ . По [8] рассчитаны параметры входного тока коммутатора: максимальное значение  $I_{MAX} = 0,905U_0/R_A$ , минимальное –  $I_{MIN} = 0,684U_0/R_A$ , размах пульсаций от максимума до минимума –  $\Delta I_{BX} = 0,221U_0/R_A$ .

3. Влияние пульсаций на процесс запуска ГТД. Запуск ГТД осуществляется по программе, которая регламентирует процесс нарастания его частоты вращения. На начальном этапе запуска она достигает значения пусковой. На этой частоте вращения в камере сгорания двигателя создаются условия для надежного возгорания топлива, что приводит к включению в работу турбины, которая совместно с БДПТ доводит частоту вращения ГТД до частоты сопровождения. На частоте сопровождения турбина развивает момент, достаточный для последующего разгона авиадвигателя без внешнего привода. До пусковой частоты вращения БДПТ преодолевает момент трения и момент сопротивления компрессора и далее работает совместно с турбиной. Очевидно, что в процессе запуска нагрузка БДПТ постоянна и не влияет на изменение уровня пульсаций потребляемого тока. Отмеченная особенность позволяет не учитывать влияние изменений нагрузки на динамические процессы в системе запуска ГТД. Система запуска ГТД вертолета имеет внешний (главный) контур скорости и подчиненный ему внутренний контур тока, структурная схема которого показана на рис. 3. В состав контура тока входит КРИП-ПНТ. На рис. 3 он представлен импульсным элементом (ИЭ) с единичным коэффициентом усиления и формирующим элементом – фиксатором нулевого порядка, т.к. перестройка частоты КРИП-ПНТ происходит с постоянным периодом. Поэтому его выходное напряжение также будет изменяться с постоянной частотой. Входные сигналы контура тока от регулятора скорости (Upc) и от датчика тока (U) через соответствующие звенья поступают на вход системы управления. Ее динамический коэффициент усиления под действием пульсаций тока будет изменяться. Последствия этого изменения можно оценить посредством фактора пульсаций по методике [7]. Закон регулирования в контуре тока формирует ПИ-регулятор, передаточная функция которого в соответствии с [8] имеет вид  $K_{\rm PT}(p) = R_A (1 + pT_{\rm s}) (pT_{\rm HT}K_{\rm T}K_{\rm CY})^{-1}$ , где  $K_{\rm HC}(p) = 1/(pT_{\kappa} + 1)$ ,  $K_{\Phi\ni}(p) = \left(1 - e^{-pT_0}\right) / p$ ,  $K_{\Phi T}(p) = 1 / [R_A(1 + pT_3)]$ ,  $K_{\Pi \ni}(p) = R_A / pT_M$  – передаточные функции нескомпенсированного звена, элемента формирования выходного напряжения КРИП-ПНТ, формирователя тока БДПТ, формирователя противо-ЭДС;  $K_{\text{су}}, K_{\text{т}}, K_{\text{дс}}$  – коэффициенты усиления системы управления КРИ–ПНТ, датчика тока, датчика скорости;  $1/C_{\rm EF}$  – коэффициент передачи звена формирования скорости, где  $1/C_{\rm EB} = \psi_M / \sqrt{2}B_0$ ,  $\psi_M$  – максимальное потокосцепление;  $B_0$  – коэффициент фазной ЭДС трехфазного мостового выпрямителя; Ирс – выходной сигнал регулятора скорости; Т<sub>0</sub> – период перестройки частоты коммутации КРИП-ПНТ; T<sub>M</sub>, T<sub>Э</sub> – электромеханическая и электрическая постоянные БДПТ;  $T_{\rm ur}$  – постоянная интегрирования регулятора контура тока;  $T_{\rm k}$  – нескомпенсированная постоянная; ДН – датчик напряжения; ФР – формирователь сигнала разности производных; АБ – аккумуляторная батарея; ДФ1, ДФ2 – дифференцирующие звенья.





Под влиянием пульсаций регулировочная характеристика системы управления искажается, что снижает ее чувствительность к входному сигналу.

Влияние пульсаций на процессы в контуре тока можно снизить посредством фильтров, включенных на выходах регулятора и датчика тока. Вследствие этого в контуре тока появляется звено с нескомпенсированной постоянной времени  $T_{\kappa}$  (рис. 3), т.к. регулятор тока обычно настраивают на компенсацию лишь электрической постоянной электродвигателя.

Пульсации тока влияют не только на процессы в контуре тока, но и на противо-ЭДС через звено с передаточной функцией  $K_{\Pi 9}(p) = R_A/pT_M$ . На его выходе присутствуют и собственные пульсации, полученные в результате выпрямления фазных ЭДС. Поскольку противо-ЭДС и напряжение питания коммутатора встречны, то очевидно влияние разности их пульсаций на процесс формирования тока БДПТ. Пульсации противо-ЭДС будут зависеть от "сглаживающих" возможностей формирователя противо-ЭДС, представляющего собой интегратор, постоянная времени которого равна электромеханической постоянной  $T_M$ . Уровень пульсаций тока, поступающих на вход системы управления, зависит от полосы пропускания нескомпенсированного звена и от постоянной интегрирования регулятора контура тока, а влияние пульсаций противо-ЭДС на процессы в контуре тока – от соотношения электромеханической постоянной электропривода  $T_M$  и постоянной интегрирования регулятора тока  $T_{\rm HT}$ . Оценим влияние этого соотношения на передаточную функцию контура тока системы запуска ГТД. Передаточная функция приведенной непрерывной части контура тока (рис. 3) с учетом противо-ЭДС БДПТ

$$K_{\Pi H \Psi}(p) = \frac{(1 + pT_{\Im})(1 - e^{-pT_{0}})}{(1 + pT_{\kappa})pT_{\rm HT}} \left(p^{2} + p\frac{1}{T_{\Im}} + \frac{1}{T_{M}T_{\Im}}\right)T_{\Im}}.$$

Переходя к относительной комплексной переменной q = pT, получаем

$$K_{\text{IIHY}}(p) = K_0 \frac{\left(1 + q \frac{1}{\overline{T_{\Im}}}\right) (1 - e^{-q})}{q(q + \overline{T_{\kappa}})(q^2 + q\overline{T_{\Im}} + \overline{T_{M}T_{\Im}})}.$$
(9)

где  $K_0 = \overline{T_{\text{ИТ}}T_{\kappa}T_{\Im}}, \quad \overline{T}_{\text{ИT}} = T_0 / T_{\text{KT}}, \quad \overline{T}_{\kappa} = T_0 / T_{\kappa}, \quad \overline{T}_{\text{M}} = T_0 / T_{\text{M}}, \quad \overline{T}_{\Im} = T_0 / T_{\Im}.$ Передаточную функцию (9) представим в виде

$$K_{\Pi H^{q}}(q) = K_{0}(1 - e^{-q})\left(\frac{A_{1}}{q - q_{1}} + \frac{A_{2}}{q - q_{2}} + \frac{A_{3}}{q - q_{3}} + \frac{A_{4}}{q - q_{4}}\right),$$
(10)

ISSN 1607-7970. Техн. електродинаміка. 2020. № 2

где  $q_1 = 0; \quad q_2 = -\overline{T_K} = \alpha_2; \quad q_{3,4} = -0.5\overline{T_9} \left(1 \mp \sqrt{1 - 4T_M/T_9}\right)$  – полюса передаточной функции приведенной непрерывной части.

Обозначив  $q_3 = -\alpha_3$ ,  $q_4 = -\alpha_4$ , получаем вычеты для полюсов  $q_1 \div q_4$ :  $A_1 = \frac{1}{T_M T_K T_3}$ ,

$$A_{2} = \frac{1 - \alpha_{2} / \overline{T_{3}}}{-\alpha_{2} (\alpha_{2}^{2} - \alpha_{2} \overline{T_{3}} + \overline{T_{M} T_{3}})}, \quad A_{3} = \frac{1 - \alpha / \overline{T_{3}}}{-\alpha_{3} (\overline{T_{K}} - \alpha_{3})(\alpha_{3} - \alpha_{4})}, \quad A_{4} = \frac{1 - \alpha_{4} / \overline{T_{3}}}{-\alpha_{4} (\overline{T_{K}} - \alpha_{4})(\alpha_{4} - \alpha_{3})}.$$

Подвергая (10) модифицированному Z–преобразованию, находим для интервала  $0 \le \varepsilon \le 1$  дискретную передаточную функцию разомкнутого контура тока

$$W_{\rm PT}(Z,\varepsilon) = Z_M \left\{ K_{\Pi \rm HP}(q) \right\} = K_0 \frac{A_1 \prod_{\kappa=2}^4 (Z - e^{-\alpha_\kappa}) + (Z - 1) \left[ A_2 e^{-\alpha_2 \varepsilon} \prod_{\kappa=3}^4 (Z - e^{-\alpha_\kappa}) + A_3 e^{-\alpha_3 \varepsilon} (Z - e^{-\alpha_2}) (Z - e^{-\alpha_4}) + A_4 e^{-\varepsilon \alpha_4} \prod_{\kappa=2}^3 (Z - e^{-\alpha_\kappa}) \right]}{\prod_{\kappa=2}^4 (Z - e^{-\alpha_\kappa})}, \quad (11)$$

где к – номер полюса. Левое (от момента срабатывания импульсного элемента) значение дискретной передаточной функции  $W_{PT}^*(Z,-0) = Z^{-1} \lim_{\varepsilon \to 1} W_{PT}^*(Z,\varepsilon)$ . С учетом (11) получаем

$$W_{pT}^{*} = (Z, -0) = K_{0} \frac{A_{1} \prod_{\kappa=2}^{4} (Z - e^{-\alpha_{\kappa}}) + (Z - 1) \left[ A_{2} e^{-\alpha_{2}} \prod_{\kappa=3}^{4} (Z - e^{-\alpha_{\kappa}}) + A_{3} e^{-\alpha_{3}} (Z - e^{-\alpha_{4}}) + A_{4} e^{-\alpha_{4}} \prod_{\kappa=2}^{3} (Z - e^{-\alpha_{\kappa}}) \right]}{Z \prod_{\kappa=2}^{4} (Z - e^{-\alpha_{\kappa}})}.$$
(12)

Дискретная передаточная функция замкнутого контура тока  $W_{3T}^*(Z,-0) = \frac{W_{PT}^*(Z,-0)}{1+W_{PT}^*Z,-0)}$ . С учетом (12) для установившегося режима (Z = 1) получаем  $W_{3T}^* = (Z,-0) = \frac{A_1K_0}{1+A_1K_0}$ .

Если учесть, что для полюса  $q_1=0$  вычет  $A_1 = 1/T_M T_K T_P$ , то имеем

$$W_{\rm 3T}^*(1,0) = 1/(1 + T_{\rm WT}/T_{\rm M}).$$
<sup>(13)</sup>

Аналогично получены дискретные передаточные функции разомкнутого и замкнутого контура тока без учета противо-ЭДС БДПТ

$$W_{\rm PT}^*(Z,-0) = K_0 \frac{ZK_1 + K_2}{(Z-1)(Z-e^{-\beta})}, \qquad W_{\rm 3T}^*(Z,-0) = \frac{K_0(ZK_1 + K_2)}{Z^2 - Z(1+e^{-\beta} - K_0K_1) + e^{-\beta} + K_0K_2}, \tag{14}$$

$$/T_{\rm MT}, \ \beta = T_0 / T_{\rm K}, \ K_1 = \left(\beta + e^{-\beta} - 1\right)\beta^{-2}, \ K_2 = \left(1 - e^{-\beta} - \beta e^{-\beta}\right)\beta^{-2}.$$

где  $K_0 = T_0 \beta / T_{\text{ИТ}}, \ \beta = T_0 / T_{\text{K}}, \ K_1 = (\beta + e^{-\beta} - 1)\beta^{-2}, \ K_2 = (1 - e^{-\beta} - \beta e^{-\beta})\beta^{-2}.$ Из (14) следует, что в установившемся режиме (Z=1) без учета противо-ЭДС дискретная

передаточная функция замкнутого контура тока  $W_{3T}^*(1,-0)=1$ , что повторяет дискретния передаточная функцию замкнутого контура тока (13) с учетом противо-ЭДС, если  $T_M >> T$ ит. При соблюдении этого условия влияние противо-ЭДС на процессы в системе запуска можно не учитывать. В системе запуска ГТД вертолета пульсирующий характер темпа нарастания тока, потребляемого от аккумулятора, снижает время расходования его энергетического ресурса. Для его увеличения ток, потребляемый от аккумулятора, должен нарастать равномерно, без скачков.

Проанализировав структурную схему (рис. 3) можно определить зависимость тока БДПТ от разности напряжения питания и противо-ЭДС, что позволяет стабилизировать темп его нарастания при выполнении условия

$$\frac{dU_{\Pi}(t)}{dt} = \frac{dE(t)}{dt},$$
(15)

где  $dU_{\Pi}(t)/dt$  – производная выходного напряжения КРИП–ПНТ, dE(t)/dt – производная противо-ЭДС. При определении  $dU_{\Pi}(t)/dt$  влиянием собственных пульсаций КРИП–ПНТ можно пренебречь, т.к. их частота находится в мегагерцовом диапазоне и они эффективно фильтруются выходным конденсатором преобразователя. Для выполнения условия (15) в структурной схеме контура тока (рис. 3) предусмотрена обратная связь по разности производных выходного напряжения КРИП–ПНТ и противо-ЭДС БДПТ. Эта связь осуществляется посредством дифференцирующих звеньев ДФ1, ДФ2, датчика напряжения ДН и формирователя разности ФР производных. Его выходной сигнал поступает на вход контура тока и оказывает стабилизирующее воздействие на темп нарастания тока, что требует отдельного исследования.

4. Выбор нескомпенсированой постоянной контура тока. Входной ток АИН пульсирует с частотой, превышающей частоту его входного напряжения в шесть раз. Его форма, как видно из рис. 2,  $\delta$ , пилообразная, и образована участками нарастающих и спадающих экспонент. Для упрощения анализа экспоненциальные участки пилы аппроксимируем линейными зависимостями, а период перестройки частоты КРИП–ПНТ примем равным периоду пульсаций входного тока  $T_0$ . Влияние пульсаций противо-ЭДС не учитываем. Переменную составляющую входного тока АИН, которая поступает на вход контура тока, представим набором линейных функций на периоде  $T_0$  (рис. 2,  $\delta$ )

$$U_{\rm T}(t) = K \big[ K(t) + 2K(t - 0.25T_0) + 2K(t - 0.75T_0) - K(t - T_0) \big]$$

где  $K = tg \varphi = \Delta I_M / 0.25T_0$ ,  $\varphi$  – угол наклона пилы;  $\Delta I_M$  – амплитуда пульсаций тока (рис. 2);  $K_T$  – коэффициент усиления датчика тока. Напряжение  $U_T(t)$  поступает на вход системы управления КРИП–ПНТ через нескомпенсированное звено и регулятор контура тока. Его изображение на выходе регулятора контура тока

$$U_{\rm PT}(p) = U_{\rm T}(p) \frac{R_A(1+pT_3)}{(pT_{\rm K}+1)pT_{\rm WT}K_{\rm T}K_{\rm CY}}$$
  
FAC  $U_{\rm T}(p) = K \cdot K_{\rm T} \frac{1-2e^{-0.25pT_0} + 2e^{-0.75pT_0} - e^{-pT_0}}{p^2}.$ 

Переходя к относительной комплексной переменной  $q = pT_0$ , получаем

$$U_{\rm PT}(q) = K_{\rm 0T} \frac{(1 - 2e^{-0.25q} + 2e^{-0.75q} - e^{-q})}{q^2} \frac{(1 + q\overline{T}_{\rm P})}{q(q + \beta)},$$
(17)

где  $K_{0T} = R_A \Delta I_M T_0^2 (0.25 T_K T_{WT} K_{CV})^{-1}, \quad \beta = T_0 / T_K, \quad \overline{T_9} = T_0 / T_9.$ 

Представим (17) в виде

$$U_{\rm PT}(q) = K_{\rm 0T} \left(1 - 2e^{-0.25q} + 2e^{-0.75q} - e^{-q}\right) \left(\frac{\beta_1}{q^3} + \frac{\beta_2}{q^2} + \frac{\beta_3}{q} + \frac{\beta_4}{q + \beta}\right),\tag{18}$$

где  $B_1 = 1/\beta$ ,  $B_2 = -(1 - \beta \overline{T}_{\Im})/\beta^2$ ,  $B_3 = (1 - \beta \overline{T}_{\Im})/\beta^3$ ,  $B_4 = -(1 - \beta \overline{T}_{\Im})/\beta^3$ . В результате модифированного Z-преобразования (18) получаем  $U_{\rm PT}(Z,\varepsilon)$ для отдельных интервалов изменения тока пилообразной формы

для 
$$0 \le \varepsilon \le 0.25$$
  $U_{\rm PT}^*(z,\varepsilon) = B_0 \left[ 1 - \frac{Ze^{-\beta\varepsilon} - 2e^{-\beta(\varepsilon+0.75)} + 2e^{-\beta(\varepsilon+0.25)} - e^{-\beta\varepsilon}}{z - e^{-\beta}} \right],$  (19)

для 
$$0.25 \le \varepsilon \le 0.75$$
  $U_{\rm PT}^*(z,\varepsilon) = B_0 \left[ -1 - \frac{Ze^{-\beta\varepsilon} - 2e^{-\beta(\varepsilon-0,25)} + 2e^{-\beta(\varepsilon+0.25)} - e^{-\beta\varepsilon}}{z - e^{-\beta}} \right],$  (20)

для 
$$0,75 \le \varepsilon \le 1$$
  $U^*_{PT}(z,\varepsilon) = B_0 \left[ 1 - \frac{Ze^{-\beta\varepsilon} - 2e^{-\beta(\varepsilon-0,25)} + 2e^{-\beta(\varepsilon-0.75)} - e^{-\beta\varepsilon}}{z - e^{-\beta}} \right],$  (21)

где  $B_0 = K_{0\mathrm{T}} (1 - \beta \overline{T_{\mathfrak{I}}}) \beta^{-3}$ .

Для установившегося режима (Z=1) из (19) для  $\varepsilon = 0 - U_{\text{PT}}^{*}(1,0) = B_{0} \frac{(1 - e^{-\beta} + 2e^{-0.75\beta} - 2e^{-0.25\beta})}{1 - e^{-\beta}};$ для  $\varepsilon = 0.25$  из (20) –  $U_{\text{PT}}^{*}(1;0,25) = B_{0}th0.25\beta$ ; для  $\varepsilon = 0.75$  из (21) –  $U_{\text{PT}}^{*}(1;0,75) = -B_{0}th0.25\beta$ ; для  $\varepsilon = 1 - U_{\text{PT}}^{*}(1;1) = B_{0} \frac{(1 - e^{-\beta} + 2e^{-0.75\beta} - 2e^{-0.25\beta})}{1 - e^{-\beta}}.$ 

С учетом  $K_{0T}$  получаем относительное значение размаха пульсаций от пика ( $\varepsilon = 0,25$ ) до пика ( $\varepsilon = 0,75$ ) на выходе регулятора тока

$$\Delta \overline{U}_{\rm PT} = \frac{\Delta U_{\rm PT}}{U_0} = \frac{8R_A \Delta I_{\rm M} (1 - \beta \overline{T_9})}{\beta n K_{\rm CV} U_0} th 0.25\beta, \qquad (22)$$

ISSN 1607-7970. Техн. електродинаміка. 2020. № 2

где  $n = T_{\rm HT}/T_{\rm K}$ ,  $U_0$  – напряжение фаз A, B, C.

Для  $\Delta I_{\rm M} = 0,109U_0/R_A$ ,  $T_0 = 0.25 \cdot 10^{-2}c$ ,  $T_{\ni} = 0,015c$ ,  $K_{\rm Cy} = 1$  по (22) рассчитаны относительные значения размаха пульсаций на входе системы управления для различных значений *n*. Результаты показаны на рис. 4, *a*, из которого видно, что если  $2 \le n \le 2,5$ , то в диапазоне  $1,5 \le T_{\kappa}/T \le 2,5$  уровень пульсаций минимальный. Чрезмерное увеличение нескомпенсированной постоянной нежелательно из-за увеличения задержки регулирования при незначительном снижении уровня пульсаций. Поэтому значение  $2 \le n \le 2,5$  является оптимальным для соотношения между постоянной интегрирования регулятора контура тока и нескомпенсированой постоянной.



Постоянную интегрирования регулятора контура тока можно найти по результатам его настройки на процесс конечной длительности без перерегулирования.

Если не учитывать влияние противо-ЭДС БДПТ, то из (14) следует, что условие процесса конечной длительности выполняется, когда  $-1 - e^{-\beta} + K_0 K_1 = 0$ ;  $e^{-\beta} + K_0 K_2 = 0$ , т.е. если  $K_0 = \beta \left(1 - e^{-\beta}\right)^{-1}$  или  $T_0 / T_{\rm HT} = \left(1 - e^{-\beta}\right)^{-1}$ , т.к.  $K_0 = \beta T_0 / T_{\rm HT}$ . Поскольку  $\beta = T_0 / T_\kappa$ , а  $T_\kappa = T_{\rm HT} / n$ , то  $T_0 / T_{\rm HT} = [1 - \exp(-nT_0 / T_{\rm HT})]$ . (23)

Из (23) найдем постоянную интегрирования регулятора контура тока, при которой выполняется условие процесса конечной длительности. Разложим в ряд Тейлора показательную функцию  $e^{nx} = n + \frac{n^2 x}{11} + \frac{n^3 x^2}{21} + \dots$ , где  $x = T_0 / T_{\text{HT}}$ .

При учете двух членов ряда получаем уравнение 
$$x^2 - x \frac{1 - n + n^2}{n^2} - \frac{1}{n} = 0$$

В таблице приведены результаты его решения для различных соотношений между постоян-														
$n = T_{\rm MT} / T_{\rm K}$	1,5	1,75	2	2,25	2,5	ной интегрирования и нескомпенсированной								
$T_0 / T_{\rm WT}$	1,28	1,21	1,17	1,141	1,11	постоянной.								

**5. Устойчивость контура тока на основной субгармонике.** Выше отмечено, что следствием влияния пульсаций является субгармоническая неустойчивость системы запуска ГТД.

Потеря устойчивости наиболее вероятна на основной субгармонике из-за разброса параметров фазных обмоток БДПТ, асимметрии каналов управления транзисторами коммутатора и из-за возможных низкочастотных биений во входном токе. Отмеченные факторы приводят к появлению низкочастотных микропроцессов, которые накладываются на собственные пульсации системы запуска ГТД и провоцируют ее пульсационную неустойчивость. Автоколебания вначале появляются "в малом" на основной субгармонике, частота которой в два раза ниже частоты основной гармоники.

С увеличением амплитуды основной субгармоники растет вероятность появления автоколебаний на более низких субгармониках [7]. Очевидно, что условие субгармонической устойчивости системы запуска ГТД выполняется, если обеспечена ее устойчивость на основной субгармонике.

Условие устойчивости контура тока на основной субгармонике можно найти из его характеристического уравнения

$$1 + W_{\rm PT}^*(Z, -0) = 0, \qquad (24)$$

где передаточные функции разомкнутого контура тока  $W_{PT}^*(Z,-0)$  с учетом и без учета противо-ЭДС определяются выражениями (12) и (14), в которые входит комплексный параметр  $Z = e^q$ , где  $q = j\overline{\omega} = j\overline{\omega}T_0 = 2\pi$ . Поскольку  $e^{j\omega} = \cos\overline{\omega} + j\sin\overline{\omega}$ , то относительная частота основной субгармоники  $\overline{\omega}_1 = \pi$  – в два раза ниже частоты основной гармоники.

Очевидно, что на частоте основной субгармоники комплексный параметр Z = -1. Подставляя это значение в характеристическое уравнение (24), получаем условия устойчивости контура тока на основной субгармонике

- без учета противо-ЭДС 
$$\frac{T_0}{T_{ur}} \le \frac{2\beta(1+e^{-\beta})}{\beta(1+e^{-\beta})-2e^{-\beta}(1-e^{-\beta})},$$
 (25)

- с учетом противо-ЭДС БДПТ, где  $\beta = \overline{T_{K}}$ 

$$\frac{\overline{T}_{0}}{T_{\text{MT}}} \leq \frac{\prod_{\kappa=2}^{1} (1+e^{-\alpha_{\kappa}})}{\frac{1}{2\overline{T}_{M}} \prod_{\kappa=2}^{4} (1+e^{-\alpha_{\kappa}}) + 2\beta \overline{T}_{9} \left[ A_{2}e^{-\alpha_{4}} \prod_{\kappa=3}^{4} (1+e^{-\alpha_{\kappa}}) + A_{3}e^{-\alpha_{3}} (1+e^{-\alpha_{2}})(1+e^{-\alpha_{4}}) + A_{4}e^{-\alpha_{4}} \prod_{\kappa=2}^{3} (1+e^{-\alpha_{\kappa}}) \right]}.$$
(26)

По выражениям (25) и (26) рассчитаны области устойчивости контура тока на основной субгармонике для  $T_0 = 0,25 \cdot 10^{-2}$  с;  $T_3 = 0,015$  с;  $T_M = 0,08$  с. Результаты расчетов показаны на рис. 4,  $\delta$ , где видно (кривая 2), что без учета противо–ЭДС БДПТ надежная устойчивость контура тока на основной субгармонике обеспечивается, если  $\beta < 3$ . При учете противо-ЭДС область субгармонической устойчивости уменьшается в два и более раза (рис. 4,  $\delta$ , кривая *1*).

**Выводы.** Влияние противо-ЭДС БДПТ на процессы в контуре тока можно не учитывать, если электромеханическая постоянная системы запуска ГТД вертолета значительно больше постоянной интегрирования регулятора.

Предложен способ увеличения времени расходования энергетического ресурса аккумулятора путем стабилизации темпа потребляемого тока за счет контроля разности производных противо-ЭДС и напряжения питания БДПТ.

Учет дискретности коммутатора позволяет реализовать в контуре тока процесс конечной длительности без перерегулирования за два периода перестройки частоты коммутации КРИП–ПНТ.

Минимальное влияние пульсаций на динамику системы запуска обеспечивается, если отношение постоянной интегрирования регулятора контура тока к нескомпенсированной постоянной находится в диапазоне (2÷2,5).

Без учета противо-ЭДС БДПТ надежная устойчивость контура тока на основной субгармонике обеспечивается, если  $\beta < 3$ . Под влиянием противо-ЭДС запас субгармонической устойчивости снижается в два и более раза.

1. Денисов А. И., Бурсала Е.А., Башинский К.В. Совершенствование систем бортового электропитания и запуска газотурбинных двигателей вертолетов. *Системи озброєння і військової техніки*. 2016. №4 (48). С. 98-103.

2. Левин А.В., Алексеев И.И., Харитонов С.А., Ковалев Л.К. Электрический самолет: от идеи до реализации. Москва: Машиностроение, 2010. 288 с.

3. Овчинников И.Е. Вентильные электрические двигатели и электропривод на их основе. Санкт-Петербург: Корона-Век, 2012. 336 с.

4. Singh B., Singh S. Singl-phase Power Factor Controller Topologies for Permanent Magnet Brushless DC Motor Drives. *IET Power Electronic*. 2010. Vol. 3. No 2. Pp .147-175. DOI: <u>http://dx.doi.org/10.1049/iet-pel.2008.0313</u>

5. Антонов А.Е., Акинин К.П., Киреев В.Т. Особенности построения электромеханической системы ориентации наноспутника на основе бесконтактного магнитоэлектрического двигателя. *Технічна* електродинаміка. 2017. № 4. С. 36-40. DOI: <u>https://doi.org/10.15407/techned2017.04.036</u>

6. Акинин К.П. Релейно-векторная система управления бесконтактными двигателями с постоянными магнитами с датчиком тока в звене постоянного тока. *Технічна електродинаміка*. 2014. № 3. С. 52-55.

7. Денисов Ю.О. Системи перетворювальної техніки. Чернігів: Чернігів. нац. технол. ун-т, 2014. 170 с.

8. Лебедев Е. Д., Неймарк В. Е., Пистрак М. Я., Слежановский О. В. Управление вентильными электроприводами постоянного тока. Москва: Энергия, 1970. 232 с.

## ВПЛИВ ПУЛЬСАЦІЙ БЕЗКОЛЕКТОРНОГО ДВИГУНА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ НА ПРОЦЕС КЕРУВАННЯ ЗАПУСКОМ ГАЗОТУРБІННИХ ДВИГУНІВ ВЕРТОЛЬОТА

В.Г. Башинський, докт. техн. наук, О.Л. Шаповалов, О.І. Денисов, докт. техн. наук, О.О. Бурсала, О.Л. Бурсала, канд. техн. наук

Державний науково-дослідний інститут випробувань і сертифікації озброєння та військової техніки вул. Стрілецька, 1, м. Чернігів, 14033, Україна, e-mail: <u>den39ltd@gmail.com</u>

Виконано аналіз пульсацій вхідного струму комутатора безколекторного двигуна постійного струму (БДПС) і встановлено їхній вплив на коефіцієнт підсилення і чутливість системи керування. Запропоновано засоби зниження впливу пульсацій на динаміку процесів в контурі струму. Отримано дискретні передавальні функції замкненого контуру струму з урахуванням і без урахування впливу проти-ЕРС електродвигуна, що дозволило запропонувати спосіб стабілізації темпу наростання вхідного струму комутатора. Реалізація цього способу дозволяє збільшити робочий ресурс акумулятора. Встановлено області субгармонійної стійкості системи запуску газотурбінного двигуна (ГТД) вертольота з БДПС. Бібл.8, рис. 4, табл. 1.

*Ключові слова*: безколекторний двигун постійного струму, пульсації, дискретність, модифіковане Zперетворення, контур струму, стійкість.

# INFLUENCE OF PULSATIONS OF THE FLEXIBLE DC MOTOR ON THE MANAGEMENT PROCESS OF STARTING THE GAS TURBINE MOTOR HELICOPTER

V. Bashinskyi, O. Shapovalov, A. Denisov, O. Bursala, A. Bursala,

State Scientific Research Institute for Testing and Certification of Arms and Military Equipment Striletska st, 1, Chernigiv, 14033, Ukraine, e-mail: <u>den39ltd@gmail.com</u>

The ripple analysis of the input current of the commutator of the brushless DC motor (BLDC) is performed and their influence on the gain and sensitivity of the control system is established. Methods are proposed for reducing the influence of pulsations on the dynamics of processes in a current loop. Discrete transfer functions of a closed current loop are obtained with and without consideration of the influence of counter-EMF motor, which allowed us to propose a method of stabilizing the rate of increase of the input current of the switch. The implementation of this method allows to increase the working life of the battery. The areas of subharmonic stability of the gas turbine engine launch system (GTE) of the helicopter with BLDC were established. References 8, figures 4, table 1.

Key words: brushless DC motor, ripple, discreteness, modified Z-transform, current loop, stability.

1. Denysov A.Y., Bursala E.A., Bashynskyi K.V. Improving onboard power supply systems and launching gas turbine helicopter engines. *Systemy ozbroiennia i viiskovoi tekhniky*. 2016. No 4 (48). Pp. 98-103. (Rus)

2. Levyn A.V., Alekseev Y.Y., Kharytonov S.A., Kovalev L.K. Electric aircraft: from idea to implementation. Moskva: Mashynostroenie, 2010. 288 p. (Rus)

3. Ovchynnykov Y.E. Valve electric motors and electric drive based on them. Sankt-Peterburh: Korona-Vek, 2012. 336 p. (Rus)

4. Singh B., Singh S. Singl-phase Power Factor Controller Topologies for Permanent Magnet Brushless DC Motor Drives. *IET Power Electronic*. 2010. Vol. 3. No 2. Pp. 147-175. DOI: http://dx.doi.org/10.1049/iet-pel.2008.0313

5. Antonov A.E., Akynyn K.P., Kyreev V.T. Features of building an electromechanical orientation system of a nanosatellite based on a contactless magnetoelectric engine. *Tekhnichna elektrodynamika*. 2017. No 4. Pp. 36-40. (Rus)

DOI: <u>https://doi.org/10.15407/techned2017.04.036</u> 6. Akynyn K.P. Relay vector control system of permanent magnet contactless motors with a current sensor in the DC link. *Tekhnichna elektrodynamika*. 2014. No 3. Pp. 52-55. (Rus)

7. Denysov Yu.O. Transformation technology systems. Chernihiv: Chernihivskyi Natsionalnyi Tekhnologichnyi Universytet, 2014. 170 p. (Ukr)

8. Lebedev E.D., Neimark V.E., Pistrak M.Ia., Slezhanovskii O.V. Control valve DC electric drives. Moskva: Energy, 1970. 232 p. (Rus)

Надійшла 10.07.2019 Остаточний варіант 05.02.2020 УДК 621.311:681.3

DOI: https://doi.org/10.15407/techned2020.02.067

# ОДНОФАКТОРНЕ КОРОТКОСТРОКОВЕ ПРОГНОЗУВАННЯ ВУЗЛОВИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ ЕНЕРГОСИСТЕМИ

П.О. Черненко.\*, докт. техн. наук, В.О. Мірошник\*\*, П.В. Шиманюк Інститут електродинаміки НАН України, пр. Перемоги, 56, Київ, 03057, Україна, e-mail: cher@ied.org.ua

Запропоновано комбіновану архітектуру штучної нейронної мережі глибинного навчання для векторного прогнозування вузлових навантажень, в якій використовується рекурентний модуль типу LSTM (Long short-term memory – мережі довгої короткострокової пам'яті), вихід якого подається до багатошарового перцептрону з активаційною функцією SELU (scaled exponential linear unit – масштабована експоненційно лінійна функція). Для підвищення ефективності навчання використовується обхідне з'єднання, яке полягає в додаванні входу нейронної мережі до виходу. Проведено порівняльний аналіз двох підходів до короткострокового прогнозування вузлових навантажень енергосистеми. При першому підході для кожного вузла навантаження будується окрема модель на базі штучної нейронної мережі еResNet, при другому – здійснюється векторне прогнозування значень вузлових навантажень з використанням побудованої комбінованої нейронної мережі. Другий підхід дозволяє використати взаємозв'язок між навантаженнями в вузлах енергосистеми та зменишти кількість обчислювальних операцій, необхідних для побудови моделі, особливо при значній кількості вузлів в енергосистемі. Бібл. 11, рис. 1, табл. 3. Ключові слова: вузлове електричне навантаження, короткострокове прогнозування, штучна нейронна мережа, рекурентна мережа

Для розв'язання більшості технологічних задач планування режимів автоматизованої системи диспетчерського управління (АСДУ) необхідно розраховувати усталений режим енергосистеми (ЕС) з певним випередженням. Для розрахунку очікуваного усталеного режиму необхідно прогнозувати значення активної та реактивної потужності у вузлах заступної схеми енергосистеми. Зараз ця задача вирішується спрощено: спочатку прогнозується сумарне електричне навантаження (СЕН) активної потужності енергосистеми, а значення вузлових навантажень знаходяться за коефіцієнтами залежності (пропорційності) вузлових навантажень від значень СЕН, реактивні вузлові навантаження – таким же чином або по заданому  $tg\varphi$ . Ці коефіцієнти і значення  $tg\varphi$  отримують за результатами спеціально організованих вимірів в період максимуму (взимку) та мінімуму (влітку) графіків сумарного навантаження ЕС. Завдяки тому, що зміни в часі сумарного і вузлових навантажень є нестаціонарними часовими рядами, то таким чином визначенні вузлові навантаження є наближеними і викривлено відображають їхню реальну зміну в часі. В результаті такими ж наближеними є результати розв'язання технологічних задач планування режимів ЕС.

З розробкою алгоритму та програми оперативного розрахунку усталеного режиму ЕС за даними телеметрії (State estimation) та використання їх в промисловій експлуатації в регіональній та об'єднаній ЕС з'явилась інформаційна база для прогнозування активних та реактивних вузлових навантажень. Розрахунок поточних і ретроспективних режимів в енергосистемах України та державах близького зарубіжжя в даний час, як правило, вирішується в умовах неповної спостережуваності режимів. Тому для проведення розрахунку всіх параметрів режиму необхідно використовувати певну кількість псевдовимірів у вигляді даних контрольних вимірів. З метою мінімізації їхньої кількості у роботі [1] використовуються обмеження на параметри режиму.

В результаті проведеної в останні часи роботи по інформатизації енергетичних об'єктів, особливо в частині впровадження автоматизованих систем комерційного обліку електроспоживання (ACKOE), з'явилася можливість отримання графіків активних вузлових навантажень з дискретністю в тридцять хвилин або одну годину. Ця інформація часто має пропуски даних в одну, декілька годин,

<sup>©</sup> Черненко П.О., Мірошник В.О., Шиманюк П.В., 2020

ORCID ID: \*https://orcid.org/0000-0002-5888-4780; \*\* https://orcid.org/0000-0001-9036-7268

діб, а іноді і місяців, тому підвищення достовірності цих даних є досить складною задачею і потребує багато часу. В таких випадках застосовують два підходи: перший – коли в аналіз і прогноз включають тільки вузли з повною інформацією; другий – аналіз проводять за повною заступною схемою зі свідомо наближеною оцінкою навантаження в неповно спостережуваних вузлах.

З метою підвищення точності розрахунків сталого режиму проводились роботи із статистичного аналізу [2] та прогнозування вузлових навантажень енергосистеми [3]. Однак ці роботи проводились тільки для вузлів навантаження, по яких була вимірювана інформація з різною дискретністю, або за допомогою експертних методів з врахуванням подібності коефіцієнтів математичної моделі для вимірюваних і невимірюваних значень навантаження різних вузлів [4]. В останніх випадках важко оцінити похибку таких штучно модельованих вузлових навантажень.

Останнім часом з'явилося більше публікацій щодо прогнозування сумарних і вузлових навантажень ЕС із застосуванням методів штучного інтелекту у вигляді нейронних мереж (HM) різної архітектури: багатошарового перцептрону (MLP) в поєднанні з методом інверсій [5], методу опорних векторів [6], нелінійних авторегресійних моделей [7] та більш удосконалених HM глибинного навчання [8, 16]. Так у [9] для прогнозування вузлових навантажень використовувався метод опорних векторів (SVM – Support Vector Machine). Метою даного дослідження є порівняння двох підходів до розв'язання задачі короткострокового прогнозування навантаження вузлів енергосистеми. При першому підході для кожного вузла навантаження будується окрема модель і прогноз проводиться незалежно; при другому – здійснюється векторне прогнозування значень вузлових навантажень з використанням однієї нейронної мережі, що дозволяє врахувати взаємозв'язок між навантаженням вузлів однієї енергосистеми. Особливістю даної роботи є використання методу непрямої оцінки для вузлів з наявністю прогнущених або недостовірних даних.



У проведених Інститутом електродинаміки НАН України дослідженнях, частина яких викладається у статті, як оператор прогнозування активної складової вузлового навантаження пропонується комбінована архітектура нейронної мережі глибинного навчання з використанням модуля LSTM та HM типу багатошаровий перцептрон. Архітектуру даної моделі наведено на рис. 1. Далі під вузловим навантаженням мається на увазі активна складова, бо інформація про реактивну складову відсутня.

При однофакторному прогнозуванні на вхід НМ подаються погодинні нормовані значення активного навантаження вузлів  $X_t \in \mathbb{R}^{l \times n}$ , де n – кількість вузлів, l – кількість погодинних значень (лагів), які передують прогнозній годині з врахуванням горизонту упередження (p). Так, наприклад, якщо горизонт упередження становить 24 години і n=3, то для прогнозу на годину t на вхід мережі подається

$$X_{t} = \begin{pmatrix} y_{t-24}^{1} & y_{t-24}^{2} & y_{t-24}^{3} \\ y_{t-25}^{1} & y_{t-25}^{2} & y_{t-25}^{3} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ y_{t-24-l}^{1} & y_{t-24-l}^{2} & y_{t-24-l}^{3} \end{pmatrix}.$$

Рис. 1

У пакетному режимі роботи на вхід НМ подається 3-вимірна матриця  $X \in R^{m \times l \times n}$ . Виходом нейронної мережі є вектор погодинних  $r^n$ 

значень навантаження  $y_t \in \mathbb{R}^n$ .

Для оцінки вагових коефіцієнтів НМ використовується критерій мінімуму квадратів відхилень прогнозних значень від фактичних

$$L(\mathbf{y}, X, W) = \frac{1}{2m} \sum_{j=1}^{n} \sum_{t=1}^{m} \left( y_{t}^{j} - f^{j}(X_{t}, W) \right)^{2}$$

де L(y, X, W) – скалярна функція векторних аргументів; n – кількість вузлів; m – кількість годин в навчальній вибірці або мініпакетів;  $y_t^j$  – фактичне значення електричного навантаження в t-ту годину j-го вузла;  $f^j(X_t, \hat{W})$  – прогнозне значення електричного навантаження j-го вузла в годину t;

 $X_t$  – вхідний масив даних для *t*-ої прогнозної години;  $\hat{W}$  – оцінки вагових коефіцієнтів нейронної мережі.

Використання рекурентного модулю LSTM [10] дозволяє НМ враховувати попередні значення часового ряду, які несуть інформацію про прогнозне значення. Модуль LSTM складається з чотирьох матриць вагових коефіцієнтів  $W_f, W_i, W_c, W_o$  та вектору стану, які зв'язані наступними співвідношеннями:

$$\begin{aligned} f_k &= \sigma \Big( W_f \left[ \boldsymbol{h}_{k-1}, \boldsymbol{x}_k \right] + \boldsymbol{b}_f \Big); & \boldsymbol{i}_k &= \sigma \big( W_i \left[ \boldsymbol{h}_{k-1}, \boldsymbol{x}_k \right] + \boldsymbol{b}_i \big); \quad \widetilde{\boldsymbol{c}}_k &= \tanh \big( W_c \left[ \boldsymbol{h}_{k-1}, \boldsymbol{x}_k \right] + \boldsymbol{b}_c \big); \\ \boldsymbol{c}_k &= f_k \cdot \boldsymbol{c}_{k-1} + \boldsymbol{i}_k \cdot \widetilde{\boldsymbol{c}}_k ; & \boldsymbol{o}_k &= \sigma \big( W_o \left[ \boldsymbol{h}_{k-1}, \boldsymbol{x}_k \right] + \boldsymbol{b}_o \big); & \boldsymbol{h}_k &= \boldsymbol{o}_k \tanh(\boldsymbol{c}_k), \end{aligned}$$

де k – номер рядка матриці  $X_i$ ;  $f_k$ ,  $i_k$ ,  $o_k$  – вихідні вектори прихованих шарів модулю LSTM;  $\sigma$  – сигмоїдальна функція активації нейрону,  $\sigma(z) = (1 + e^{-x})^{-1}$ ;  $W_f$ ,  $W_c$ ,  $W_o$  – вагові коефіцієнти;  $b_f$ ,  $b_i$ ,  $b_c$ ,  $b_o$  – коефіцієнти зсуву;  $x_k$  – матриця вхідних значень;  $h_{k-1}$ ,  $h_k$  – прогнозні значення;  $c_k$ ,  $c_{k-1}$  – вектор пам'яті.

Вектори пам'яті ( $c_k$ ) та вихід LSTM попереднього кроку (h) ініціалізуються нульовими значеннями на кожному прикладі  $x_k$ . Вектор  $\tilde{c}_k$  представляє новий варіант значень пам'яті, а вектори  $f_k$  та  $i_k$  регулюють ступінь оновлення вектору пам'яті новими значеннями. За рахунок того, що значення  $W_f$ ,  $W_i$  і  $b_f$ ,  $b_i$  оцінюються в процесі навчання, нейронна мережа регулює динаміку оновлення  $c_k$  оптимальним чином з точки зору мінімізації критерію y, X, W. Крім того, наявність вектору пам'яті дає змогу зменшити ефект екстремального зменшення або збільшення норми градієнту при зворотному розповсюдженні похибки, що поряд з використанням обхідного з'єднання, яке згладжує поверхню похибки нейронної мережі, суттєво прискорює навчання та дозволяє досягти меншої похибки прогнозування. Першим на вхід LSTM подається останній рядок  $x_t$ .

Вихід модулю LSTM вводиться в багатошаровий перцептрон з двома прихованими шарами (Dense\_1, Dense\_2). Розмірність Dense\_1 обирається більшою за *n*, розмірність Dense\_2 повинна дорівнювати *n*, оскільки вихід перцептрону поелементно додається до входу нейронної мережі. В однофакторному варіанті в обхідному з'єднанні не використовуються додаткові матриці вагових коефіцієнтів. Як активаційна функція прихованого шару MLP використовується функція *selu* (scaled exponential linear unit) [11], яка має вигляд

$$selu(z) = \lambda \begin{cases} z & z > 0 \\ s \cdot e^{z} - s & z \le 0 \end{cases}$$

де z – лінійна комбінація виходів попереднього шару z = Wx, x – вектор-рядок виходів попереднього шару;  $\lambda$ , s – параметри, які необхідні для забезпечення властивості саморегуляризації, при цьому рекомендовані значення: s = 1,6733 та  $\lambda = 1,0507$ .

Вихід НМ задається формулою  $\hat{y}_k = x_1 + W_2 \cdot selu(W_1 \cdot h_k + b_1) + b_2$ .

Обхідне з'єднання полягає в додаванні до вихідних значень нейронної мережі її вхідних значень. В запропонованій нейронній мережі передається тільки перший рядок *x*<sub>1</sub>.

Ефективність обхідних з'єднань розглянуто в ряді теоретичних робіт. У [12] показано, що така архітектура еквівалентна ансамблю простих нейронних мереж. Завдяки наявності обхідних з'єднань інформація передається з входу на вихід декількома шляхами з різною кількістю шарів. Це дозволяє градієнту похибки досягати відповідних вагових коефіцієнтів через меншу кількість шарів, що значно зменшує вплив ефекту нестабільності градієнту при навчанні (зменшенні чи збільшенні норми градієнту при розповсюдженні через шари НМ). У [13] даний ефект інтерпретується з точки зору геометрії гіперплощини функції втрат. В роботі стверджується, що наявність обхідних з'єднань згладжує гіперплощину втрат та суттєво полегшує навчання нейронних мереж з великою кількістю шарів.

У роботі навчання проводиться у мініпакетному режимі за допомогою алгоритму оптимізації ADAM [14] з параметрами lr=0,001,  $b_1=0,9$  та  $b_2=0,999$ . Цей алгоритм використовує градієнт функції похибки для уточнення вагових коефіцієнтів та квадрат градієнту для оцінки її кривизни. Оновлення вагових коефіцієнтів проводиться за наступною процедурою:

$$w_{t} = w_{t-1} - \alpha \hat{m}_{t} / (\sqrt{v_{t}} + \varepsilon), \ \hat{m}_{t} = m_{t} / (1 - \beta_{1}^{t}), \ m_{t} = \beta_{1} m_{t-1} + (1 - \beta_{1}) g_{t},$$

де t – номер ітерації процедури навчання;  $w_t$ ,  $w_{t-1}$  – векторизовані матриці вагових коефіцієнтів на ітерації t та t-1;  $\alpha$  – крок навчання, рекомендоване значення 0,001;  $\varepsilon$  – константа, що запобігає похибкам обчислення при діленні на 0, зазвичай  $\varepsilon = 10^{-8}$ ;  $\hat{m}_t$  – вектор скоригованих експоненційно згладжених значень градієнту;  $m_t$  – експоненційно згладжений вектор градієнту;  $g_t$  – градієнт функції похибки;  $\beta_1$  – коефіцієнт згладжування;  $\hat{v}_t$  – вектор скоригованих експоненційно згладжених значень квадрату градієнту, який обчислюється за процедурою

$$\hat{v}_t = v_t / (1 - \beta_2^t), v_t = \beta_2 v_{t-1} + (1 - \beta_2) g_t^2$$

де  $v_t$  – експоненційно згладжений вектор квадрату градієнту

Квадрат градієнту розраховується поелементно. На першій ітерації  $m_0$  та  $v_0$  ініціалізуються нульовими векторами. Дана процедура навчання адаптивно коригує значення кроку навчання для кожного окремого параметру і зменшує його з кожною ітерацією. Цей алгоритм показав високу ефективність в задачах оптимізації з великою кількістю параметрів, до яких відносяться НМ глибинного навчання.

За результатами процедури перехресної перевірки кількість прихованих нейронів в LSTM = 50, Dense\_1 = 20, Dense\_2 = n.

Для апробації запропонованої моделі використовувались погодинні дані про вузлове електричне навантаження енергосистеми континентальної частини Європи [15]. У даному наборі представлено погодинні значення для 1494 вузлів за період з 2012 по 2014 рр. Значення навантаження вузлів отримано шляхом зваження сумарного навантаження конкретної країни (або регіону) по щільності населення в околі кожного вузла. В результаті такої підготовки даних суттєвою проблемою є сильна кореляція між вузлами, оскільки дані відрізняються тільки масштабом.

Для навчання HM використовувались дані за 2012-2013 pp. Оцінювання показників точності прогнозу проводилася за даними 2014 року.

Для прогнозування обрано 11 вузлів за критеріями мінімуму кореляції і компактного місцерозташування. Узагальнені статистичні показники для даних часових рядів наведено у табл. 1. **Таблиця 1** 

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	111
Математичне											
сподівання, МВт	187,3	183,5	61,7	67,3	49,5	42,7	44,4	25,0	16,0	15,5	21,9
Середньоквадратичне											
відхилення, МВт	35,5	38,8	14,0	11,3	8,6	8,4	7,7	4,1	2,8	2,7	3,6
Мін. значення, МВт	100,1	95,3	33,1	40,8	29,5	19,7	26,6	15,6	9,5	9,6	13,9
Макс. значення, МВт	271,3	275,2	114,6	102,2	74,7	66,6	67,8	37,7	24,6	25,8	33,2

Результати прогнозів із застосуванням комбінованої НМ мережі глибинного навчання порівнювались з прогнозами нейронної мережі eResNet [16]. Остання складається з 3-х блоків автокодувального типу (AK) з обхідними з'єднаннями. Особливістю архітектури даного типу є однакова кількість вхідних ( $d_x$ ) та вихідних ( $d_y$ ) нейронів та менша кількість прихованих ( $d_h$ ) нейронів ( $d_x = d_y > d_h$ ). Вхід АК блоку поелементно додається з його виходом, тим самим утворюючи обхідне з'єднання. Вихід останнього блоку АК подається на вхід багатошарового перцептрону, виходом якого є прогнозне значення навантаження.

Для оцінки похибки прогнозу навантаження одного вузла використовувалась функція МАРЕ  $MAPE = \frac{1}{m} \sum_{t=1}^{m} \left| \frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \right| \cdot 100\%$ , де  $y_t$ ,  $\hat{y}_t$  – фактичні та прогнозні значення навантаження в *t*-ту годину.

Для порівняння моделей використовується середнє значення МАРЕ ( $\mu$ ) по всіх 11 вузлах та стандартне відхилення МАРЕ ( $\sigma$ ). У табл. 2 та на рис. 2 наведено значення  $\mu$  в залежності від значення лагу *l*. В мережі eResNet параметр *l* впливає на розмірність вхідного вектору, в той час як в мережі LSTM кількість параметрів залишається незмінною через те, що данні використовуються
поступово по 24 значення за один цикл роботи LSTM. При цьому для прогнозу використовується тільки останнє значення, яке повертає модуль LSTM.

В практиці експлуатації енергосистем виникають ситуації, коли необхідно збільшувати горизонт упередження прогнозу. В табл. 3 та на рис. 3 наведено значення похибки при прогнозуванні з різним горизонтом упередження для мереж з різними використаними модулями LSTM та eResNet. Таблиця 2

	1		2		3		4	5		6		7	8	9		10	11	μ	σ
									]	LSTM	[								
<i>l</i> = 24	5,1	3	6,3	6	4,23	4,	,31	4,84	4	5,21	4	,54	4,24	4,64		3,95	4,15	4,69	0,68
<i>l</i> = 48	5,1	1	5,7	6	3,72	3,	,87	4,43	4	5,09	4	,03	3,67	4,23		3,34	3,68	4,26	0,76
<i>l</i> = 72	4,4	3	3,8	8	2,91	2,	,89	3,11	2	1,28	2	2,8	2,52	2,93		2,4	2,63	3,16	0,7
<i>l</i> = 96	3,7	'1	3,8	31	2,8	2,	,93	2,98		3,99	2	,44	2,41	2,6		2,37	2,57	2,97	0,6
<i>l</i> = 120	3,2	6	4,1	3	2,95	2,	,94	3,3	2	1,39	3	,12	2,64	3,2		2,4	2,7	3,18	0,6
<i>l</i> = 144	3,9	8	4,5	9	3,03	3,	,33	3,57	2	1,39	3	,18	2,92	3,34		2,73	3,07	3,47	0,61
<i>l</i> = 168	4,0	2	4,2	.3	3,18	3,	,47	3,58	2	4,71	3	,18	3,01	3,28		2,78	3,15	3,51	0,58
<i>l</i> = 192	3,9	9	4,2	.9	3,16	3,	,15	3,67		4,7	3	,27	2,87	3,43		2,68	2,97	3,47	0,63
eResNet																			
<i>l</i> = 24	11,7	72	11,0	03	9,6	7	',2	7,85	6	5,87	7,	,15	9,29	7,53		6,85	7,23	8,39	1,74
<i>l</i> = 48	5,1	3	6,3	6	4,23	4,	,31	4,84	5	5,21	4	,54	4,24	4,64		3,95	4,15	4,69	0,68
<i>l</i> = 72	6,	1	6,9	1	5,75	4,	,99	5,57	4	5,96	5	,09	4,82	5,22		4,9	4,92	5,48	0,66
<i>l</i> = 96	5,6	4	6,4	-6	5,37	4,	,51	5,18	5	5,58	4	,71	4,41	4,8		4,67	4,42	5,07	0,65
<i>l</i> = 120	4,5	4	5,5	5	5,14	3,	,74	4,57		5,1	3	,87	3,68	4,04		4,03	3,66	4,36	0,67
<i>l</i> = 144	4,2	5	5,0	)1	4,62	3,	,53	4,09	2	4,91	3	,59	3,34	3,68		3,51	3,35	3,99	0,62
<i>l</i> = 168	2,9	9	4,3	6	3,66	2,	,75	3,36	4	4,12	2	,84	2,65	2,9		2,67	2,76	3,19	0,61
<i>l</i> = 192	3,0	2	4,2	2	3,39	2,	,72	3,31	2	4,11	2	,63	2,5	2,76		2,58	2,54	3,07	0,62
<i>l</i> = 216	2,8	3	4,2	27	3,41	2,	,67	3,29	2	4,14	2	,67	2,53	2,73		2,55	2,57	3,06	0,64
<i>l</i> = 240	2,9	2	4,1	7	3,33	2,	,73	3,24	2	4,13	2	,56	2,44	2,65		2,56	2,59	3,03	0,62
<i>l</i> = 264	2,9	9	4,1	3	3,41	2,	,81	3,27	4	4,21	2	,56	2,48	2,67		2,61	2,7	3,08	0,61
Таблиця 3			1	2		3	4		5	6		7	8	9		10	11		6
прогнозува	ння		1	2		5			5	0		,	0			10	11	μ	U
										LSTM	[								
24		3,	71	3,8	1 2	2,8	2,9	03 2	,98	3,99	)	2,44	2,41	2,0	5	2,37	2,57	2,97	0,6
48		4,	84	5,1	5 3	,85	4,1	4 4	,02	4,95	5	3,42	3,48	3,6	4	3,22	3,72	4,04	0,66
72		5,	66	6,2	9 4	,42	4	4	,43	5,02	2	3,7	3,48	3,8	1	3,38	3,74	4,36	0,94
96		5,	27	6,2	2	5	4,2	29 4	,48	5,37	7	3,78	3,66	4,0	4	3,72	3,97	4,53	0,83
									e	ResNe	et								
24		2,	92	4,1	7 3	,33	2,7	3 3	,24	4,13	3	2,56	2,44	2,6	5	2,56	2,59	3,03	0,62
48		3,	82	5	4	,34	3,3	6 3	,78	4,63	3	3,14	2,98	3,2	7	3,23	3,16	3,7	0,68
72		4,	29	5,4	8 4	,76	3,6	58 4	,07	4,73	3	3,38	3,25	3,4	8	3,57	3,41	4,01	0,72
96		4	,6	5,6	2 5	,28	3,7	<b>'9</b> 4	,24	4,84	1	3,53	3,38	3,6	1	3,69	3,6	4,2	0,78

Наведені результати показують, що нейронна мережа з модулем LSTM дещо випереджає за точністю мережі eResNet, і перевагою рекурентної мережі є її масштабованість. При кількості прихованих нейронів LSTM = 50, Dense\_1 = 20 кількість вагових коефіцієнтів в рекурентній мережі становить 13651 і не залежить від лагу *l*. При окремому прогнозуванні навантаження кожного вузла використовується 11 мереж з 17571 ваговим коефіцієнтом, що сумарно складає 193281 при *l*=240. Із зростанням кількості вузлів сумарна кількість параметрів eResNet зростає швидше, ніж в рекурентній мережі, що підвищує вимоги до обчислювальних ресурсів. Проте, за рахунок рекурентних операцій в мережі LSTM, час навчання однієї мережі eResNet менший, але сумарно для навчання 11 HM необхідно більше обчислювальних ресурсів.



Висновки. Запропоновано комбіновану архітектуру штучної нейронної мережі глибинного навчання, яка включає рекурентний модуль LSTM та багатошаровий перцептрон, що дозволяє прогнозувати всі вузлові навантаження енергосистеми одночасно, враховуючи взаємозв'язок між ними. Безперечною перевагою мережі на базі LSTM є значно менша кількість вагових коефіцієнтів, що знижує необхідний об'єм ресурсів для навчання HM, навіть при використанні рекурентних операцій. Цей ефект є особливо важливим для прогнозування навантаження значної кількості вузлів, що може сягати декількох сотень у реальних енергосистемах. Середня похибка прогнозуванні кожного вузла середня похибка складає 3,03%. При цьому зі збільшенням горизонту прогнозування похибка мереж еResNet росте повільніше, ніж при векторному прогнозі за допомогою мережі з модулем LSTM.

Роботу виконано за бюджетною темою «Розвиток засобів комп'ютерного моделювання ЕЕС для оперативного та короткострокового прогнозування навантаження та рівня стійкості ОЕС України» (шифр "Система-6"), державний реєстраційний номер 0115U005309.

1. Chernenko P.A., Pryhno. V.L. Operational calculation of the stationary mode of energy connection with a shortage telemetry. *Elektrichestvo*. 1985. No 12. Pp. 12-15. (Rus)

2. Gusejnov F.G., Chernenko P.A. To the statistic analysis of the load node of the energy system. *Problemy*` *tekhnicheskoi elektrodinamiki*. 1971. No 30. Pp. 15-20. (Rus)

3. Chernenko P.A., Kuzneczov G.G. Determination of information content and short-term forecasting of periodically unsteady random processes in electric power systems. Prieprint-157. Kiev: Institut Electrodinamiki Natsionalnoi Academii Nauk Ukrainy, 1977. P. 39. (Rus)

4. Valtin Yu.Yu., Meldorf M.V. Forecasting the load of power system nodes according to expert data. *Trudy Tallinskogo politekhnicheskogo instituta*. 1978. No 453. Pp. 17-22. (Rus)

5. Shumilova G.P., Gotman N.Je., Starceva T.B. Prediction of the active and reactive load of EPS units using inversion of an artificial neural network. *Elektrichestvo*. No 6. 2007. Pp. 7-13.

6. Han X.S., Han L., Gooi H.B., Pan Z.Y. Ultra-short-term multi-node load forecasting - a composite approach *IET Generation, Transmission & Distribution*. 2012. No 6. DOI: http://dx.doi.org/10.1049/iet-gtd.2011.0524

7. Falcao D.M., Bezerra U.H. Short-term forecasting of nodal active and reactive load in electric power system'. 2nd IEE Int. *Conf. on Power Systems Monitoring and Control Durham*, UK, July. 1986. Pp. 18-22.

8. Chernenko P., Miroshnyk V. Increasing the accuracy of short-term electrical load forecasting with considering to changes in the structure of consumption during the year. *Pratsi Instytutu Elektrodynamiky Natsionalnoi Academii Nauk Ukrainy*. 2017. No 48. Pp. 5-11. (Ukr) DOI: https://doi.org/10.15407/publishing2017.48.005

9. Aoyang Han, Bin Zhang, Zhongliang Sun, Zhiqiang Niu, Junxiong Wang Nodal load forecast model considering network topology constraints. IEEE PES Asia-Pacific *Power and Energy Conference*. Xi'an.China. 2016. Pp. 939-943.

10. Hochreiter Sepp, Schmidhuber Jürgen. Long Short-term Memory. *Neural computation*. 1997. No 9. Pp 1735-1780. DOI: https://doi.org/10.1162/neco.1997.9.8.1735

11. Klambauer G., Unterthiner T., Mayr A., Hochreiter S. Self-Normalizing Neural Networks. *Advances in Neural Information Processing Systems*. 2017. No 30. Pp. 971-980.

12. Veit A., Wilber M., Velongie S. Residual networks behave like ensembles of relatively shallow networks. *Advances in Neural Information Processing Systems*. 2016. No 29. Pp. 550-558.

13. Li H., Xu Z., Taylor G., Studer C., Goldstein T. Visualizing the loss landscape of neural nets. Proceedings of the 32nd International Conference on *Neural Information Processing Systems (NIPS'18)*. Montréal. Canada. 2018. Pp. 6391-6401.

14. Kingma D.P., Ba J. Adam. A Method for Stochastic Optimization. Proc. of the 3rd International Conference on *Learning Representations* (ICLR). San Diego. USA. 2014. Pp.1-15.

15. Jensen T.V., Pinson P. RE-Europe, a large-scale dataset for modeling a highly renewable European electricity system. *Scientific Data*. 2017. 4, 170175. DOI: https://doi.org/10.1038/sdata.2017.175

16. Chernenko P.O., Miroshnik V.O. Short-term electrical load forecasting for the electrical supply company with deep neural network. *Pratsi Instytutu Elektrodynamiky Natsionalnoi Academii Nauk Ukrainy*. 2018. No 50. Pp. 5-11. (Ukr) DOI: https://doi.org/10.15407/publishing2018.50.005

### UNIVARIABLE SHORT-TERM FORECAST OF NODAL ELECTRICAL LOADS OF ENERGY SYSTEMS P.O. Chernenko V.O. Miroshnyk P.V. Shymaniuk Institute of Electrodynamics of National Academy of Sciences of Ukraine

Pr. Peremohy, 56, Kyiv, 03057, Ukraine, e-mail: <u>cher@ied.org.ua</u>

The paper proposes the architecture of deep learning neural network for short-term nodal electrical load forecasting. The neural network combines the recurrent module LSTM (Long short-term memory) and the multilayer perceptron on the top. Input and output of the network connected with shortcut connection. In multilayer perceptron used scaled exponential linear unit (SELU) function as a nonlinear transformation in hidden neurons. A comparative analysis of two approaches to the short-term prediction of node loadings of the grid is conducted. In the first approach, a separate model based on the artificial neural network eResNet is built for each load node. In the second approach, vector prediction of the relationship between the loads in the nodes and reduce the number of computational operations required to build the model, especially at a large number of nodes. Recurrent network showed slightly better result when forecasting horizon was 24 hours, but eResNet showed more accurate forecast with longer horizons. References 11, figure 1, tables 3.

Keywords: nodal electrical load, short-term forecasting, artificial neural network, recurrent network

## ОДНОФАКТОРНОЕ КРАТКОСТРОЧНОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ УЗЛОВЫХ ЕЛЕКТРИЧЕСКИХ НАГРУЗОК ЭНЕРГОСИСТЕМЫ

П.А. Черненко., докт. техн. наук, В.А. Мирошник, П.В. Шиманюк Институт электродинамики НАН Украини, пр. Победы, 56, Киев, 03057, Украина, e-mail: <u>cher@ied.org.ua</u>

Предложена комбинированная архитектура искусственной нейронной сети глубинного обучения для векторного прогнозирования узловых нагрузок. Особенностью данной нейронной сети есть использование рекуррентного модуля типа LSTM (Long short-term memory – сети долгой краткосрочной памяти), выход которого подается в многослойный перцептрон с активационной функцией SELU (scaled exponential linear unit – масштабированная экспоненциально линейная функция). Для повышения эффективности обучения используется обходное соединение, суть которого заключается в поэлементном суммировании входа и выхода нейронной сети. Проведен сравнительный анализ двух подходов к краткосрочному прогнозированию узловых нагрузок энергосистемы. При первом подходе для каждого узла нагрузки строится отдельная модель на базе искусственной нейронной сети eResNet. При втором подходе осуществляется векторное прогнозирование значений узловых нагрузок с применением предложенной комбинированной нейронной сети. Второй подход позволяет, используя взаимосвязь между нагрузками узлов энергосистемы, уменьшить количество вычислительных операций, необходимых для построения модели, особенно при большом количестве узлов в энергосистеме. Библ. 11, рис. 1, табл. 3.

Ключевые слова: узловая электрическая нагрузка, краткосрочное прогнозирование, искусственная нейронная сеть, рекуррентная сеть

Надійшла 03.12.2019 Остаточний варіант 20.01.2020

# МОДЕЛЮВАННЯ СУМІСНОЇ РОБОТИ СИСТЕМ ЗОВНІШНЬОГО ТА ТЯГОВОГО ЕЛЕКТРОПОСТАЧАННЯ ЗАЛІЗНИЦЬ ЗМІННОГО СТРУМУ ДЛЯ ОЦІНКИ ЯКОСТІ ЕЛЕКТРОЕНЕРГІЇ У НЕСИМЕТРИЧНИХ РЕЖИМАХ

Д.Р. Земський \*, В.Г. Сиченко \*\*, докт.техн.наук,. Д.О. Босий \*\*\*, докт.техн.наук Дніпровський національний університет залізничного транспорту ім. акад. В. Лазаряна, вул. Лазаряна, 2, Дніпро, 49010, Україна.

E-mail: d.zemskyi@ukr.net, elpostz@i.ua, dake@i.ua

В статті пропонується підхід сумісного моделювання несиметричних режимів роботи систем тягового та зовнішнього електропостачання на основі пофазного представлення трифазних електричних мереж. Підхід дозволяє врахувати різну конфігурацію підключення тягових підстанцій до живлячої мережі, нелінійні параметри магнітної системи трансформатора через апроксимацію залежності магнітної проникності від напруженості магнітного поля, нелінійні параметри електротягового навантаження через використання активної та обмінної характеристик електровозу однофазного змінного струму. За допомогою аналітичного визначення параметрів досліджуваної системи математична модель формується у вигляді визначення уніфікованого блоку дозволяє побудувати математичну модель системи будь-якої складності, оскільки виділені таким чином подібні елементи описуються типовими рівняннями. Сумісне моделювання систем тягового та зовнішнього електропостачання дає змогу виконувати розрахунки та аналіз показників якості електричної енергії, проводити дослідження, направлені на перевірку роботи системи у разі впровадження нового обладнання чи нових технічних рішень в усталених та перехідних режимах. Бібл. 29, рис. 6, табл. 2.

*Ключові слова:* математичне моделювання, фазні координати, тягове електропостачання, система зовнішнього електропостачання, несиметричний режим, навантаження, активна та обмінна характеристика.

Вступ. Розвиток сучасного суспільства супроводжується постійним зростанням попиту на електроенергію. В умовах обмеженої кількості енергетичних ресурсів, одним із напрямків державної економічної політики є підвищення ефективності експлуатації електричного обладнання. Всі науковці одностайні у тому, що збільшення транзиту потужності, зростання частки нелінійного, різкозмінного та несиметричного навантаження погіршить якість електричної енергії та призведе до зниження надійності та безпеки функціонування електротехнічного обладнання, прискорить процеси старіння ізоляції, збільшить витрати потужності при її передачі і споживанні. У цьому випадку значний резерв енергозбереження та підвищення надійності функціонування електрочагнітної сумісності, інтерес до якої також підтверджують відомі публікації [1-6].

Системи зовнішнього та тягового електропостачання разом із мережами живлення нетягових споживачів утворюють складний енергетичний комплекс із взаємним багатофакторним електромагнітним впливом. Вивчення такої складної системи потребує застосування математичної моделі, яка дає змогу розраховувати струми та напруги у вузлах схеми заміщення системи із необхідною точністю. У разі впровадження нового обладнання важливою задачею є моделювання електричних систем з урахуванням нелінійності параметрів елементів та їхнього впливу на перехідні процеси у системах електропостачання, що можливо при використанні моделей на основі диференційних рівнянь стану електричного кола.

**Метою** роботи є розробка математичної моделі для розрахунку показників якості електроенергії з урахуванням різного підключення фаз тягових підстанції змінного струму до системи зовнішнього електропостачання, нерівномірного завантаження тягового трансформатора та несинусоїдності первинних струмів електровозів. Оскільки у процесі вирішення науково-практичних задач у електроенергетиці мають місце системи різної складності, необхідно також передбачити можливість швидкого та автоматизованого складання моделей з уніфікованих блоків.

Аналіз публікацій. Електромагнітні процеси у системах електропостачання є предметом багатьох наукових робіт, зокрема, результати досліджень, які стосуються систем тягового електро-

<sup>©</sup> Земський Д.Р., Сиченко В.Г., Босий Д.О., 2020

ORCID ID: \* http://orcid.org/0000-0003-4322-0727; \*\* http://orcid.org/0000-0002-9533-2897; \*\*\* http://orcid.org/0000-0003-1818-2490

постачання, опубліковано у [7–10]. Наукові публікації, які використовують математичний апарат для моделювання систем електропостачання, акцентують увагу на перевагах пофазного підходу до побудови моделі при несиметричних режимах роботи системи, протиставляючи його методу симетричних складових [11-15]. У трифазних схемах заміщення можливо просто враховувати з'єднання елементів мережі та їхні нелінійні характеристики, реалізовувати різні типи коротких замикань. Тому приходимо до висновку, що моделювання несиметричних режимів у мережах, що живлять систему тяги змінного струму з різною схемою підключення підстанцій до живлячої мережі, доцільніше проводити у фазних координатах.

Значний вклад до розробки математичних моделей системи тягового електропостачання внесений колективом авторів, серед яких варто відзначити В. П. Закарюкіна та А. В. Крюкова. У [16] показано загальні підходи до створення моделей основних елементів електричних систем та навантаження у фазних координатах, наведено результати моделювання режимів роботи у електричних мережах загального призначення та у системах тягового електропостачання. Розроблену модель використано для імітаційного моделювання системи тягового електропостачання з урахуванням графіку руху поїздів та реалізовано у програмному комплексі Фазонорд. Однак запропонований авторами [16] підхід базується на символьному методі представлення синусоїдних величин, що значно спрощує розрахунок електричних кіл, обмежує його застосування виключно в усталеному режимі та потребує застосування методу накладання при моделюванні нелінійного навантаження.

Використання моделей, побудованих на основі інтегро-диференційних рівнянь стану електрикного кола, вочевидь, дає змогу вирішувати більш широкий клас задач, а за сучасного рівня розвитку засобів обчислювальної техніки та існуючих спеціальних програмних комплексів процес визначення невідомих функцій значно спрощується. Диференційні рівняння для побудови трифазних схем заміщення використані у роботах М. С. Сегеди, О. В. Кириленка, О. Ф. Буткевича, Т. А. Мазура, Ю. М. Веприка [17, 18]. В цих роботах представлено узагальнені математичні моделі окремих пристроїв електроенергетики, які можливо застосовувати при розрахунках систем тягового електропостачання.

Аналіз публікацій показав, що частина підходів до моделювання систем електропостачання базується на символьному методі розрахунку, який не придатний для досягнення поставленої мети, а інша частина опублікованих результатів досліджень, де використано моделі на диференційних рівняннях, - не враховує специфіку роботи електротягових мереж. Варто також зазначити, що відомі програмні комплекси для сумісного моделювання систем тягового і зовнішнього електропостачання, які здатні відтворювати перехідні режими, розроблено у інших країнах та використовуються на комерційній основі, що ускладнює їхнє широке використання у процесі вирішення науково-практичних задач.

Основна частина. Задля досягнення поставленої мети пропонується систему електропостачання залізниці змінного струму представити у вигляді уніфікованих підсистем (блоків), математичний опис яких дасть змогу автоматизувати формування моделі системи електропостачання різної конфігурації. Приклад системи електропостачання показано на рис. 1, *a*, де C3E – система зовнішнього електропостачання; СТЕ – система тягового електропостачання; ТМ – тягова мережа; ЕРС – електрорухомий склад; ДПР – фідери лінії «два проводи-рейка».



прикладі СТЕ, що працює за схемою консольного живлен-

ня (рис. 1, б), де Г – джерело трифазної напруги (генератор); ЛЕП – лінія електропередачі.

Система електропостачання розділяється на блоки: електроенергетична система (рис. 2, а), трифазна лінія електропередачі (рис. 2, б), тяговий трансформатор (рис. 3, *а-г*), тягова мережа та електрорухомий склад (рис. 3, д). На схемах заміщення цих блоків та у рівняннях, що їх

ISSN 1607-7970. Техн. електродинаміка. 2020. № 2

описують, джерело напруги позначено як  $e_{kj}$ ; струм –  $i_{kj}$ ; похідна від струму –  $i'_{kj}$ ; активний опір –  $r_{kj}$ ; коефіцієнт самоіндукції –  $L_{kj}$ ; коефіцієнт взаємоіндукції – $M_{kj}$ ; магнітний потік –  $\phi_{kj}$ ; похідна від магнітного потоку –  $\phi'_{kj}$ ; активний магнітний опір –  $r_{mkj}$ ; магнітна індуктивність (див. пояснення до формули (18)) –  $L_{mkj}$ ; кількість витків у обмотці трансформатора –  $w_{kj}$ ; провідність чотирипроменевої зірки лінії –  $y_{kj}$ ; порядковий номер підсистеми у загальній моделі – k; номер вітки у схемі заміщення – j. У індексах струмів та елементів електричного кола, що відносяться до землі або нейтрального проводу, замість номеру вітки j використовується, відповідно, g – для землі або n – для нейтрального проводу.



Рис. 2

Схема заміщення блоку «Електроенергетична система» (рис. 2, *a*) складається з поєднаних у спільну точку реальних джерел електрорушійних сил та нейтрального проводу. Фазні проводи блоку джерела замикаються на землю через провідності лінії електропередачі – наступної складової моделі системи електропостачання.

Вважаючи, що первинна напруга живлення тягових підстанцій, як правило, не перевищує 220 кВ, то у схемі заміщення лінії можна не враховувати втрати на корону та характер провідності представити ємнісним. Власні, взаємні та часткові ємності, при цьому, доцільно перетворити у чотирипроменеву зірку для уникнення сингулярності за наступними формулами [17]:

$$C_1 = C_0 + 3C_{\rm M}$$
; (1)

$$C_N = C_0 C_1 / C_M$$
, (2)

де  $C_0$  – власна часткова ємність фази лінії;  $C_M$  – взаємна часткова ємність між фазами лінії. У зв'язку із транспозицією проводів у лінії її параметри вважатимемо симетричними. Магнітний зв'язок між лінійними проводами враховується через включення коефіцієнта взаємоіндукції у вітку із струмом нейтрального проводу.

Математичне представлення схем заміщення всіх наступних блоків записується законами Кірхгофа, що використовуються у електротехніці.

Нижче наведено приклад запису рівнянь для схеми на рис. 2, *a*, де (3)-(5) – рівняння напруги для контурів, (6)–(12) – рівняння балансу струмів у вузлах, (13)–(15) – вирази для змінних стану електричного кола блоку «Електроенергетична система». Рівняння записуються наступним чином:

$$e_{k1} = i_{k1}r_{k1} + i'_{k1}L_{k1} + u_{c(k+1)4} + u_{c(k+1)7} + i_{kn}r_{kn} + i'_{kn}L_{kn};$$
(3)

$$e_{k2} = i_{k2}r_{k2} + i'_{k2}L_{k2} + u_{c(k+1)5} + u_{c(k+1)7} + i_{kn}r_{kn} + i'_{kn}L_{kn};$$
(4)

$$e_{k3} = i_{k3}r_{k3} + i'_{k3}L_{k3} + u_{c(k+1)6} + u_{c(k+1)7} + i_{kn}r_{kn} + i'_{kn}L_{kn};$$
<sup>(5)</sup>

$$-i_{kn} + i_{k1} + i_{k2} + i_{k3} = 0; i_{k1} - i_{(k+1)4} - i_{(k+1)1} = 0; i_{k2} - i_{(k+1)4} - i_{(k+1)2} = 0; (6)-(8)$$

$$i_{k3} - i_{(k+1)5} - i_{(k+1)3} = 0;$$
  $i_{(k+1)4} + i_{(k+1)5} + i_{(k+1)6} - i_{(k+1)7} = 0;$  (9), (10)

$$i_{(k+1)7} - i_{kg} - i_{(k+1)g} = 0; (11)$$

$$u'_{c(k+1)4} = i_{(k+1)4} / C_1;$$
  $u'_{c(k+1)5} = i_{(k+1)5} / C_1;$  (12), (13)

$$u'_{c(k+1)6} = i_{(k+1)6} / C_{11}; \qquad u'_{c(k+1)7} = i_{(k+1)7} / C_N, \qquad (14), (15)$$

 $u_{c(k+1)6} = l_{(k+1)6} / C_{11};$   $u_{c(k+1)7} = l_{(k+1)7} / C_{11};$  де  $u_c$  – напруга на ємності чотирипроменевої зірки та  $u'_c$  – похідна від неї.

На рис. З наведено схеми заміщення підсистем, що моделюють трансформатор підстанції та тягову мережу із електрорухомим складом, де  $a, \delta, e, c$  – схеми заміщення, відповідно, первинної обмотки трансформатора, магнітопровода, тягової та третьої (районної) обмотки;  $\partial$  – схема заміщення блока «Тягова мережа та електрорухомий склад».

Моделювання трансформатора у фазних координатах за несиметричного навантаження потребує визначення параметрів взаємоіндукції між його обмотками. При формуванні рівнянь, що описують стан магнітного кола, використано відомий із теорії розрахунку магнітних кіл підхід, де відношення магніторушійної сили до магнітного потоку інтерпретують електричним опором.

Той факт, що магнітний потік у феромагнітному осерді відстає від струму в обмотці на кут  $\alpha$  при заміні нелінійного струму його синусоїдним еквівалентом, дає підставу використовувати комплексний магнітний опір  $\underline{Z}_m$ . Таким чином, вираз комплексної магніторушійної сили (MPC) матиме наступний вигляд:

$$\underline{F} = \underline{\Phi} \cdot \underline{Z}_m = \underline{\Phi} \cdot R_m + \underline{\Phi} \cdot jX_m = F_a + jF_p, \qquad (16)$$

де <u>Ф</u>, <u>F</u>, <u>Z</u><sub>m</sub> – відповідно магнітний потік, магніторушійна сила та повний магнітний опір у комплексній формі;  $R_m, X_m$  – активний та індуктивний опори магнітного осердя;  $F_a, F_p$  – активна та реактивна складова магніторушійної сили.

Використовуючи аналогію до символьного методу розрахунку електричних кіл з синусоїдним струмом, вираз (16) можна переписати у вигляді

$$f = \phi \cdot r_m + \phi' \cdot L_m, \tag{17}$$

де f – магніторушійна сила;  $\phi \cdot r_m$  – визначає магнітний спад напруги, який перебуває із магнітним потоком у фазі;  $\phi' \cdot L_m$  – магнітний спад напруги, що випереджає магнітний потік на 90 ел. гр. Оскільки вираз (17) подібний до рівняння напруги для простого електричного кола, то для параметру  $L_m$  запропоновано термін «магнітна індуктивність». Аналогічний термін використано і у роботі [19] при вирішенні більш вузької задачі.

При врахуванні реальної залежності магнітного потоку  $r_m$  є динамічним опором магнітного кола, який залежить від розмірів осердя та динамічної магнітної проникності. Остання у цьому випадку не враховує явища гістерезису, а втрати активної потужності у магнітопроводі визначаються параметром  $L_m$ .

При використанні магнітної проникності, яка описувала б гістерезисний процес, можливо уникнути розділення на складові  $r_m$  та  $L_m$ . Перемагнічування феромагнетиків з урахуванням гістерезису при моделюванні електричних машин використовують у своїх роботах Зірка С. Е., Мороз Ю. І. та Мороз Є. Ю. [20], але у рамках даного дослідження достатньо використовувати описаний підхід.

Визначення параметрів схеми заміщення виконується наступним чином. Індуктивність  $L_m$  з урахуванням визначених припущень приймається постійною та розраховується за формулою

$$L_m = \rho l_c / (2f\pi S_c) = \frac{P_0 d}{2(\pi f B_m)^2} \cdot l_c / S_c, \qquad (18)$$

де  $l_{\rm c}$ ,  $S_{\rm c}$  – середня лінія та переріз осердя сердечника;  $\rho$  – уявна частина питомого магнітного опору [21];  $P_0$  – питомі активні втрати у сталі; d – густина сталі; B – максимальна індукція; f – частота.







Активний магнітний опір представимо у вигляді функції від напруженості магнітного поля Н

$$r_m(H) = \frac{l_c}{\mu(H) \cdot S_c},$$
(19)

де  $\mu(H)$  – залежність магнітної проникності від напруженості поля. Під час моделювання показав свою придатність підхід до апроксимації залежності  $\mu(H)$ , запропонований у [22]. Його суть полягає у

використанні універсальної апроксимуючої кривої електротехнічних сталей, яку шляхом зміни вхідних параметрів приводять до реальної залежності  $\mu(H)$ .

Для моделювання електротягового навантаження використано запропонований у [9] метод, де параметри електрорухомого складу визначають у вигляді активної  $r_e(i_e)$  та обмінної характеристики  $L_e(i_e)$ . Для їхньої побудови можна використати виміряні миттєві значення напруги на струмоприймачі та первинного струму електровоза змінного струму. Необхідні характеристики визначаються на підставі рівняння напруги на електровозі у момент часу  $t_1$  та  $t_2$ , коли  $i(t_1) = i(t_2)$ ,  $i'(t_1) \neq i'(t_2)$ , а саме

 $u(t_1) = i(t_1) \cdot r_e(i_e) + L_e(i_e) \cdot i'_e(t_1); \qquad u(t_2) = i(t_2) \cdot r_e(i_e) + L_e(i_e) \cdot i'_e(t_2) .$ (20, 21)

Звідки вирази для характеристик  $r_e(i_e)$  та  $L_e(i_e)$  запишуться

$$r_e = \frac{u(t_1) - L_e i'(t_1)}{i(t_1)}; \qquad L_e = \frac{u(t_1) - u(t_2)}{i'(t_1) - i'(t_2)} , \qquad (22, 23)$$

які повинні бути функціями від абсолютного значення струму, тобто  $r_e(|i_e|)$  та  $L_e(|i_e|)$ . Наприклад, для електровозу ВЛ-80 активна та обмінна характеристики матимуть вигляд, що наведено на рис. 4 ( $a, \sigma$ ).



Системи рівнянь, отримані за схемами зміщення електричних та магнітних кіл, використано як шаблони для конструювання математичної моделі системи електропостачання за допомогою наступного алгоритму.

1. На основі вхідних даних про конфігурацію системи електропостачання, кількості, кординат розташування підстанцій та споживачів складається структурована таблиця, що визначає порядок використання підсистем для побудови кінцевої системи рівнянь.

2. Кожна підсистема описується матрицею із коефіцієнтів при похідних та вектором вільних членів, при цьому матриці при похідних об'єднуються за діагоналлю, вектори – зверху до низу.

3. На підставі розташування підсистем у структурованій таблиці алгоритм доповнює матриці коефіцієнтами зв'язку.

Чисельний розрахунок отриманої математичної моделі вимагає її приведення до явного виду. Для цього проводиться заміна складових рівнянь балансу струмів і потоків у вузлах на їхні похідні від часу, чим система алгебраїчно-диференційних рівнянь перетворюється у систему диференційних рівнянь. Наприклад, для системи рівнянь (3)–(15) отримаємо

$$\begin{bmatrix} i'_{k1} \\ i'_{k2} \\ \dots \\ u'_{c(k+1)7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{k1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & L_{k2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} e_{k1} - i_{k1}r_{k1} - i_{kn}r_{kn} - \\ -i'_{kn}L_{kn} - u_{c(k+1)4} - u_{c(k+1)7} \end{pmatrix} \\ \cdot e_{k2} - i_{k2}r_{k2} - i_{kn}r_{kn} - \\ -i'_{kn}L_{kn} - u_{c(k+1)5} - u_{c(k+1)7} \end{pmatrix} \\ \cdot \dots \\ i_{(k+1)7} / C_N \end{bmatrix}.$$
(24)

Таким чином, математична модель системи електропостачання у матрично-векторній формі зводиться до вигляду

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} \,, \tag{25}$$

де X – вектор невідомих; A – матриця системи (коефіцієнти при невідомих); B – вектор вільних коефіцієнтів. Строки матриці A та вектору B відповідають рівнянням системи, стовпці у матриці A – невідомим.

Отриману математичну модель використаємо для оцінки ефективності та якості передачі електроенергії системою тягового електропостачання. Для цього визначимо показники несиметрії та несинусоїдності напруги на обмотках трансформатора тягової підстанції для різних режимів тягового навантаження. Також визначимо зміну показників якості напруги при забезпеченні повнофазної двосторонньої схеми живлення тягової мережі. У табл. 1 наведено розраховані показники несиметрії та несинусоїдності напруги для кожної обмотки тягового трансформатора в залежності від співвідношення тягового навантаження в плечах живлення. Під повнофазним режимом двостороннього живлення розуміється забезпечення можливості перетікання вирівнювальних струмів між усіма фазами напруги тягових обмоток трансформаторів суміжних тягових підстанцій. Зазвичай на практиці має місце неповнофазний режим двостороннього живлення тягової мережі, коли тяговою мережею виконується транзит потужності лише за однією фазою напруги.

### **Таблиця** 1

Струми живлення підста	плечей і тягової анції	Показники якості електроенергії в обмотках									
		I	ЗH	(	CH	Н	<u> </u>				
Іл, А	Іп, А	$K_U$ ,%	$K_{2U}$ ,%	$K_U$ ,%	$K_{2U}$ ,%	$K_U$ ,%	$K_{2U}$ ,%				
0	0	0,08	0,02	0,08	0,02	0,08	0,02	0,01			
	0	0,08	0,02	0,08	0,02	0,08	0,02	0,01			
200	0	1,5	2,1	1,6	2,2	5,9	4,1	2,53			
		1,3	1,9	1,4	2,0	5,5	3,5	2,12			
0	200	1,5	2,1	1,6	2,2	5,9	4,1	2,53			
	200	1,3	1,9	1,4	2,0	5,5	3,5	2,12			
100	100	1,0	1,5	1,2	1,7	5,6	3,8	3,11			
	100	0,9	1,3	1,0	1,4	5,2	3,2	2,63			

Примітка: в чисельнику значення відповідають неповнофазному режиму двостороннього живлення тягової мережі; у знаменнику – повнофазному режиму двостороннього живлення.

Для розрахунків, результати яких показано на рис. 5 та у табл. 1, прийняті значення параметрів схеми заміщення визначені для типового обладнання систем тягового і зовнішнього електропостачання:

– джерело наруги: індуктивність 16 мГн, ЕРС в кожній фазі –  $110/\sqrt{3}$  кВ;

– лінія зовнішнього електропостачання: довжина 20 км, питома індуктивність – 1,4 мГн/км, питомий активний опір – 0,4 Ом/км, часткова ємність фази – 8,085 нФ/км, взаємна ємність – 1,25 нФ/км, питомий опір землі – 0,05 Ом/км, питома взаємоіндукція – 1,05 мГн/км;

– контактна мережа довжиною 25 км для кожного плеча: питомий активний опір та індуктивність 0,085 Ом/км та 0,9 мГн/км відповідно, питомий активний опір та індуктивність контактної рейки із урахуванням шунтуючої дії землі 0,07 Ом/км та 0,4 мГн/км відповідно;

– трансформатор тягової підстанції: індуктивність обмоток ВН/СН/НН – 178/1,2/18 мГн, активний опір обмоток – 1,4/0,498/0,254 Ом, кількість витків у обмотках – 880/490/365, активний опір стрижня трансформатора 2,143 Ом, залежність  $\mu(H)$  визначена для сталі марки 3407.

Оскільки в розрахунках використовуються нульові початкові умови, то в результаті роботи моделі отримаємо осцилограми з наявністю перехідного процесу. Наприклад, на рис. 5, *а* наведено осцилограми струмів у первинній обмотці при вмиканні тягового трансформатора на холостий хід у разі відсутності споживачів; у збільшеному масштабі показано один період струму однієї фази.

За наведеними на рис. 4, *a*, *б* характеристиками розраховано миттєві значення струмів електрорухомого складу у плечах живлення (рис. 5, *б*). Амплітудні значення тягового струму в лівому і

правому плечах живлення склали 188 та 170 А, діючі значення – 141 та 137 А, сумарний коефіцієнт гармонійних спотворень струму – 35,4 та 35,5% відповідно. Спотворення синусоїдності напруги при цьому складає 5–6% відповідно у кожній фазі мережі 27,5 кВ. В обмотках високої напруги трансформатора виникає несиметрична система струмів з амплітудами у фазах 65, 68, 38 А (рис. 5, e) та сумарним коефіцієнтом спотворення синусоїдності струму 3,2; 3,2 та 4,0%. Спотворення синусоїдності напруги при цьому складає 1,3; 1,3 та 1,5% відповідно у кожній фазі мережі 110 кВ.





Адекватність розробленої моделі оцінено порівнянням результатів моделювання із експериментальними даними [28]. На рис. 6, *а* показано значення коефіцієнта несиметрії напруги під час експерименту та моделювання, що демонструє співпадіння характеру їхньої зміни. Загальний результат перевірки адекватності надано у табл. 2, де наведено середні значення показників несиметрії та несинусоїдності напруги, які були отримані під час експерименту та розраховані на моделі. Розбіжність у значеннях числових характеристик знаходиться в межах 5%. **Таблиця 2** 

Інтервали		$K_U$ , %		$K_{2U}$ , %				
часу, год	експеримент	моделювання	D <sub>max</sub>	експеримент	моделювання	$ \mathbf{D}_{\max} $		
06:00-09:00	3,85 / 4,01 / 3,99	4,05 / 4,21 / 4,12	0,021	2,25	2,18	0,025		
09:00-12:00	3,03 / 3,36 / 3,70	2,95 / 3,29 / 3,62	0,020	1,41	1,34	0,022		
12:00-15:00	2,77 / 3,63 / 3,24	2,89 / 3,52 / 3,30	0,019	1,55	1,63	0,025		

Примітка: через риску вказані значення для кожної фази



Для статистичної оцінки адекватності використано непараметричний критерій незалежних вибірок Смирнова, критичне значення якого розраховано за методикою [29] при рівні значущості 5% та для відповідної кількості вимірювань становить 0,054. Найбільші абсолютні значення розходжень кумулятивів у кожному інтервалі часу наведено у табл. 2. Функцію розподілу  $K_{2U}$  у інтервалі часу від 06:00 до 09:00 наведено на рис. 6, б. Оскільки отримані значення різниці інтегральних кумулятивів для кожного показника менші критичного, робимо висновок про підпорядкованість результатів моделювання та експерименту одному закону розподілу, що вказує на адекватність розробленої моделі.

### Висновки.

1. Відомі підходи до моделювання систем тягового і зовнішнього електропостачання базуються на непридатному для оцінки якості електроенергії символьному методі розрахунку або використовують математичні моделі на основі диференційних рівнянь, які, в свою чергу, не враховують специфіку роботи систем електропостачання електрифікованих залізниць.

2. Використаний у роботі підхід до побудови математичної моделі взаємодії систем тягового і зовнішнього електропостачання відрізняється від існуючих врахуванням одночасно несиметричних і несинусоїдних режимів. Це дозволяє отримати оцінку показників якості електроенергії між дослідними системами в усталених та перехідних режимах на основі чисельного розв'язання диференційних рівнянь стану. Оскільки математична модель складається з уніфікованих блоків, то програмний алгоритм на основі вхідної інформації про топологію системи автоматично формує загальну модель системи електропостачання будь-якої складності.

3. Розроблена математична модель сумісної роботи системи зовнішнього і тягового електропостачання залізниць змінного струму дає змогу з похибкою не більше 5% розраховувати показники якості електроенергії з урахуванням нелінійних параметрів тягового трансформатора, електрорухомого складу та різної конфігурації підключення групи підстанцій до первинної мережі.

1. Жаркін А.Ф., Палачов С.О., Новський В.О. Нормативно-правове регулювання якості напруги в електричних мережах з джерелами розосередженої генерації. Київ: Інститут електродинаміки НАН України, 2018. 161 с.

2. Гриб О.Г. Качество электрической энергии. Т. 1. Экономико-правовая база качества электрической энергии в Украине и Евросоюзе. Харьков: ПП «Граф-Ікс», 2014. 300 с.

3. Кузнєцов В.Г., Шполянський О.Г., Яремчук Н.А. Узагальнений показник якості енергії в електричних мережах і системах. *Технічна електродинаміка*. 2011. № 3. С. 46-52.

4. Шидловський А.К., Новський В.О., Жаркін А.Ф. Стабілізація параметрів електричної енергії в трифазних системах напівпровідниковими коригуючими пристроями. Київ : ІЕД НАН України, 2013. 378 с.

5. Жаркін А.Ф., Новський В.О., Малахатка Д.О. Комплексне покращення якості електроенергії та забезпечення електробезпеки в локальних системах електропостачання при застосуванні гібридних фільтрокомпенсуючих перетворювачів. *Технічна електродинаміка*. 2018. № 1. С. 69-77. DOI: https://doi.org/10.15407/techned2018.01.069

6. Bollen M.H.J., Gu I.Y.H. Signal processing of power quality disturbances. John Wiley & Sons, 2006. 861 p.

7. Сиченко В.Г., Саєнко Ю.Л., Босий Д.О. Якість електричної енергії у тягових мережах електрифікованих залізниць. Дніпропетровськ: Стандарт-Сервіс, 2015. 340 с.

8. Земський Д.Р. Експериментальне дослідження якості електроенергії у споживачів, що живляться від лінії ДПР 27,5 кВ залізниць змінного струму. Вісник Вінницького політехнічного інституту. 2018. № 1 (136). С. 66-71.

9. Косарев А.Б. Основы теории электромагнитной совместимости систем тягового электроснабжения переменного тока. Москва: Интекст, 2004. 272 с.

10. Василянский А.М., Мамошин Р.Р., Якимов Г.Б. Совершенствование системы тягового электроснабжения железных дорог, электрифицированных на переменном токе 27,5 кВ, 50 Гц. *Железные дороги мира.* 2002. № 8. С. 40-46.

11. Laughton M.A. Analysis of unbalanced polyphase networks by the method of phase coordinates. Part 1. System representation in phase frame of reference. *Proceedings of the IEEE*. 1968. Vol. 115. No 8. Pp. 1163-1172. DOI: http://dx.doi.org/10.1049/piee.1968.0206

12. Berman A., Wilsun Xu. Analysis of faulted power systems by phase coordinates. *IEEE Transactions on Power Delivery*. 1998. Vol. 13. Issue 2. Pp. 587-595.

13. Лосев С.Б., Чернин А.Б. Вычисление электрических величин в несимметричных режимах электрических систем. Москва: Энергоатомиздат, 1983. 528 с.

14. Берман А.П. Расчет несимметричных режимов электрических систем с использованием фазных координат. Электричество. 1985. № 12. С. 6-12.

15. Бернас С., Цёк З. Математические модели элементов электроэнергетических систем. Москва: Энергоиздат, 1982. 312 с.

16. Закарюкин В.П., Крюков А.В., Авдиенко И.М. Моделирование систем тягового электроснабжения, оснащенных симметрирующими трансфоматорами. Москва, Берлин: Директ-Медиа, 2017. 166 с.

17. Кириленко О.В., Сегеда М.С., Буткевич О.Ф., Мазур Т.А. Математичне моделювання в електроенергетиці. Львів: Нац. ун-т «Львівська політехніка», 2010. 608 с.

18. Веприк Ю.Н. Представление силовых трансформаторов в математических моделях установившихся несимметричных режимов электрических систем. *Вестник Нац. техн. ун-та "ХПИ"*: темат. вып.: Проблемы усовершенствования электрических машин и аппаратов. Теория и практика. 2012. № 28. С. 3-11.

19. Александров Г.Н., Шакиров М.А. Трансформаторы и реакторы. Новые идеи и принципы. Санкт-Петербург: Политехн. ун-т, 2006. 204 с.

20. Зирка С.Е., Мороз Ю.И., Мороз Е.Ю. Модель перемагничивания изотропной электротехнической стали в переходном режиме. *Технічна електродинаміка*. 2012. № 4. С. 8-12

21. Зевеке Г.В. Основы теории цепей. Москва: Энергия, 1975. 752 с.

22. Пентегов И.В., Красножон А.В. Универсальная аппроксимация кривых намагничивания электротехнических сталей. Електротехніка і електромеханіка. 2006. № 1. С. 66-70.

23. ДСТУ EN 50160:2014. Характеристики напруги електропостачання в електричних мережах загальної призначеності (EN 50160:2010, IDT). Київ: ДП «УкрНДНЦ», 2014. 32 с.

24. ГОСТ 13109-97. Электрическая энергия. Совместимость технических средств. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения. К.: Госстандарт Украины, 1999. 32 с.

25. Молотилов Б.В. Холоднокатаные электротехнические стали. Москва: Металлургия, 1989. 168 с.

26. Ершевич В.В. Справочник по проектированию электроэнергетических систем. Москва: Энергоатомиздат, 1985. 352 с.

27. Сапожников А.В. Конструирование трансформаторов. Москва: Госэнергоиздат, 1959. 361 с.

28. Zemskyi D.R., Bosyi D.O. Energy Efficient Modes of Distribution Power Supply Systems with Different Vector Group of Transformer. IEEE 6th International Conference on *Energy Smart Systems*, Ukraine, Kyiv, April, 17-19. 2019. Pp. 64-69. DOI: https://doi.org/10.1109/ESS.2019.8764246.

29. Большев Л.Н., Смирнов Н.В. Таблицы математической статистики. Москва: Наука, 1983. 416 с.

УДК 621.311

# МОДЕЛИРОВАНИЕ СОВМЕСТНОЙ РАБОТЫ СИСТЕМ ВНЕШНЕГО И ТЯГОВОГО ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ ЖЕЛЕЗНЫХ ДОРОГ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА В НЕСИММЕТРИЧНЫХ РЕЖИМАХ

Д.Р. Земский, В.Г. Сыченко, докт.техн.наук, Д.А. Босый, докт.техн.наук Днепровский национальный университет железнодорожного транспорта им. акад. В. Лазаряна, ул. Лазаряна, 2, Днипро, 49010, Украина. E-mail: d.zemskyi@ukr.net, elpostz@i.ua, dake@i.ua

В статье предлагается подход к совместному моделированию систем тягового и внешнего электроснабжения в несимметричных режимах работы на основе пофазного представления трехфазных электрических сетей. Использование такого подхода позволяет учесть различную конфигурацию подключения тяговых подстанций к питающей сети, нелинейные параметры магнитной системы трансформатора через аппроксимацию зависимости магнитной проницаемости от напряженности магнитного поля и нелинейные параметры электротяговой нагрузки путем использования активной и обменной характеристик электровоза однофазного переменного тока. С помощью аналитического определения параметров исследуемой системы возможно сформировать математическую модель в виде системы дифференциальных уравнений, приведенных к нормальной форме. Использование модульного принципа в виде определения унифицированного блока позволяет построить математическую модель системы разной сложности, поскольку выделенные таким образом подобные элементы описываются типовыми уравнениями. Совместное моделирование систем тягового и внешнего электроснабжения позволяет выполнять расчеты и анализ показателей качества электрической энергии, проводить исследования, направленные на проверку работы системы при внедрении нового оборудования или новых технических решений в установившихся и переходных режимах. Библ. 29, рис. 6, табл. 2.

*Ключевые слова*: математическое моделирование, фазные координаты, тяговое электроснабжение, система внешнего электроснабжения, несимметричный режим, нагрузка, активная и обменная характеристика.

# SIMULATION OF THE PARALLEL OPERATION OF EXTERNAL AND RAILWAY AC TRACTION POWER SUPPLY SYSTEM TAKING INTO ACCOUNT UNBALANCED CONDITIONS

Zemskiy D.R., Sychenko V. G., Bosyi D. O. Dnipro National University of Railway Transport named after academician V. Lazaryan, Lazaryana 2 Str., Dnipro, 49010, Ukraine. E-mail: d.zemskyi@ukr.net, elpostz@i.ua, dake@i.ua

The article proposes an approach to the simulation of parallel operation of external power supply system and AC traction power supply system in unbalanced conditions which based on separated phase representation of three-phase electric networks. Using this approach allows to take into account various configuration of traction substation connection to external power supply system, nonlinear transformer parameters with the use of approximation the magnetic permeability by function from magnetic field strength and nonlinear parameters of traction load by using active and exchange characteristics of AC electric locomotives. Analytic expressions for determining parameters of evaluation system help formulate mathematical model in the normal form of differential equation system. Using this method, various complex mathematical models can be created, because every block are described with the typical equations. Parallel simulation of external and traction power supply system allows to calculate and analyze the power quality indices, perform research focused on power system checking while new equipment or new technical decision provides in steady-state and transient modes. References. 29, figures 6, tables 2.

*Keywords:* mathematical modeling, phase coordinates, traction power supply, external power system, unbalanced mode, load, active and exchange characteristic.

1. Zharkin A.F., Palachov S.O., Novskyi V.O. Technical regulation of voltage quality in electrical grids with sources of distributed generation. Kyiv: Instytut elektrodymamiky Natsionalnoi Akademii Nauk Ukrainy, 2018. 161 p. (Rus)

2. Gryb O.G. Quality of electrical energy. Vol. 1, Economic and legal basis of the quality of electrical energy in Ukraine and European Union. Kharkov: PP Graf-Iks, 2014. 300 p. (Rus)

3. Kuznietsov V. H., Shpolianskyi O. H., Yaremchuk N. A. Integrated power quality index in electric power systems and networks. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2011. No 3. Pp. 46-52. (Ukr)

4. Kuznietsov V.H., Shpolianskyi O.H., Yaremchuk N.A. Stabilization of electrical energy parameters in the three-phase systems by semiconductor correction devices. Kyiv: Instytut elektrodymamiky Natsionalnoi Akademii Nauk Ukrainy, 2013. 378 p. (Ukr)

5. Zharkin A.F., Novskyi V.O., Malakhatka D.O. Complex improvement of power quality and ensure electrical safety in local power supply systems when using hybrid filter compensating converters. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2018. No 1. Pp. 69-77. (Ukr) DOI: https://doi.org/10.15407/techned2018.01.069

6. Bollen M.H.J., Gu I.Y.H. Signal processing of power quality disturbances. John Wiley & Sons, 2006. 861 p.

7. Sychenko V.H., Saienko Yu.L., Bosyi D.O. Power Quality in the Traction Network of the Electrified Railways. Dnipropetrovsk: Standart-Servis, 2015. 340 p. (Ukr)

8. Zemskyi D.R. Experimental Research of Power Quality at Consumers Getting Electricity from the Line TWR 27,5 kV of Alternating Current Railways. *Visnyk Vinnytskoho Politekhnichnoho Instytutu*. 2018. No 1 (136). Pp. 66-71. (Ukr)

9. Kosarev A.B. Fundamentals of electromagnetic compatibility theory in AC traction supply system. Moskva: Intekst, 2004. 272 p. (Rus)

10. Vasilianskii A.M., Mamoshin R.R., Iakimov G.B. Improvement of AC traction power supply system 27 kV, 50Hz for railways. *Zheleznye dorogi mira*. 2002. No 8. Pp. 40-46. (Rus)

11. Laughton M.A. Analysis of unbalanced polyphase networks by the method of phase coordinates. Part 1. System representation in phase frame of reference. *Proc. IEEE*. 1968. Vol. 115. No 8. Pp. 1163-1172. DOI: http://dx.doi.org/10.1049/piee.1968.0206

12. Berman A., Wilsun Xu. Analysis of faulted power systems by phase coordinates. IEEE Transactions on Power Delivery. 1998. Vol. 13. Issue 2. Pp. 587-595.

13. Losev S.B., Chernin A.B. Calculation of electrical quantities in asymmetric modes of electrical systems. Moskva: Energoatomizdat, 1983. 528 p. (Rus)

14. Berman A.P. Calculation of electrical systems using phase coordinates in asymmetric modes. *Elektrichestvo*. 1985. No 12. Pp. 6-12. (Rus)

15. Bernas S., Tsek Z. Mathematical models of electric power systems elements. Moskva: Energoizdat, 1982. 312 p. (Rus)

16. Zakariukin V.P., Kriukov A.V., Avdienko I. M. Simulation of traction power supply systems equipped with balancing transformers. Moskva, Berlin: Direkt-Media, 2017. 166 p. (Rus)

17. Kyrelenko O.V., Seheda M.S., Butkevych O.F., Mazur T.A. Mathematical models in electric power systems. Lviv: Lvivska politekhnika, 2010. 608 p. (Ukr)

18. Veprik Iu.N. Representation of power transformers in mathematical models of electric systems in stationary asymmetrical modes of operation. Vestnik natsionalnoho tekhnicheskogo universiteta «KhPI». 2012. No 28. Pp. 3-11. (Rus)

19. Aleksandrov G.N., Shakirov M.A. Transformers and reactors. New ideas and principles. St.-Petersburg: Polytekhnicheskii Universitet, 2006. 204 p. (Rus)

20. Zirka S.E., Moroz Iu.I., Moroz E.Iu. Model of isotropic electrical steel during magnetization transients. Tekhnichna elektrodinamika. 2012. No 4. Pp. 8-12 (Rus)

21. Zeveke G.V. Fundamentals of electrical circuit theory. Moskva: Energiia, 1975. 752 p. (Rus)

22. Pentehov Y.V., Krasnozhon A.V. Universal approximation of magnetization curves of electrotechnical steels. Elektrotekhnika i elektromekhanika. 2006. No 1. Pp. 66-70. (Rus)

23. DSTU EN 50160:2014. Voltage characteristics of electricity supplied by public electricity networks (EN 50160:2010, IDT). Kyiv: DP "UkrNDNTs", 2014. 32 p. (Ukr)

24. GOST 13109-97. Electric energy. Compatibility of technical means. Standards of quality of electric energy in power supply systems of general purpose, Kiev: Gosstandart Ukrainy, 1999. 32 p. (Rus)

25. Molotilov B.V. Cold Rolled Electrical Steel. Moskva: Metallurgiia, 1989. 168 p. (Rus)

26. Ershevych V.V. Handbook above design of electrical power systems. Moskva: Enerhoatomizdat, 1985. 352 p. (Rus) 27. Sapozhnikov A.V. Design of transformers. Moskva: Gosenergoizdat, 1959. 361 p. (Rus)

30. Zemskyi D.R., Bosyi D.O. Energy Efficient Modes of Distribution Power Supply Systems with Different Vector Group of Transformer. IEEE 6th International Conference on Energy Smart Systems. Ukraine, Kyiv, April, 17-19. 2019. Pp. 64-69. DOI: https://doi.org/10.1109/ESS.2019.8764246.

28. Bolshev L.N., Smirnov N.V. Tables of mathematical statistics. Moskva: Nauka, 1983. 416 p. (Rus)

Надійшла 24.10.2018 Остаточний варіант 16.01.2020

# DOI: https://doi.org/10.15407/techned2020.02.086 ELECTROMAGNETIC STIRRING OF METALS IN SPATIALLY ORTHOGONAL MAGNETIC FIELDS

A.P. Rashchepkin<sup>1\*</sup>, I.P. Kondratenko<sup>1\*\*</sup>, O.M. Karlov<sup>1\*\*\*</sup>, R.S. Kryshchuk<sup>1\*\*\*\*</sup>, A.V. Zhiltsov<sup>2\*\*\*\*\*</sup>, V.V. Vasyuk<sup>2\*\*\*\*\*\*</sup> <sup>1</sup>Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine, pr. Peremohy, 56, Kyiv, 03057, Ukraine. <sup>2</sup>National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, st. Geroyiv Oborony, 8, Kyiv, 03041, Ukraine. E-mail: azhilt@gmail.com

A mathematical model and a method for calculating the parameters of an electromagnetic system with spatially orthogonal magnetic fields, which are created by the currents of two windings, one of which is made in the form of a cylindrical inductor, and the second in the form of a saddle-shaped coil with linear sections directed along the generatrix of the inductor, are developed. The average volume densities of electromagnetic forces causing the melt motion during induction heating in crucible furnaces or continuous casting machines of steel billets are determined. It was established that at the level of large radial velocities insignificant velocity inhomogeneities take place, which together with the azimuthal velocity leads to the appearance of velocity vortices and contributes to additional mixing of the metal. The windings supply voltage of the considered electromagnetic device is determined, which ensures the stirring of liquid metal at the final stage of the continuously cast ingot production. References 9, figures 3. **Key words:** molten metal, electromagnetic stirring, electromagnetic force.

**Introduction.** Electromagnetic stirring of metals is widely used in many technological processes, both for the intensification of production, and directly to improve the quality of the metal in the processes of metallurgical conversion. As a result of metal stirring, the heat and mass transfer of the liquid metal increases, the temperature gradient decreases, which leads to equalization of the chemical composition and intensification of heat transfer both in volume of the liquid phase and with the cooling environment. To intensify metal production processes, one use widespread methods of electromagnetic action on molten metal in billet continuous-casting machines as directly in the crystallizer, and in the secondary cooling zone – final stirrer. The last devices in its properties may differ significantly from the stirrers in the primary cooling zone (in the crystallizer zone).

The difference, first of all, is in the type of the metal melt motion. In the first case, the melt flow predominantly directed in azimuth, and the final electromagnetic stirrers force the molten metal to move in the axial direction. The type of electromagnetic stirring with the axial direction of liquid metal flow is also characteristic of other melting or metallurgical finishing devices – crucible melting furnaces, ladle-type devices, and others. The implementation of such electromagnetic stirrers is carried out mainly using multiphase electromagnetic system with a traveling magnetic field [1]. Their energy efficiency due to open magnetic cores and, therefore, large non-magnetic gaps is low, which is often a justified reason for the refusal of metallurgists to use the technology of electromagnetic mixing of metal. However, the search for possible solutions for electromagnetic stirrer is continuing, especially in new innovative technologies, such as the production of intermetallic composites for permanent magnets, complex alloys, etc. In [2], the technical solution of a single-phase electromagnetic stirrer with spatially orthogonal magnetic fields was analyzed and a mathematical model was proposed to describe the electromagnetic processes in it. General relations were obtained for calculating magnetic fields and analytical expressions for calculating electromagnetic forces.

Mathematical modeling of the influence of technological processes and design parameters on the effectiveness of electromagnetic exposure on liquid metal requires solving in the general case of three-

ORCID: \* https://orcid.org/0000-0002-3308-8032; \*\* https://orcid.org/0000-0003-1914-1383;

<sup>©</sup> Rashchepkin A.P., Kondratenko I.P., Karlov O.M., Kryshchuk R.S., Zhiltsov A.A., Vasyuk V.V., 2020

<sup>\*\*\*</sup>https://orcid.org/0000-0002-1350-1870; \*\*\*\* https://orcid.org/0000-0002-1933-0144;

<sup>\*\*\*\*\*</sup> http://orcid.org/0000-0002-1688-7879; \*\*\*\*\*\* https://orcid.org/0000-0003-2102-6878

dimensional boundary value problems for the Maxwell equations system in an unbounded domain, containing geometrically composite ferromagnetic and conductive bodies, Navier-Stokes equations in liquid metal, heat conduction equations. In some cases, it is possible to solve the problem in a plane-parallel and axisymmetric approximation. The application of analytical methods for solving such problems is possible only in the simplest cases and for estimating.

Currently, there are different approaches and methods for solving these problems: finite difference method [3], finite element method [4], integral equation method [5,6] and other methods that are effectively used for the numerical calculation of electromagnetic fields.

The design features of electrotechnical devices with liquid conductors are as follows, that applying the finite difference method or finite element method leads to a large amount of unnecessary calculations. This is due to the fact that in the considered devices have a strong magnetic scattering fields. To take them into account when using these methods, the computational domain size must be chosen in several times larger, than the characteristic size (e.g. diameter) of the devices. In this case, the magnetic field is calculated at all mesh node, which covers the computational domain, while there is no need for such complete information. From the point of view of reducing the solution search area, the method of integral equations has an advantage [6]. However, in the case of orthogonal magnetic fields that are excited by mutually perpendicular electromagnetic systems, the calculated solution search area is undefined. In this case, analytical methods for calculating magnetic fields, electromagnetic forces, and liquid metal speed are most in demand, especially for determining trends.

The aim of the work is to carry out comprehensive analysis of electromagnetic and hydrodynamic processes in a liquid metal stirrer with spatially orthogonal magnetic fields and to evaluate the melt movement character.



Fig. 1

**Materials and results of the research.** The essence of such stirrer implementation is that it consists of two windings, one of which is made in the form of a cylindrical inductor with radius  $r_2$  and height h, and the second is made in the form of saddle-shaped coil with linear sections, which is directed along the inductor generatrix and concentrated within the central angle  $2\varphi_1$  (Fig.1).

Using the example of a cylindrical ingot, it is assumed that the radius of the liquid phase of the ingot is r and it has electrical conductivity  $\sigma$ , and wall thickness crystallizer having an electrical conductivity  $\sigma_1$  is  $(r_1 - r)$ .

Applicable to final electromagnetic stirrers or skull crucibles  $r_1$  is ingot radius or skull and  $\sigma_1$  is electrical conductivity of the hardened part of the ingot or skull.

Current loads of each winding of the electromagnetic stirrer are described by dependencies [2]:

$$A_{1} = \mathbf{e}_{\phi} \frac{Iw_{1}}{h} e^{i\omega t} \delta(r - r_{2}), \quad A_{2} = \mathbf{e}_{z} \frac{Iw_{2}}{2\varphi_{1}r_{2}} e^{i\omega t} \delta(r - r_{2}) \left[\Theta(\varphi + \varphi_{1}) - \Theta(\varphi - \varphi_{1}) - \Theta(\varphi - \pi + \varphi_{1}) + \Theta(\varphi - \pi - \varphi_{1})\right]. \tag{1}$$

Here  $\mathbf{e}_{\varphi}$  and  $\mathbf{e}_z$  are the unit vectors of the adopted cylindrical coordinate system;  $\delta(\cdot)$  is Dirac delta function;  $\Theta(\cdot)$  is the unit generalized function;  $w_1$ ,  $w_2$  are the first and second windings turns number. To simplify the writing, the successive connection of the stirrer windings with the same current *I* in the turns of both windings is accepted, which, however, does not lead to a violation of generality, since the relation between  $w_1$  and  $w_2$  is arbitrary.

The distribution of the magnetic field in each of the areas stirrer is described by the equation for the vector magnetic potential [8]

$$rot \, rotA = -\mu\sigma \left(\frac{\partial A}{\partial t} - v \times rotA\right),\tag{2}$$

 $\mu$  and  $\sigma$  is magnetic permeability and electrical conductivity of the medium, traverse speed v of all medium except the melt is zero. Assuming that the electromagnetic field due to the motion of the melt is small compared with the field of excitation, to determine the electromagnetic forces in a liquid, we limit oneself to the electrodynamic approximation, accepting the speed v=0 also for the liquid phase of the ingot. The last

ISSN 1607-7970. Техн. електродинаміка. 2020. № 2

assumption is very crude and can only be justified in case of obtaining estimated results.

Excluding edge effects basic electromagnetic and hydraulic processes can be described in the framework of a model with infinite stirrer height, what becomes technically acceptable just at  $h/r_2 \ge 4$ .

With regard to the adopted model, vector equation (2) using Coulomb calibration (divA = 0) reduces to the second order independent differential equations system for the axial and azimuthal components of the vector magnetic potential

$$\frac{\partial^{2} A_{z}}{\partial \rho^{2}} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_{z}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^{2}} \frac{\partial^{2} A_{z}}{\partial \phi^{2}} - i\mu\sigma\omega A_{z} = 0,$$

$$\frac{\partial^{2} A_{\varphi}}{\partial \rho^{2}} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_{\varphi}}{\partial \rho} - \frac{A_{\varphi}}{\rho^{2}} - i\mu\sigma\omega A_{\varphi} = 0.$$
(3)

If  $\rho = 0$  the above equations must satisfy the boundedness condition, and satisfy the following boundary conditions:

$$\frac{\partial A_z}{\partial \rho} = \mu A_2, \qquad \qquad \frac{1}{\rho} \frac{\partial (\rho A_{\phi})}{\partial \rho} = \mu A_1 \qquad (4)$$

and conjugation conditions (the continuity of the vector potential components and their normal derivatives) at the medium interfaces.

As a result of solving the second equation of the system (3) with boundary condition (4) the distribution of the azimuthal component magnetic potential in the liquid phase of the ingot  $(\rho \le r)$  described by addiction

$$A_{\varphi} = CI_{1}(a\rho), \qquad (5)$$

$$C = \frac{\mu I w_{1} r_{1} e^{i\omega t}}{hI_{1}(ar)} \frac{I_{1}(a_{1}r_{1}) - BK_{1}(a_{1}r)}{I_{1}(a_{1}r_{1}) - r_{1}I_{1}(a_{1}r_{1}) - B\left[K_{1}(a_{1}r_{1}) + r_{1}K_{1}(a_{1}r_{1})\right]};$$

Where

$$B = \frac{I_1(a_1r)I_1(ar) - I_1(ar)I_1(a_1r)}{K_1(a_1r)I_1(ar) - I_1(ar)K_1(a_1r)}; \qquad a = \sqrt{i\mu\sigma\omega}; \ a_1 = \sqrt{i\mu\sigma_1\omega}; \ i = \sqrt{-1}; \ \mu = 4\pi \cdot 10^{-7} \,\Gamma_{\rm H/M},$$

 $I_1(...), K_1(...)$  are modified Bessel functions of the first and second kind, the prime denotes the derivative of the Bessel function of the radius.

The solution for the z-component of the magnetic potential in the area of the metal liquid phase (the first equation of system (3)) can be obtained after its integral transformation by the coordinate  $\varphi$  taking into account the periodicity conditions and it can be represented by series

$$A_{z} = \sum_{j=1}^{\infty} C_{n} I_{n} (a\rho) \cos n\varphi , \qquad (6)$$

$$C_{n} = \frac{4\mu I w_{2} r_{1}^{n} \sin n\varphi_{1} e^{i\omega t}}{n\pi \varphi_{1} r_{2}^{n} I_{n} (ar)} \frac{I_{n} (a_{1}r) - B_{n} K_{n} (a_{1}r)}{D_{n}} , \qquad (6)$$

$$B_{n} = \left[ I_{n} (a_{1}r) I_{n}^{'} (ar) - I_{n} (ar) I_{n}^{'} (a_{1}r) \right] \times \left[ K_{n} (a_{1}r) I_{n}^{'} (ar) - K_{n}^{'} (a_{1}r) I_{n} (ar) \right]^{-1} , \qquad n = 2j - 1, \ j = 1, 2, \cdots .$$

Depending on the design of the electromagnetic stirrer  $D_n$  it takes different values. So in the presence of an external magnetic circuit

$$D_{n} = I_{n}(a_{1}r_{1})n\left(1 - \frac{r_{1}^{2n}}{r_{2}^{2n}}\right) + r_{1}I_{n}(a_{1}r_{1})\left(1 + \frac{r_{1}^{2n}}{r_{2}^{2n}}\right) - B_{n}\left(K_{n}(a_{1}r_{1})n\left(1 - \frac{r_{1}^{2n}}{r_{2}^{2n}}\right) + r_{1}K_{n}(a_{1}r_{1})\left(1 + \frac{r_{1}^{2n}}{r_{2}^{2n}}\right)\right)$$

and in its absence

$$D_n = 2 \Big( nI_n(a_1r_1) + r_1I'_n(a_1r_1) - B_n \Big( nK_n(a_1r_1) + r_1K'_n(a_1r_1) \Big) \Big).$$

Based on the equations  $\vec{B} = rot \vec{A}$ ,  $\vec{E} = -\partial \vec{A}/\partial t$ ,  $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ , without special difficulties, we get the distribution of magnetic induction in the melt

$$B_{\rho} = -\frac{1}{\rho} \sum_{j=1}^{\infty} C_n I_n(a\rho) n \sin n\varphi; \quad B_{\varphi} = -\sum_{j=1}^{\infty} C_n \frac{\partial}{\partial \rho} I_n(a\rho) \cos n\varphi; \quad B_z = C \left( \frac{\partial I_1(a\rho)}{\partial \rho} + \frac{I_1(a\rho)}{\rho} \right), \quad (7)$$

and density of induced currents

$$j_{\rho} = 0; \ j_{\varphi} = -i\sigma\omega CI_1(a\rho); \ j_z = -i\sigma\omega\sum_{j=1}^{\infty} C_n I_n(a\rho)\cos n\varphi.$$
(8)

The dependences found make it possible to determine the average volume densities of electromagnetic forces causing the ingot or melt liquid phase motion during the interaction of the inductors electromagnetic field and the liquid metal in the skull or crucible furnace

$$f_{\rho} = \operatorname{Re}\left(j_{\varphi}B_{z}^{*} - j_{z}B_{\varphi}^{*}\right)/2; \quad f_{\varphi} = \operatorname{Re}\left(j_{z}B_{\rho}^{*}\right)/2; \quad f_{z} = \operatorname{Re}\left(j_{\varphi}B_{\rho}^{*}\right)/2 \tag{9}$$

The distribution of the radial, azimuthal and axial components of the forces density will be analyzed for one version of the electromagnetic stirrer, which include  $w_1 = 50$  turns azimuthally oriented winding with height h = 0.5 M and  $w_2 = 5$  turns oriented in the plane  $z0\rho$  at  $\varphi_1 = \pi/6$ . The effective current is I = 500 A, and electrical conductivity, geometrical dimensions of the ingot and current frequency are S/m, r = 0.06 m,  $r_1 = 0.07 \text{ m}$ ,  $r_2 = 0.08 \text{ m}$ , f = 50 Hz.

It has been ascertained that the density electrodynamic force component  $f_{\rho}$  achieve the highest val-

ue, which tends to compress liquid metal, and, in the case of the free surface presence, to form a positive meniscus of melt. The distribution of this force is almost uniform in azimuth, with the exception of zones adjacent to the winding with an axial orientation, which is understandable. The maximum value of the radial component of the force reaches at the boundary of the liquid metal and the solid phase of the metal or near the skull wall and for the values accepted in the calculation experiment, it turns out to be about 2500 N/m<sup>3</sup> with a smooth decrease to zero on the ingot axis. For component of electrodynamic force  $f_{\varphi}$ , the change in the direction of force action in azimuth becomes characteristic.

This force density magnitude is more than an order less than the radial magnitude. Obviously, the magnitude of this force density component will largely determine the nature of the motion of liquid metal. Wherein the expected motion of the liquid metal will be characterized by the formation of vortices in the azimuthal plane. And finally, the z-component of the force density  $f_z$  has an alternating character and its smallest value is half less than  $\varphi$ -component  $f_{\varphi}$ .

The presence of three electrodynamic force density components, although differing from each other by almost an order of magnitude or more, will lead to the appearance of a complex motion in the liquid metal, leading to its intense stirring. In the framework of the accepted calculation electrodynamic model, it is impossible to obtain the exact values of the quantities characterizing this movement. First of all, this is due to the adoption of the provision on the infinite height of the electromagnetic system, which leads to the absence of edge effects and problems associated with the free surface of the liquid metal.

In the work, on the basis of the obtained solutions on the distribution of the electromagnetic forces density, an assessment is made of the possible type of liquid metal motion.

The melt motion is described by the Navier-Stokes equation for an incompressible fluid in the approximation of laminar flows [9]

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (u \ grad)u = -\frac{1}{\gamma} grad \ p + v \cdot \Delta u + \frac{f}{\gamma}$$
(10)

and the continuity equation

div u = 0.

In (10), the vector of the volume electromagnetic forces density f is determined by components (9);  $\gamma$ ,  $\nu$  are density and kinematic viscosity of liquid metal.

On the solid boundary of the melt  $(\rho = r)$  for a viscous fluid, from the sticking condition, the boundary condition is the equality

$$u_{\rho} = u_{\rho} = u_z = 0. \tag{11}$$

In the approximation of a fixed slab, conditions (11) must also be satisfied when  $\rho = 0$ .

ISSN 1607-7970. Техн. електродинаміка. 2020. № 2

Due to the finite height of the electromagnetic stirrer, secondary metal flows arise commensurate with the velocities due to the action of electrodynamic forces (9).

Therefore, without pretending to an accurate quantitative description, we dwell only on the determination of characteristic flows, caused by the action of electromagnetic forces in the approximation of an infinitely high inductor. Given that within the framework of the assumptions made  $\partial p/\partial z = 0$ , excluding the influence of convective terms of the distribution, the components of the melt velocity are determined by the dependencies:

for  $\rho$  -component

$$\frac{\partial u}{\partial t} = v\left(\frac{\partial^2 u}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial u}{\partial \rho} - \frac{u}{\rho^2}\right) + \frac{f_{\rho}}{\gamma}$$

for  $\varphi$  -component

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial \rho} - \frac{u}{\rho^2}\right) + \frac{f_{\varphi}}{\gamma},\tag{12}$$

for z-component

$$\frac{\partial u}{\partial t} = v \left( \frac{\partial^2 u}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \phi^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial \rho} \right) + \frac{f_z}{\gamma}.$$

The results of the numerical solution of equations (12) are presented in Fig. 2 as graphical dependencies after 10 seconds after the start of force action on the molten metal. In the calculations, it was assumed that the kinematic viscosity of the liquid metal is constant and equal to  $2 \ 10^{-7}$  S/m. The last assumption is very crude and can only be made for value judgments. The molten metal specific density is 7.8  $10^3$  kg/m<sup>3</sup>. The figure 2 show the velocity distribution components along the azimuthal coordinate  $\phi$ , radiant, and for value  $\rho$ =0,055 m, i.e. at the interface of the solid skull substance and liquid phase metal.



For accepted constructive execution and current loads stirrer windings on the axis of symmetry of the inductor (z = 0), maximum value (3.5 m/s), as you can see from Fig. 2, reaches the radial velocity component  $u_{\rho}$ , somewhat lower values (0.75 m/s) takes axial component  $u_z$  and insignificant values (up to 0.15 m/s) reaches the azimuthal velocity component  $u_{\varphi}$ .

It can be seen from the figures that at the level of large radial velocities there are insignificant velocity inhomogeneities  $\nabla u_{\rho} = 0.45$  m/s, which together with the azimuthal velocity leads to the appearance of velocity vortices, the distribution of which is shown in Fig. 3, that contributes to the additional metal's stirring.

The above there is analysis of the local electromagnetic and dynamic characteristics of the electromagnetic system in the interaction with liquid metal. However, the above version of the electromagnetic system can be successfully used for induction melting of metal, for which an important characteristic is power consumption and energy efficiency. The resulting solution allows us to determine these energy characteristics. So, as applied to induction melting in crucible furnaces for which the main task is the maximum contribution of power for heating and melting the metal, the total power of the cylindrical inductor is

$$S_{1} = \frac{\pi}{2} i \,\omega r_{2}^{2} h \,\mu (Iw_{1})^{2} \left(1 + \frac{r_{1}^{2}}{r_{2}^{2}} \cdot M\right), \tag{13}$$

and the power of the inductor of the orthogonal field is

$$S_2 = i\omega\pi r_2^2 h(Iw_2)^2 \mu \frac{8}{\pi^2} \sum_{1}^{n} \frac{\sin(n\varphi_1)}{n^3} (1 - 2N),$$
(14)

where

$$M = \frac{I_{1}(a_{1},r_{1}) - r_{1}\frac{\partial}{\partial r_{1}}I_{1}(a_{1},r_{1}) - B(K_{1}(a_{1},r_{1}) - r_{1}\frac{\partial}{\partial r_{1}}K_{1}(a_{1},r_{1}))}{I_{1}(a_{1},r_{1}) + r_{1}\frac{\partial}{\partial r_{1}}I_{1}(a_{1},r_{1}) - B(K_{1}(a_{1},r_{1}) + r_{1}\frac{\partial}{\partial r_{1}}K_{1}(a_{1},r_{1}))},$$

$$N = nI_{n}(a_{1},r_{1}) + r_{1}\frac{\partial}{\partial r_{1}}I_{n}(a_{1},r_{1}) - B_{n}\left(nK_{n}(a_{1},r_{1}) + r_{1}\frac{\partial}{\partial r_{1}}K_{n}(a_{1},r_{1})\right)/$$

$$\left(nI_{n}(a_{1},r_{1})\left(1 - \frac{r_{1}^{2n}}{r_{2}^{2n}}\right) + r_{1}\left(1 + \frac{r_{1}^{2n}}{r_{2}^{2n}}\right)\frac{\partial}{\partial r_{1}}I_{n}(a_{1},r_{1}) - B_{n}(nK_{n}(a_{1},r_{1})\left(1 - \frac{r_{1}^{2n}}{r_{2}^{2n}}\right) + r_{1}\left(1 + \frac{r_{1}^{2n}}{r_{2}^{2n}}\right)\frac{\partial}{\partial r_{1}}K_{n}(a_{1},r_{1})\right).$$



The active power loss in the windings of both inductors is

$$P = \frac{I^2}{\sigma_o s_o} (w_1 \pi r_2 + w_2 (h + \pi r_2)),$$

where  $\sigma_0$ ,  $s_0$  are specific electrical conductivity and section inductor conductor windings.

The power calculations performed for the given stirrer parameters for the production of a continuously cast ingot with a diameter of 0.14 m show: at the industrial frequency the indicated metal stirring velocity is achieved when the power consumption from the network is  $S_1 = 203 + 1150i$  VA,  $S_2 = 2,9+9,1i$  VA, P = 2856 W at  $s_0 = 39$  mm<sup>2</sup> and  $\sigma_0 = 5 \cdot 10^7$  S/m. Supply voltage windings in this case is  $U = \sqrt{2} \left( |S_1 + S_2 + P| \right) / I = 9$  V. It should be noted that insignificant power is consumed to perform the stirring functions – only about 206 W. Active losses in the winding are much larger, which leads to a low

efficiency of the electromagnetic device. However, taking into account the functional purpose of such stirring, namely the stirring of liquid metal at the final stage of a continuously cast ingot production to improve its quality, the power of such an electromagnetic stirrer and its efficiency are offset by the achievement of the necessary modes of metal motion.

**Conclusions.** As a result of the electromagnetic and hydrodynamic processes analysis in an electromagnetic stirrer with orthogonal magnetic fields, it was ascertained that the radial velocity component has inhomogeneities along the azimuthal axis, leading to the formation of four additional vortices in the liquid metal. Such vortices work towards the intensification of the melt stirring process and can be used for electromagnetic stirrers of various functional purposes, namely: in the final stirrers of continuous casting machines, in crucible and skull furnaces.

Роботу виконано за держбюджетною темою «Створення науково-технічних основ інтелектуалізації технологічних процесів та засобів вимірювання, керування, моніторингу і діагностування в електроенергетичних та електротехнічних система» («ІНТЕХЕН»). Державний реєстраційний номер 0116U005367.

1. Dubodelov V.I., Smirnov A.N., Efimova V.G., Kravchenko A.V., Verzilov A.P. Hydrodynamic and physicochemical processes in intermediate ladle for continuous casting of steel. Kyiv: Naukova dumka, 2018. 262 p. (Rus)

2. Vishtak T.V., Kondratenko I.P., Raschepkin A.P. Electromagnetic crystalliser with spatially orthogonal magnetic fields. *Pratsi Instytutu Elektrodynamiky Natsionalnoi Akademii Nauk Ukrainy*. 2002. No 2(2). Pp. 33-39. (Rus)

**3.** Kovenya V.M., Chirkov D.V. Finite difference and finite volume methods for solving problems of mathematical physics. Novosibirsk: Novosibirsk State University, 2013. 87 p. (Rus)

**4.** Dautov R.Z., Karchevsky M.M. Introduction to the theory of finite element methods. Kazan: Kazan State University, 2004. 239 p. (Rus)

**5.** Zhiltsov A.V., Liktey V.V. Calculation of the magnetic field of a magnetoelectric machine with a smooth stator by a secondary source method. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2018. No 5. Pp. 7-10. (Ukr)

### DOI: https://doi.org/10.15407/techned2018.05.007

**6.** Kondratenko I., Zhiltsov A., Vasyuk V. Simulation of discharge capacity axle symmetric systems 'coil - Non-ferromagnetic massive disk' by the method of integral equations. 16th International Conference on *Computational Problems of Electrical Engineering*, CPEE, Ukraine, Lviv, November, 2015. Pp. 71-73. (Eng)

7. Zhyltsov A.V. Two-dimensional integro-differential model for calculating eddy currents in the system mold – induction stirrer with a nonlinear massive magnetic core. *Elektronnoe modelirovanie*. 2007. No 6. Pp. 37-46. (Rus)

8. Neyman L.R., Demirchyan K.S. Theoretical foundations of electrical engineering. Vol. 2. Leningrad «Energiya», 1966. 407 p. (Rus)

**9.** Targ S.M. The main tasks of the theory of laminar flows. Publishing house of technical and theoretical literature, 1951. 420 p. (Rus)

### УДК 621.746.5:537.84

# ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПЕРЕМЕШИВАНИЕ МЕТАЛЛОВ В ПРОСТРАНСТВЕННО ОРТОГОНАЛЬ-НЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

А.П. Ращепкин<sup>1</sup>, И.П. Кондратенко<sup>1</sup>, О.М. Карлов<sup>1</sup>, Р.С. Крищук<sup>1</sup>, А.В. Жильцов<sup>2</sup>, В.В. Васюк<sup>2</sup> <sup>1</sup>Институт электродинамики НАН Украины, пр. Победы, 56, Киев, 03057, Украина. <sup>2</sup> Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины,

ул. Героев Обороны, 8, Киев, 03041, Украина. E-mail: azhilt@gmail.com

Разработана математическая модель и метод расчета параметров электромагнитной системы с пространственно ортогональными магнитными полями, которые создаются токами двух обмоток, одна из которых выполнена в виде цилиндрического индуктора, а вторая – в виде седлообразной катушки с линейными участками, направленными вдоль образующей индуктора. Определены средние объемные плотности электромагнитных сил, вызывающих движение расплава в процессе индукционного нагрева в тигельных печах или машинах непрерывного литья заготовок стали. Установлено, что на уровне больших радиальных скоростей имеют место незначительные неоднородности скорости, что совместно с азимутальной скоростью приводит к возникновению вихрей скорости и способствует дополнительному перемешиванию металла. Определено напряжение питания обмоток рассмотренного электромагнитного устройства, обеспечивающего перемешивание жидкого металла на финальной стадии производства непрерывнолитого слитка. Библ. 9, рис. 3. Ключевые слова: расплавленный металл, электромагнитное перемешивание, электромагнитная сила.

### УДК 621.746.5:537.84 ЕЛЕКТРОМАГНІТНЕ ПЕРЕМІШУВАННЯ МЕТАЛІВ У ПРОСТОРОВО ОРТОГОНАЛЬНИХ МАГНІТНИХ ПОЛЯХ

А.П. Ращепкин<sup>1</sup>, И.П. Кондратенко<sup>1</sup> О.М. Карлов<sup>1</sup>, Р.С. Крищук<sup>1</sup>, А.В. Жильцов<sup>2</sup>, В.В. Васюк<sup>2</sup> <sup>1</sup>Інститут електродинаміки НАН України, пр. Перемоги, 56, Київ, 03057, Україна. <sup>2</sup> Національний університет біоресурсів і природокористування України, вул. Героїв Оборони, 8, Київ, 03041, Україна. Е-mail: azhilt@gmail.com

Розроблено математичну модель і метод розрахунку параметрів електромагнітної системи з просторово ортогональними магнітними полями, які створюються струмами двох обмоток, одна з яких виконана у вигляді циліндричного індуктора, а друга – у вигляді сідловидної котушки з лінійними ділянками, які спрямовані вздовж твірної індуктора. Визначено середні об'ємні щільності електромагнітних сил, що викликають рух розплаву в процесі індукційного нагріву в тигельних печах або машинах безперервного лиття заготовок сталі. Встановлено, що на рівні великих радіальних швидкостей мають місце незначні неоднорідності швидкості, що спільно з азимутальною швидкістю призводить до виникнення вихорів швидкості і сприяє додатковому перемішуванню металу. Визначено напругу живлення обмоток розглянутого електромагнітного пристрою, що забезпечує перемішування рідкого металу на фінальній стадії виробництва безперервнолитого злитка. Бібл. 9, рис. 3. **Ключові слова:** розплавлений метал, електромагнітне перемішування, електромагнітна сила.

> Надійшла 27.08.2019 Остаточний варіант 17.02.202