



# ТЕХНІЧНА ЕЛЕКТРОДИНАМІКА

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ • ВІДДІЛЕННЯ ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИХ ПРОБЛЕМ ЕНЕРГЕТИКИ

ТЕОРЕТИЧНА ЕЛЕКТРОТЕХНІКА  
ТА ЕЛЕКТРОФІЗИКА

ПЕРЕТВОРЕННЯ ПАРАМЕТРІВ  
ЕЛЕКТРИЧНОЇ ЕНЕРГІЇ

ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНЕ  
ПЕРЕТВОРЕННЯ ЕНЕРГІЇ

ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЧНІ СИСТЕМИ  
ТА УСТАНОВКИ

ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНІ СИСТЕМИ  
В ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЦІ

№5  
2010

---

Національна академія наук України  
Відділення фізико-технічних проблем енергетики  
Інститут електродинаміки  
Науково-прикладний журнал  
**ТЕХНІЧНА ЕЛЕКТРОДИНАМІКА**

---

**Головний редактор**

**А.К.Шидловський**, академік НАН України

**Заступники головного редактора:**

**Кириленко О.В.**, академік НАН України;

**Липківський К.О.**, докт.техн.наук, професор

**РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ**

**Антонов О.Є.**, докт.техн.наук

**Буткевич О.Ф.**, докт.техн.наук, професор

**Волков І.В.**, член-кор. НАН України, професор

**Жаркін А.Ф.**, член-кор. НАН України

**Кондратенко І.П.**, докт.техн.наук

**Кузнецов В.Г.**, член-кор. НАН України, професор

**Мазуренко Л.І.**, докт.техн.наук, професор

**Мислович М.В.**, докт.техн.наук, професор

**Монастирський З.Я.**, докт.техн.наук

**Стогній Б.С.**, академік НАН України

**Таранов С.Г.**, член-кор. НАН України, професор

**Тітко О.І.**, член-кор. НАН України, професор

**Шидловська Н.А.**, член-кор. НАН України

**Щерба А.А.**, член-кор. НАН України, професор

**Юрченко О.М.**, докт.техн.наук

**МІЖНАРОДНА РЕДАКЦІЙНА РАДА**

**Шидловський А.К.**, академік НАН України

**Гришечко Ф.Б.**, академік НАН України

**Губанскі С.**, професор, Швеція

**Денисов О.І.**, професор, Україна

**Жуйков В.Я.**, професор, Україна

**Загірняк М.В.**, професор, Україна

**Клер Д.**, професор, Велика Британія

**Кулик М.М.**, академік НАН України

**Олещук В.**, докт.техн.наук, Молдова

**Павлік М.**, академік НАН України, Польща

**Пересада С.М.**, професор, Україна

**Півняк Г.Г.**, академік НАН України

**Постолатній В.М.**, академік АН Молдови

**Реззов В.Ф.**, член-кор. НАН України, професор

**Розов В.Ю.**, член-кор. НАН України

**Россі К.**, професор, Італія

**Сокол Є.І.**, професор, Україна

**Стахів П.Г.**, професор, Україна

**Счастливий Г.Г.**, академік НАН України

**Харитонов С.О.**, професор, Росія

**Відповідальний секретар** Л.В.Городжа

Журнал "Технічна електродинаміка" входить до переліку профільних видань ВАК України, реферується у загальнодержавній реферативній базі даних "УКРАЇНКА НАУКОВА" (реферативний журнал "ДЖЕРЕЛО") та РЕФЕРАТИВНОМУ ЖУРНАЛІ, Росія. У журналі здійснюється експертне рецензування та наукове редагування статей.

**Адреса редакції:**

03680, м.Київ-57, проспект Перемоги,56

Інститут електродинаміки НАН України

Тел. (044) 454 26 57, (044) 456 88 69

Email: ted@ied.org.ua <http://www.techned.org.ua>

*Науково-прикладний журнал*

*Виходить раз на два місяці*

*Заснований у жовтні 1979*

**ЗМІСТ**

**Теоретична електротехніка та електрофізика**

- ЩЕРБА А.А., ПОДОЛЬЦЕВ А.Д., КУЧЕРЯВАЯ И.Н., ЗОЛОТАРЕВ В.М. Электрический транспорт полярных молекул воды в неоднородном электрическом поле полимерной изоляции высоковольтных кабелей .....3
- ВАСЕЦКИЙ Ю.М., МАЗУРЕНКО И.Л. Параметры электромагнитных и тепловых процессов для приближенных математических моделей высокочастотного индукционного нагрева электропроводных лент .....10
- БАРАНОВ М.И. Приближенный расчет максимальной температуры плазмы в сильноточном канале искрового разряда высоковольтного воздушного коммутатора.....18

**Перетворення параметрів електричної енергії**

- ХАЛПКОВ В.А., ЛИПКІВСЬКИЙ К.О. Процеси та організація комутації трансформаторів.....22

**Електромеханічне перетворення енергії**

- ВАСЬКОВСКИЙ Ю.Н., ГЕРАСКИН А.А. Вибровозмущающие электромагнитные силы в короткозамкнутых асинхронных двигателях при наличии повреждений их конструкции .....31

**Електроенергетичні системи та устаткування**

- КИРИЛЕНКО О.В., ПАВЛОВСЬКИЙ В.В., ЛУК'ЯНЕНКО Л.М., ЗАЙЧЕНКО В.Б. Аналіз режимів роботи мереж "київського кільця" за напругою в поточній та перспективній схемах ОЕС України .....39
- ЖУРАХІВСЬКИЙ А.В., КІНАШ Б.М., ЯЦЕЙКО А.Я., МАСЛЯК Р.Я. Аналіз надійності функціонування трансформаторів напруги в умовах ферорезонансних діянь .....47
- БАСОВА А.В., ІВАНКОВ В.Ф. Розрахунок температури в перерізі стрижнів магнетних систем трансформаторів та реакторів.....52
- ВОЛКОВ А.В., МЕТЕЛЬСКИЙ В.П., ВОЛКОВ В.А. Исследование функционирования и энергоэффективности применения силового активного фильтра для четырехпроводной трехфазной сети переменного напряжения .....61
- ВОВЧЕНКО А.И., БОГУСЛАВСКИЙ Л.З., МИРОШНИЧЕНКО Л.Н. Тенденции развития мощных высоковольтных генераторов импульсных токов в ИИПТ НАН Украины.....69

**Інформаційно-вимірювальні системи в електроенергетиці**

- БРАГИНЕЦ І.А., ЗАЙЦЕВ Е.А. Динамические характеристики фазового лазерного датчика вибраций .....75

**Наші ювіляри**

- ДО 70-РІЧЧЯ академіка НАН України Півняка Геннадія Григоровича .....80

- ABSTRACTS .....81

- ВИМОГИ до оформлення статей у журналі "Технічна електродинаміка" .....83

## CONTENTS

**Theoretical electrical engineering and electrophysics**

- SHCHERBA A.A., PODOLTSEV A.D., KUCHERIAVAYA I.N., ZOLOTARIOV V.M. Electrical transport of water polar molecule in the heterogeneous-electrical field in polymeric insulation of high-voltage cables.....3
- VASETSKY Y.M., MAZURENKO I.L. Parameters of electromagnetic and thermal processes for approximate mathematical models of high-frequency induction heating of electroconductive bands.....10
- BARANOV M.I. Approximate calculation of maximum plasma temperature in high-current electric spark channel of high-voltage air pressure commutator .....18

**Conversion of electric energy parameters**

- KHALIKOV V.A., LYPKIVSKY K.O. Commutation processes and its organization in transformers.....22

**Electromechanical energy conversion**

- VASKOVSKY Y.N., GERASKIN A.A. Vibroexcited electromagnetic forces in short-circuit asynchronous motors involving damages in their construction.....31

**Electric power systems and installations**

- KYRYLENKO O.V., PAVLOVSKY V.V., LUKYANENKO L.M., ZAICHENKO V.B. "Kiev Ring" power system voltage states analysis for the existing and prospective network of the Integrated Ukrainian Power System.....39
- ZHURAKHIVSKY A.V., KINASH B.M., YATSENKO A.Y., MASLYAK R.Y. Analysis of reliability of voltage transformers operation under ferroresonant conditions .....47
- BASOVA A.V., IVANKOV V.F. Temperature calculation in limb sections of magnetic systems of transformers and inductors.....52
- VOLKOV A.V., METELSKY V.P., VOLKOV V.A. Analysis of functioning and energy efficiency of power active filter for four-wire three-phase AC voltage network.....61
- VOVCHENKO A.I., BOHUSLAVSKY L.Z., MYROSHNYCHENKO L.N. Trends in development of high-powered high-voltage pulse current generators in the Institute of Pulse Processes and Technology of Ukraine (review).....69

**Information-measuring systems in power engineering**

- BRAHYNETS I.A., ZAITSEV E.A. Dynamic characteristics of phase laser vibration sensor.....75

To the 70th anniversary of academician of NAS of Ukraine Pivnyak G.G.....80

Abstracts .....81

Rules of presentation of the papers .....83

Науковий редактор К.О.ЛИПКІВСЬКИЙ  
 Редактор Т.І.МАЙБОРОДА  
 Художній редактор П.В.БЕККЕР

Друкується згідно з рекомендацією Вченої ради Інституту електродинаміки НАН України, протокол № 7 від 21.06.2010р. Підписано до друку 05.09.2010. Формат 60x84/8. Пап. друк. офс. Офсет. Ум.-друк. арк. 9,8. Тираж 300 прим. Зам. 100. Зареєстровано 20.01.94. Свідоцтво: серія КВ, № 388. Ціна договірна.

Поліграфічна дільниця Інституту електродинаміки НАН України 03680, м.Київ-57, пр.Перемоги, 56.

УДК 621.315.2.027.8

А.А.Щерба, член-корр. НАН України, А.Д.Подольцев, докт.техн.наук, И.Н.Кучерявая, канд.техн.наук (Ин-т электродинамики НАН Украины, Киев) В.М.Золотарев, канд.техн.наук (ЗАО "Завод "Южкабель", Харьков)

## ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТРАНСПОРТ ПОЛЯРНЫХ МОЛЕКУЛ ВОДЫ В НЕОДНОРОДНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ ПОЛИМЕРНОЙ ИЗОЛЯЦИИ ВЫСОКОВОЛЬТНЫХ КАБЕЛЕЙ

*Исследован процесс электрического транспорта полярных молекул воды в полимерной изоляции высоковольтного кабеля под действием резко неоднородного электрического поля, возникающего в области водного триинга. Показано, что при проявлении механизма диэлектрофореза молекулы воды "притягиваются" к острию триинга, создавая тем самым на острие локальную зону с повышенной влажностью. Наличие такого механизма может приводить к ускоренному старению изоляции. Разработаны математическая модель и методика численного расчета методом конечных элементов процесса электрического транспорта полярных молекул воды в полиэтиленовой изоляции силового кабеля с учетом различных дефектов и неоднородностей в ее структуре.*

*Досліджено процес електричного транспорту полярних молекул води в полімерній ізоляції високовольтного кабеля під дією різко неоднорідного електричного поля, що виникає в області водного триінга. Показано, що при прояві механізму діелектрофорезу молекули води "притягуються" до вістря триінга, створюючи тим самим на вістрі локальну зону з підвищеною вологістю. Наявність такого механізму може призводити до прискореного старіння ізоляції. Розроблено математичну модель і методику чисельного розрахунку методом кінцевих елементів процесу електричного транспорту полярних молекул води в полімерній ізоляції силового кабеля з урахуванням різних дефектів і неоднорідностей у її структурі.*

**Введение.** Современные высоковольтные и сверхвысоковольтные кабели являются важной составной частью систем передачи и распределения электрической энергии, поскольку обеспечивают надежную и безопасную передачу большой электрической мощности (сотни–тысячи МВА) для промышленных и коммунальных потребителей в условиях плотных застроек, коммуникаций и других наземных препятствий, а также водных преград. Подземным кабельным линиям электропередачи по сравнению с воздушными линиями присущи: высокая надежность эксплуатации из-за устойчивости к критическим внешним воздействиям (обледенениям, ветровым нагрузкам и грозовым перенапряжениям), малая площадь землепользования и повышенная электромагнитная совместимость с окружающей средой.

В настоящее время даже сверхвысоковольтные линии электропередачи Украины ориентированы на использование кабелей со сшитой полиэтиленовой (СПЭ) изоляцией. Введена в эксплуатацию двузвеньева кабельная линия с СПЭ изоляцией на 330 кВ для передачи мощности 350 МВА от Приднепровской ТЭС на подстанцию 330/35/10 кВ "Печная" металлургического завода "Днепросталь" (Днепропетровск) [4]. Кабельная линия имеет длину более 11 км, проходит по защитной дамбе (длиной 3,5 км), пересекает реку Самара (шириной 0,5 км), Приднепровскую железную дорогу (шириной 0,5 км) и почти 200 различных инженерных сооружений (линии электропередачи разного напряжения, трамвайные линии, газо- и водопроводы, тепломагистралы и т.п.). Понятно, что строительство в таких условиях сверхвысоковольтных воздушных линий электропередачи проводить невозможно. Перспектива создания новых надежных высоковольтных и сверхвысоковольтных современных кабельных линий электропередачи подкреплена тем, что в Украине на заводе "Южкабель" (Харьков) впервые в СНГ освоен промышленный выпуск кабелей с СПЭ изоляцией на напряжения до 330 В [6].

Монолитная полимерная изоляция силового кабеля, в отличие от бумажной пропитанной изоляции, является более чувствительной к разного рода дефектам, которые повышают локальную напряженность электрического поля, снижают пробивное напряжение и создают предпосылки для образования электрических и водных триингов. Известно, что старение и последующий пробой полимерной изоляции силовых ка-

белей происходит при длительном воздействии переменного напряжения в результате роста электрических и водных триингов, состоящих из наполненных газом и влагой микроканалов [3,11] с характерным диаметром порядка 1 мкм. Триинги начинают расти в местах с повышенной локальной напряженностью электрического поля – в областях микровыступов на поверхности электродов, проводящих и воздушных включений, микротрещин, полостей и т.д. Динамика роста триингов и параметры частичных разрядов зависят от физико-химических свойств диэлектрика, частоты и величины прикладываемого напряжения, геометрии электродов и других параметров [8,11].

Изучение роста триингов стало особенно актуальным в последнее время в связи с использованием кабелей с полимерной изоляцией на напряжение до 330 кВ [4,5]. С помощью электронно-оптических и электронных измерительных установок были определены параметры частичных разрядов и пространственно-временные характеристики роста дендритов [9,10,12,19], а, исходя из этого, и технические требования и нормы для кабелей высокого и сверхвысокого напряжений [5]. Несмотря на интенсивные исследования, количественная теория, описывающая рост триингов под действием частичных разрядов, до сих пор не разработана из-за трудностей, обусловленных большим числом взаимосвязанных физико-химических процессов, приводящих к разрушению диэлектрика, и сложным стохастическим характером роста триингов.

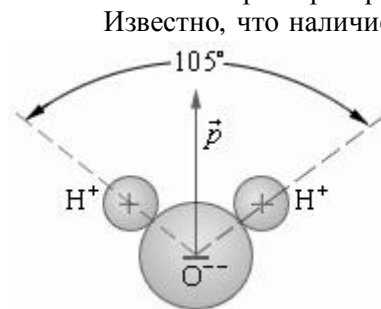


Рис. 1

Известно, что наличие влаги в полиэтиленовой изоляции приводит к ускоренному старению изоляции вследствие быстрого роста водных триингов в ее объеме [11,17]. Механизм быстрого развития водных триингов пока изучен недостаточно. В данной работе авторы обращают внимание на один из возможных факторов быстрого роста триингов, в основе которого лежит явление диэлектрфореза. Как известно, молекулы воды являются полярными молекулами, имеющими собственный электрический дипольный момент, равный  $p=6,2 \cdot 10^{-30}$  Кл·м. Наличие этого момента вызвано смещением центра тяжести атомов водорода, несущих положительный заряд, относительно центра тяжести атома кислорода, имеющего отрицательный заряд (рис. 1, где показана структура молекулы воды и ее дипольный момент).

Известно [2,14,16], что на полярную молекулу, находящуюся в неоднородном постоянном или переменном электрическом поле, действует электрическая сила, втягивающая такую молекулу в зону с более сильным полем. Данное явление лежит в основе диэлектрфореза. Механизм возникновения электрической силы в неоднородном поле поясняется на рис. 2, а. В изоляции силового кабеля существует несколько областей, в которых электрическое поле является пространственно неоднородным и наиболее сильная неоднородность поля наблюдается на острие водного триинга, который может моделироваться в виде токопроводящей иглы, находящейся в изоляции. В силу этого обстоятельства вблизи острия триинга должны возникать электрические силы, "притягивающие" к этому острию полярные молекулы воды (а также все другие молекулы и микрочастицы, имеющие собственный или индуцированный дипольный момент, рис. 2, б). Вследствие наличия этого явления, в изоляции кабеля вблизи острия триинга формируется область с повышенным содержанием молекул воды, что может приводить к ускоренному росту триинга. Насколько можно судить по известным источникам, количественный анализ этого явления ранее не выполнялся.

Целью настоящей работы является изучение методом математического моделирования механизма электрического транспорта полярных молекул воды в полиэтиленовой изоляции силового кабеля под действием резко неоднородного электрического поля, существующего на острие водного триинга – явления диэлектрфореза в переменном электрическом поле, а также разработка математической модели и методики расчета, позволяющих прогнозировать распределение молекул воды по

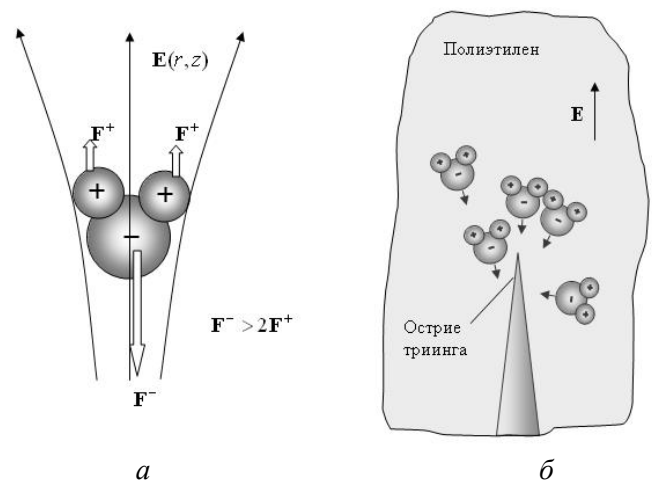


Рис. 2

сечению полиэтиленовой изоляции силового кабеля при наличии дефектов и различных неоднородностей в ней.

**Электрическая сила, действующая на полярную молекулу воды в неоднородном электрическом поле.** На молекулу воды, обладающую электрическим дипольным моментом  $\mathbf{p}$  и находящуюся во внешнем неоднородном электрическом поле  $\mathbf{E}$  (постоянном или изменяющемся во времени), действует электрическая сила, определяемая на основании следующего выражения [7]:

$$\mathbf{F}_e = (\mathbf{p} \cdot \nabla) \mathbf{E}. \quad (1)$$

Будем полагать, что молекула всегда направлена по полю  $\mathbf{E}$ , т.е. время релаксации молекулы  $\tau \ll 1/f$ , где  $f = 50$  Гц – промышленная частота напряжения кабеля. Тогда выражение для дипольного момента молекулы в поле  $\mathbf{E}$  запишется как

$$\mathbf{p} = p \mathbf{E} / |\mathbf{E}|, \quad (2)$$

где дипольный момент для молекулы воды  $p = 6,2 \cdot 10^{-30}$  Кл·м.

После подстановки выражения (2) в (1) получим

$$\mathbf{F}_e = \frac{p}{|\mathbf{E}|} (\mathbf{E} \cdot \nabla) \mathbf{E}. \quad (3)$$

Проведем преобразование выражения (3) для случая  $\nabla \times \mathbf{E} = 0$ , используя математическое тождество из [1]:

$$\nabla(\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}) = 2\mathbf{E} \times (\nabla \times \mathbf{E}) + 2(\mathbf{E} \cdot \nabla) \mathbf{E} = 2(\mathbf{E} \cdot \nabla) \mathbf{E}.$$

Тогда выражение (3) примет вид:

$$\mathbf{F}_e = p \nabla |\mathbf{E}|. \quad (4)$$

Из выражения (4) видно, что векторное силовое поле  $\mathbf{F}_e$  является потенциальным и амплитуда силы  $\mathbf{F}_e$  пропорциональна величине градиента модуля напряженности электрического поля, т.е. зависит от степени неоднородности поля в изоляторе.

Для расчета силы  $\mathbf{F}_e$  в диэлектрике кабеля необходимо предварительно рассчитать распределение векторной силовой функции электрического поля  $\nabla |\mathbf{E}|$  во всех представляющих интерес точках изоляции. С этой целью в работе решалась полевая задача для области водного триинга. Типичная структура такого триинга показана на рис. 3, а, а расчетная область задачи отображена на рис. 3, б. Здесь для простоты рассмотрен случай осевой симметрии, что позволяет рассматривать задачу в двумерной постановке в цилиндрической системе координат  $rOz$ .

Распределение электрического потенциала в области триинга в приближении электростатики описывается дифференциальным уравнением для электрического потенциала  $\varphi$  вида

$$\nabla \cdot (-\varepsilon_0 \varepsilon_r \nabla \varphi) = 0, \quad (5)$$

где  $\varepsilon_r = 2,4$  – относительное значение диэлектрической проницаемости полиэтиленовой изоляции.

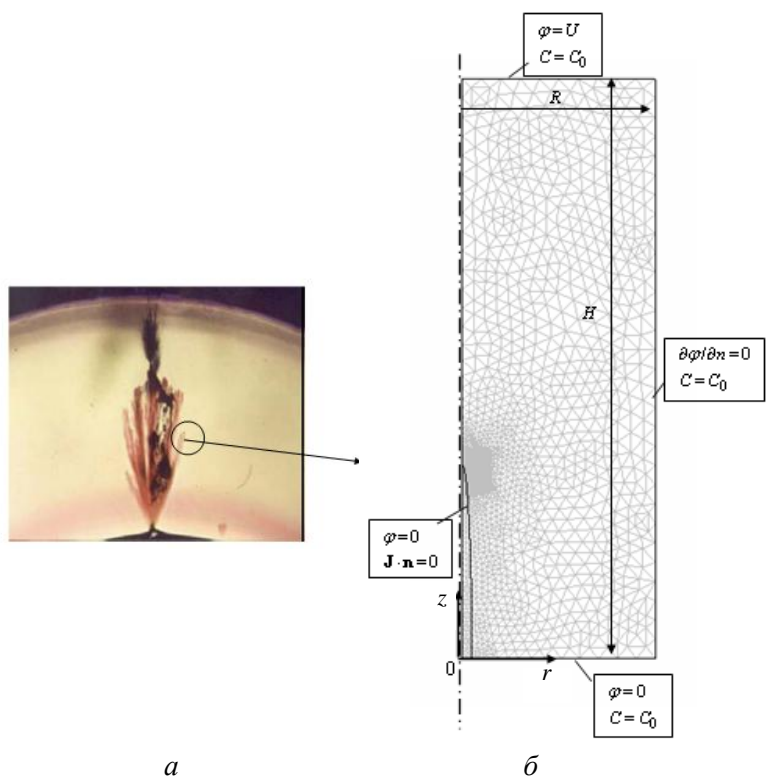


Рис. 3

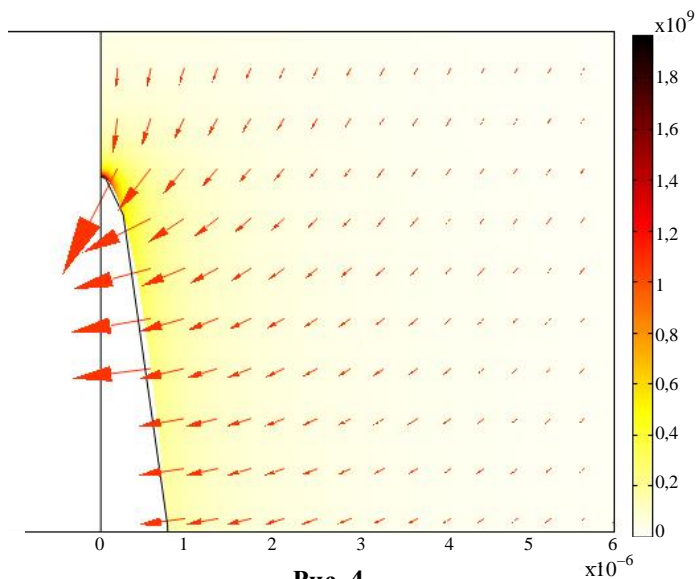


Рис. 4

Граничные значения для рассматриваемой электрической полевой задачи показаны на рис. 3, б. Указанные здесь величины имеют следующие значения:  $H=120$  мкм,  $R=40$  мкм,  $U=1200$  В, что соответствует среднему значению напряженности поля  $E_0 = U/H = 10$  кВ/мм, радиус закругления острия триинга составляет  $r_{mp} \approx 0,5$  мкм.

Описанная полевая задача решалась численно методом конечных элементов с помощью программы COMSOL 3.3 [20]. После нахождения электрического потенциала выполнялся расчет напряженности электрического поля согласно выражению  $\mathbf{E} = -\nabla\varphi$ , а затем определялись значения силовой функции  $\nabla|\mathbf{E}|$ , числен-

но равной силе, действующей на диполь с единичным электрическим дипольным моментом. Далее полагается, что все величины изменяются с частотой 50 Гц, во всех выражениях используются их действующие значения.

На рис. 4 в градиентном цвете и в виде стрелок показано полученное расчетным путем распределение поля  $\mathbf{E}$  в расчетной области на острие триинга. Область с максимальным полем локализована на острие триинга и имеет характерный размер порядка  $r_{mp}$ .

На рис. 5 показано распределение электрической силы  $\mathbf{F}_e$ , действующей на молекулы воды в объеме изоляции (рис. 5, а) и на острие триинга (рис. 5, б). Здесь показано значение  $\log(F_e)$  в оттенках серого цвета и вектор  $\mathbf{F}_e$  с помощью стрелок. Из рис. 5 видно, что в окрестности всего триинга действуют силы, "притягивающие" молекулы к триингу, однако наибольшая сила действует на его острие в области с характерным размером, меньшим радиуса  $r_{mp}$ .

**Математическое моделирование диэлектрфореза молекул воды в объеме полиэтиленовой изоляции.** Распределение молекул воды в объеме изоляции силового кабеля будем характеризовать величиной концентрации  $C(r, z, t)$ , являющейся функцией пространственных координат  $r, z$  и времени  $t$ . Полагаем, что их движение обусловлено процессами молекулярной диффузии и дрейфа в неоднородном электрическом поле под действием сил диэлектрфореза. Другими словами, рассматриваем процесс электрокинетики в диффузионно-дрейфовом приближении.

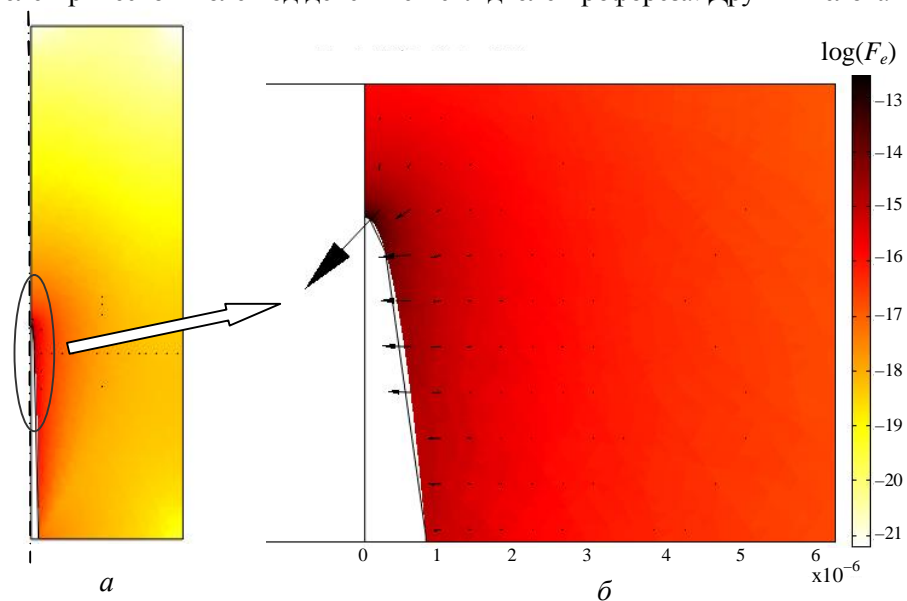


Рис. 5

Рис. 5

Рис. 5

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J} = 0. \quad (6)$$

В уравнении (6) величина потока молекул  $\mathbf{J}$  состоит из двух составляющих, отражающих процессы диффузии и действие электрических сил:



$$\mathbf{J} = -D\nabla C + Cbp\nabla|\mathbf{E}|. \quad (7)$$

Здесь  $D$  – коэффициент молекулярной диффузии,  $b$  – подвижность молекул воды в полиэтилене. Согласно соотношению Эйнштейна, коэффициент диффузии  $D$  связан с подвижностью следующим равенством

$$D = bk_B T, \quad (8)$$

где  $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К – постоянная Больцмана,  $T$  – абсолютная температура изоляции.

Уравнение (6) с учетом (7) запишется окончательно в виде следующего дифференциального уравнения в частных производных

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \nabla \cdot (D\nabla C - Cbp\nabla|\mathbf{E}|). \quad (9)$$

В качестве начального условия будем полагать, что в начальный момент времени концентрация молекул воды во всем объеме полиэтилена одинакова и равна  $C|_{t=0} = C_0$ . В качестве граничных условий принимались значения концентрации, показанные на рис. 3, б.

Математическая модель, включающая дифференциальные уравнения (5) и (9), а также принятые начальные и граничные условия описывают электрокинетическую динамику диффузионно-дрейфового движения молекул воды в полиэтиленовой изоляции с учетом наличия неоднородного электрического поля. Численная реализация этой модели проводилась методом конечных элементов в пакете программ COMSOL [20].

Для выбора значения коэффициента молекулярной диффузии в полиэтилене воспользуемся результатами работы [18]. Зависимость коэффициента диффузии от температуры выражается формулой Аррениуса в виде

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{W_a}{RT}\right), \quad (10)$$

где энергия активации  $W_a = 13.3$  ккал/моль,  $W_a/T = 6700$  К. Экспериментальным путем установлено [18], что для полиэтиленовой изоляции силовых кабелей коэффициент  $D_0 = 0,33$  м<sup>2</sup>/с. По числовым значениям коэффициентов в (10) построена показанная на рис. 6 зависимость коэффициента молекулярной диффузии полиэтилена  $D$  от температуры. В расчетах выбиралась температура изоляции 90 °С, для которой согласно рис. 6  $D = 3,2 \cdot 10^{-9}$  м<sup>2</sup>/с.

#### Анализ электрического транспорта молекул воды в объеме полиэтиленовой изоляции.

*Оценка скорости движения молекул.* Выполним некоторые предварительные оценочные расчеты. Согласно равенству (7), величина  $\mathbf{u} = bp\nabla|\mathbf{E}|$  представляет собой скорость диэлектрофоретического движения молекул воды (а также других молекул или наночастиц, имеющих дипольный момент) в неоднородном электрическом поле. Для оценки значения этой скорости принимаем  $b = D/(k_B T) = 3,2 \cdot 10^{-9} / (1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300) = 7,8 \cdot 10^{11}$  м·с<sup>-1</sup>·Н<sup>-1</sup>. Полагая величину поля в изоляции кабеля  $E = 10$  кВ/мм, а характерный размер уменьшения поля  $\sim 0,1$  м, получим  $\nabla|\mathbf{E}| = 10^8$  В/м<sup>2</sup>. Отсюда величина скорости  $u = 4,8 \cdot 10^{10}$  м/с = 15 мм/час. То есть, за время порядка одного года молекулы воды пройдут путь, равный толщине изоляции кабеля. Так как электрическое поле в изоляции кабеля больше на поверхности ее жилы, чем на внешнем экране, то механизм диэлектрофореза будет способствовать медленному проникновению молекул воды из внешнего грунта и их продвижению вглубь изоляции в течение продолжительного времени, составляющего годы. Отметим, что характерный пространственный масштаб триинга составляет всего несколько микрон, а величина электрического поля на его острие значительно превышает величину среднего поля в изоляции кабеля, отсюда и скорость движения молекул воды к острию этого триинга, как будет показано далее, значительно выше.

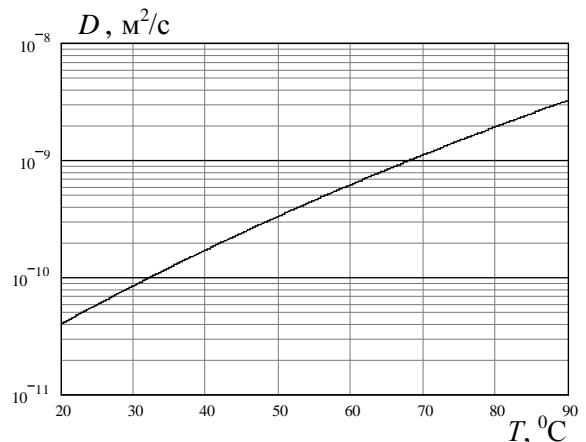


Рис. 6

*Распределение молекул воды в неоднородном электрическом поле в установившемся режиме.* Из уравнения (9) следует, что распределение концентрации молекул в установившемся режиме удовлетворяет уравнению

$$\nabla \cdot (D\nabla C - Cbp\nabla|\mathbf{E}|) = 0. \quad (11)$$

Решение этого уравнения в одномерном случае на поверхности триинга в предположении, что в этой области скорость диэлектрофореза  $u = bp\partial E/\partial x = \text{const}$ , имеет следующий вид:

$$C = C_1 \exp(-x/\lambda_D),$$

где  $\lambda_D = D/u$  – толщина дебаевского диэлектрофоретического слоя. Физически, величина  $\lambda_D$  характеризует толщину приповерхностной зоны с повышенной концентрацией молекул. Для оценки значения  $\lambda_D$  будем использовать следующие значения:  $D = 4 \cdot 10^{-11}$  м<sup>2</sup>/с при температуре 20 °С,  $\mathbf{u} = bp\nabla|\mathbf{E}| = 7,8 \cdot 10^{11} \cdot 6,2 \cdot 10^{-30} \cdot 10^{10} = 4,8 \cdot 10^{-8}$  м/с. Отсюда  $\lambda_D = D/u = 0,83$  мм. Отметим, что это справедливо при постоянном значении величины  $|\nabla|\mathbf{E}||$  на промежутке  $\lambda_D$ . Как будет показано далее, в области триинга зона с неоднородным полем локализована только на острие триинга.

*Результаты численного расчета.* На основе описанной выше математической модели рассчитывалась динамика концентрации частиц в окрестности острия триинга. Пространственное распределение концентрации молекул, отнесенной к среднему значению  $C_0$  в момент времени 10 с, показано на рис. 7. Из проведенных расчетов следует, что за время порядка 10 с устанавливается стационарное распределение концентрации молекул на острие, при этом максимальное значение концентрации достигается на оси симметрии на поверхности острия, и равно  $C = 5,5C_0$ , т.е. за счет существующего механизма диэлектрофореза концентрация молекул на острие триинга в 5,5 раз превышает среднюю концентрацию в изоляции кабеля. На рис. 7 наряду со значениями концентрации показаны в виде стрелок векторы потока молекул под действием электрических сил

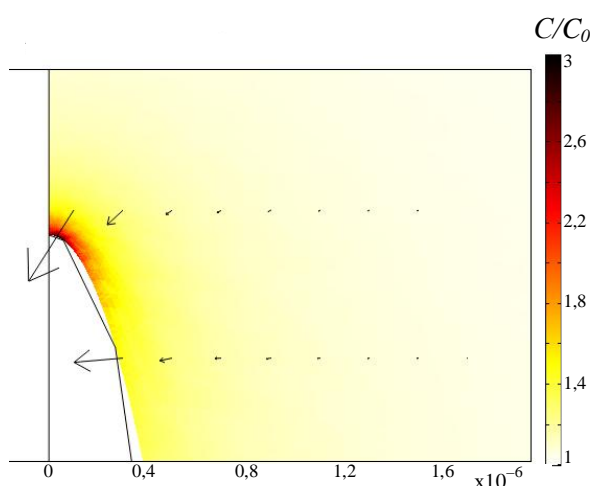


Рис. 7

$\mathbf{J}_e = Cbp\nabla|\mathbf{E}|$ . Видно, что водный триинг "притягивает" к себе молекулы воды из окружающего его объема полиэтиленовой изоляции. Таким образом, результаты расчетов иллюстрируют тот факт, что на острие триинга механизм электрокинетического движения полярных молекул воды может играть существенную роль в процессе роста триинга. В частности, образовавшаяся вследствие проявления такого механизма на острие триинга зона с повышенной влажностью может способствовать более быстрому прорастанию триинга вглубь изоляции, что будет приводить к ускоренному старению изоляции.

Неравномерность распределения концентрации молекул воды по оси симметрии в зоне острия отображена на рис. 8. Здесь изменение концентрации  $C/C_0$  показано в функции расстояния до острия триинга. Как следует из рис. 8, характерный размер зоны с повышенной концентрацией молекул воды составляет порядка 200 нм. Очевидно, что для более деталь-

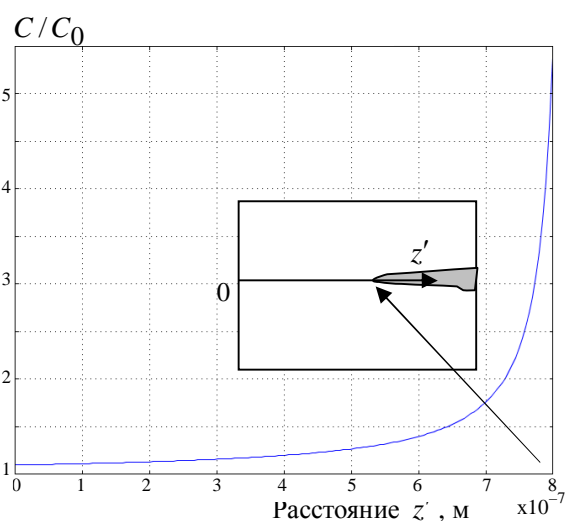


Рис. 8

ного изучения процессов в этой зоне необходимо привлечение теории наномерных диэлектрических систем, которая в настоящее время находится только на начальном этапе развития, например, [13,15].

**Заключение.** В работе предложен и количественно исследован механизм электрического транспорта полярных молекул воды в полиэтиленовой изоляции силового кабеля в области резко неоднородного электрического поля, существующего на острие водного триинга. Показано, что в этой области на полярные молекулы воды действуют электрические силы, направленные в область увеличения поля и способствующие их движению в зону острия. В силу электрокинетического механизма движения молекул на острие триингов возникает зона с повышенной влажностью, что может приводить к быстрому прорастанию триингов вглубь изоляции и, как следствие, к ускоренному старению полиэтиленовой изоляции силового кабеля.

Разработаны математическая модель и методика численного расчета методом конечных элементов неоднородного электрического поля на острие триинга и процесса электрического транспорта полярных молекул воды в этой зоне. Результаты компьютерного моделирования показывают, что зона с повышенной концентрацией молекул воды локализована на острие триинга и имеет характерный размер порядка 200 нм. При этом максимальная концентрация молекул в этой зоне в 5 раз превышает среднюю концентрацию молекул воды в основном объеме изоляции силового кабеля.

1. *Борисенко А.И., Тарапов И.Е.* Векторный анализ и начала тензорного исчисления. – М.: Высшая школа, 1966. – 252 с.
2. *Духин С.С., Дерягин Б.В.* Электрофорез. – М. Наука, 1976. – 550 с.
3. *Кучинский Г.С.* Частичные разряды в высоковольтных конструкциях. – Л.: Энергия, 1979.
4. *Лях В.В., Молчанов В.М., Судакова И.В., Павличенко В.П.* Кабельная линия напряжением 330 кВ – новый этап развития электрических сетей Украины // Электрические сети и системы. – 2009. – № 3. – С. 16–21.
5. *Мецанов Г.И., Шувалов М.Ю., Каменский М.К., Образцов Ю.В., Овсиенко В.Л.* Кабели на напряжение 10–500 кВ: состояние и перспективы развития (анализ, прогноз, исследования) // Кабели и провода. – 2008. – № 5 (312). – С. 32–38.
6. *Новости* от завода "Южкабель". Испытываются новые кабели // Кабели и провода. – 2009. – № 5 (312). – 26 с.
7. *Парселл Э.* Электричество и магнетизм. – М.: Наука, 1983. – 416 с.
8. *Шувалов М.Ю., Образцов Ю.В., Овсиенко В.Л., Удовіцкий П.Ю., Мнека А.С.* Развитие водных триингов в экструдированной кабельной изоляции как электрический эффект Ребиндера. Часть 1 // Кабели и провода. – 2006. – № 4 (299). – С. 14–19.
9. *Champion J.V., Dodd S.J.* // Journal Phys, D. – 1996. – Vol. 29. – Pp. 862–868.
10. *Champion J.V., Dodd S.J., Alison J.M.* // Journal Phys. D. – 1996. – Vol. 29. – Pp. 2689–2695.
11. *Dissado L.A., Fothergill J.C.* Electrical Degradation and Breakdown in Polymers. – Peter Peregrinus Ltd., London, United Kingdom, 1992. – 590 p.
12. *Ehara Y., Naoe M., Urano K. et al.* // IEEE Trans. Dielectrics El. – 1998. – Vol. 5. – Pp. 728–733.
13. *Green C., Vaughan A.* Nanodielectrics – How Much Do We Really Understand? // IEEE Electrical Insulation Magazine. – 2008. – V.24. – No.4. – Pp. 6–16.
14. *Handbook of Electrostatic Processes* / Ed. J. Chang, A.J.Kelly, J.M.Crowley. Marcel Dekker. – 1995. – 763 p.
15. *Nelson J.K.* The Promise of Dielectric Nanocomposites // Conference Record of the 2006 IEEE International Symposium on Electrical Insulation. – 2006. – Pp. 452–457.
16. *Pohl H.A.* Dielectrophoresis. – Cambridge University Press, 1978.
17. *Sletbak J.* A theory of water tree initiation and growth. IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems. PAS-98. – 1979. – No.4. – Pp. 1358–1365.
18. *Sletbak J.* The effect of service and test conditions on water tree growth. // IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems. PAS-102. – 1983. – No.7. – Pp. 2069–2076.
19. *Suwarno, Suzuoki Y. Komori F. et al.* Partial Discharges due to Electrical Treeing in Polymers // J. Phys. D. – 1996. – Vol. 29. – Pp. 2922–2931.
20. [www.comsol.com](http://www.comsol.com)

Надійшла 22.04.2010

Ю.М.Васецкий, докт.техн.наук, И.Л.Мазуренко, канд.техн.наук (Институт электродинамики НАН Украины, Киев)

## ПАРАМЕТРЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ И ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ ДЛЯ ПРИБЛИЖЕННЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА ЭЛЕКТРОПРОВОДНЫХ ЛЕНТ

*На основе анализа электромагнитных и тепловых процессов высокочастотного индукционного нагрева металлических лент определены безразмерные параметры, позволяющие разработать приближенные математические модели указанных процессов. Для тепловых процессов найдены условия, при которых можно считать, что распределение температуры по толщине ленты однородно, явления теплопроводности вдоль ее поверхности незначительные. На основе конкретных расчетов показана корректность предложенных моделей.*

*На основі аналізу електромагнітних і теплових процесів високочастотного індукційного нагрівання металевих смуг визначено безрозмірні параметри, які дозволяють розробити наближені математичні моделі зазначених процесів. Для теплових процесів знайдено умови, при яких можна вважати, що розподіл температури по товщині смуги однорідний, а явища теплопровідності вздовж її поверхні незначні. На основі конкретних розрахунків показано коректність запропонованих моделей.*

**Введение.** При использовании индукционного способа термической обработки металлических лент одной из основных задач является обеспечение определенного температурного режима нагрева ленты, перемещающейся в переменном электромагнитном поле индуктора [7]. Нахождение распределения температуры в металлической ленте связано с учетом совместного проявления тепловых и электромагнитных процессов в движущейся электропроводной среде с трехмерной структурой поля. Задача в вычислительном отношении значительно усложняется при необходимости поиска геометрии электромагнитной системы по условию, накладываемому на распределение поля или температуры ленты. Здесь оправданным оказывается использование приближенных асимптотических методов расчета, которые позволяют учесть наиболее существенные геометрические, электро- и теплофизические особенности электромагнитных систем.

В данной работе рассматривается высокочастотный индукционный нагрев электропроводных лент, поэтому принимается, что поле создается индуктором без сердечника, выполненным в виде катушечной рамки в общем случае пространственной конфигурации (рис. 1) [3,5]. Ранее в [3,8] с использованием метода асимптотического разложения для поля, созданного контуром с током над проводящим полупространством, были получены в аналитическом виде оценки геометрических параметров системы при условии равномерного распределения количества тепловой энергии, выделившейся в процессе движения ленты в поле индуктора. Вместе с тем, на распределение температуры

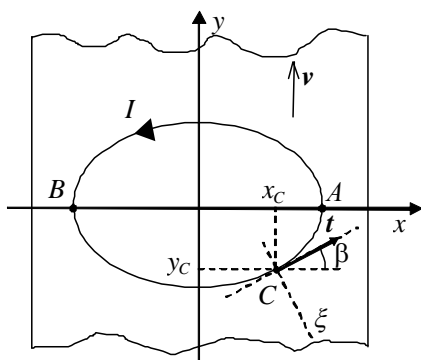


Рис. 1

помимо количества переданного тепла влияют такие факторы как теплопроводность и теплопередача с поверхности излучением. Только в случае незначительного влияния указанных факторов распределение температуры будет определяться величиной переданной тепловой энергии. В данной работе температура ленты считается относительно невысокой, что позволяет не учитывать теплопередачу излучением. Основной целью является анализ электромагнитных и теплофизических параметров электромагнитной системы высокочастотного индукционного нагрева металлических лент для определения возможности использования приближенных математических моделей. При этом помимо электромагнитных параметров основное внимание

уделяется условиям, позволяющим при разработке мате-матических моделей не учитывать явления теплопроводности.

**Математическая модель.** Считается, что переменное магнитное поле создается контуром с переменным током  $\dot{I}$ , расположенным над движущейся со скоростью  $\mathbf{v}$  плоской электропроводной лентой толщиной  $d$ , обладающей электропроводностью  $\gamma$  и относительной магнитной проницаемостью  $\mu$ , в которой вследствие протекания вихревых токов выделяется тепловая энергия.

При использовании высоких частот индуцированный ток вследствие поверхностного эффекта распределяется только в тонком поверхностном слое ленты и при выполнении условия

$$\varepsilon_1 = \frac{\delta}{d} = \frac{1}{d} \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \gamma}} \ll 1 \quad (\delta - \text{глубина проникновения поля, } \omega - \text{циклическая частота})$$

применима математическая модель индуктора в виде контура с током, расположенного над электропроводным полупространством [1].

Существенное упрощение математической модели может быть получено при выполнении условия малости параметра  $\varepsilon_2 = \frac{1}{h} \sqrt{\frac{\mu}{\omega \mu_0 \gamma}}$ , где  $h$  – расстояние от точек контура до поверхности раздела

сред. Для немагнитных сред условие малости  $\varepsilon_2$  совпадает с условием малости отношения глубины проникновения поля  $\delta$  к расстоянию  $h$ . Для сред с  $\mu \gg 1$  данное условие является более жестким. В квазистационарном случае решение для поля над электропроводной средой может быть записано в виде асимптотического ряда, члены которого представляют собой функции от поля линейного тока самого контура или его зеркального отражения от границы раздела сред [2]. С ростом частоты поля влияние старших членов ряда уменьшается и на практике достаточно ограничиться лишь несколькими первыми слагаемыми.

Дальнейшее упрощение расчетной модели связано с удаленностью области, в которой необходимо определять поле, от контура с током. В установках индукционного нагрева индуктор располагают вблизи поверхности металлической ленты и для области пространства вблизи проводника  $\varepsilon_3 = d_3/D \ll 1$ , где  $d_3$  – расстояние от точек области до проводника,  $D$  – характерный размер контура. В этом случае влиянием изгиба проводника можно пренебречь и считать ток направленным вдоль касательной  $t$  к контуру (рис. 1), а для описания электромагнитного поля использовать модель локально двумерного поля [4].

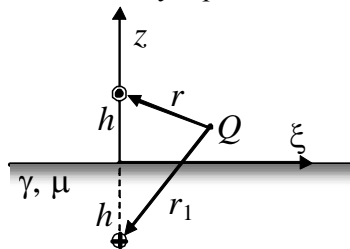


Рис. 2

Так как основной целью работы является оценка параметров нагрева, то для проведения анализа ограничимся первыми членами асимптотического разложения, определяемого по модели локально двумерного поля. Выражения для векторного потенциала  $\mathbf{A}$  и индукции магнитного поля  $\mathbf{B}$  в точке  $Q$  области над электропроводной средой (рис. 2) приближенно будут иметь вид:

$$\mathbf{A} = \frac{\mu_0 \dot{I} t}{2\pi} \left( \ln \frac{r_1}{r} + \frac{\mu}{ik} \frac{z+h}{r_1^2} \right),$$

(1)

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_\xi + \mathbf{B}_z = -\frac{\mu_0 \dot{I}}{2\pi} \left\{ \frac{(z+h)\mathbf{e}_\xi - \xi\mathbf{e}_z}{r_1^2} - \frac{(z-h)\mathbf{e}_\xi - \xi\mathbf{e}_z}{r^2} + \frac{2\mu}{ikr_1^4} \left[ (\xi^2 - (z+h)^2)\mathbf{e}_\xi + 2\xi(z+h)\mathbf{e}_z \right] \right\}. \quad (2)$$

Здесь  $r$  и  $r_1$  – соответственно расстояния от контура и его зеркального отражения до точки  $Q$ ,  $k = \sqrt{-i\omega\mu_0\mu\gamma}$  – волновой параметр среды,  $i$  – мнимая единица, координата  $\xi$  (рис. 1) отсчитывается в направлении, перпендикулярном к линии проекции контура на плоскую поверхность раздела сред,  $\mathbf{e}_\xi$  и  $\mathbf{e}_z$  – единичные векторы, причем,  $\mathbf{e}_\xi = \mathbf{t} \times \mathbf{e}_z / |\mathbf{t} \times \mathbf{e}_z|$ .

Плотность потока электромагнитной энергии  $p_z$  внутри металлической поверхности определяется действительной частью компоненты вектора Пойнтинга, нормальной к поверхности ленты

$$\mathbf{\Pi} = \mathbf{E} \times \bar{\mathbf{H}} = -\frac{i\omega}{\mu_0} \mathbf{A} \times \bar{\mathbf{B}}, \text{ взятого на поверхности раздела сред } z = 0:$$

$$p_z = \text{Re}(-\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{e}_z) = -\text{Re}\left(\frac{i\omega}{\mu_0} A_z \bar{B}_z\right),$$

(3)

где черта над соответствующей величиной обозначает операцию комплексного сопряжения.

Для первого члена разложения в ряд по параметру  $\varepsilon_2$  функции  $p_z(\xi, 0)$ , определяемой по модели локально двумерного поля, с учетом (1) и (2) найдем:

$$P_z = \frac{I^2 \zeta}{\pi^2 h^2} \cdot \frac{1}{(1 + \xi^2 / h^2)^2},$$

(4)

где  $\zeta = \sqrt{\omega \mu \mu_0 / 2\gamma}$  – модуль величины поверхностного импеданса.

Выражения (1), (2) и соответственно (4) получены в предположении отсутствия движения электропроводной среды в магнитном поле. Оценим правомерность такого допущения для процессов индукционного нагрева движущейся металлической ленты. Для этого сравним напряженность электрического поля на поверхности раздела сред  $z = 0$ , обусловленную переменным магнитным полем  $\mathbf{E} = -i\omega \mathbf{A}$ , где векторный потенциал определен в (1), и напряженность электрического поля, связанную с движением в магнитном поле  $\mathbf{E}_v = \mathbf{v} \times \mathbf{B}$ .

Оценку напряженностей полей выполним в случае, когда участок контура параллелен границе раздела сред. Тогда в соответствии с (1) вектор  $\mathbf{E}$  имеет только касательную к поверхности составляющую:

$$\mathbf{E}(z = 0) = E_t \mathbf{t} = -\frac{i\sqrt{2}\zeta}{\pi} \frac{h}{\xi^2 + h^2} e^{i\pi/4} \mathbf{t}.$$

(5)

Видно, что  $E_t$  принимает максимальное значение  $E_{t \max}$  непосредственно под контуром при  $\xi = 0$ .

Составляющая напряженности электрического поля  $\mathbf{E}_v$ , касательная к поверхности, с учетом (2) будет:

$$\mathbf{E}_v(z = 0) = \mathbf{v} \times \mathbf{e}_z B_z(z = 0) = -\mathbf{v} \times \mathbf{e}_z \frac{i2\sqrt{2}\zeta}{\pi\omega} \frac{\xi h}{(\xi^2 + h^2)^2} e^{-i\pi/4}.$$

(6)

Из последнего выражения видно, что непосредственно под проводником контура  $\mathbf{E}_v(\xi, z = 0) = 0$ . Напряженность электрического поля, обусловленная движением электропроводной среды в магнитном поле, достигает максимального значения  $E_{v \max}$  в точке  $\xi_{\max} = h/\sqrt{3}$ , где оно называется равным

$$\mathbf{E}_{v \max} = -\mathbf{v} \times \mathbf{e}_z \frac{i\zeta}{\pi\omega h^2} \frac{9\sqrt{2}}{8\sqrt{3}} e^{-i\pi/4}.$$

(7)

Для сравнения напряженностей полей введем параметр, равный их отношению:

$$\varepsilon_v = \frac{|E_v|}{|E|} = \frac{9}{8\sqrt{3}} \frac{v}{\omega h}.$$

(8)

В случае, если  $\varepsilon_v \ll 1$ , распределение электромагнитного поля и индуцированных токов в рассматриваемой системе будут такими же, как и при скорости  $v = 0$ . Так, например, при  $v \sim 1$  м/с,

$h \sim 3$  см, характерных для индукционных установок термической обработки металлических лент, уже для частот  $\omega \geq 2\pi \cdot 50$  расчет электромагнитных полей может проводиться без учета движения лент. В отношении выражения (8) для параметра  $\varepsilon_v$  необходимо отметить, что оно получено с использованием формул (1) и (2), где уже предполагается условие малости другого параметра  $\varepsilon_2$ , что имеет место для достаточно больших частот поля.

**Оценка основных параметров процесса нагрева.** *Выравнивание температуры по толщине металлической ленты.* Характерным размером в поперечном к ленте направлении, в пределах которого происходит передача электромагнитной энергии в металл, является глубина проникновения поля  $\delta$ , которая для высокочастотного способа нагрева обычно значительно меньше толщины ленты. Выделившееся тепло затем распространяется за счет теплопроводности вглубь металлического листа. Если этот процесс протекает достаточно быстро, то через определенное время по толщине листа установится одинаковая температура. Сравним характерное время установления температуры по толщине  $\tau_d$  с характерным временем нагрева ленты  $\tau_p$ . Это необходимо для того, чтобы определить, в каких случаях нужно учитывать совместно процессы выравнивания температуры и тепловыделения, а когда эти задачи можно разделить.

Из (4) видно, что характерным размером, в пределах которого происходит передача электромагнитной энергии в металл, является высота  $h$  расположения элемента контура над поверхностью раздела сред. Так как в реальных условиях толщина ленты  $d$  значительно меньше высоты  $h$ , то для оценки времени  $\tau_d$  можно рассматривать одномерную задачу распространения тепла, выделившегося в тонком поверхностном слое внутрь полупространства. Температура в произвольной точке среды определяется из выражения [6]:

$$T(z, t) = \frac{Q}{c\rho\sqrt{\pi at}} e^{-\frac{z^2}{4at}}, \quad z \leq 0, \quad (9)$$

где  $Q$  – поверхностная плотность выделившегося количества тепла,  $a = \lambda/c\rho$  – температуропроводность, определяемая через  $c$  – удельную теплоемкость,  $\rho$  – плотность среды,  $t$  – время. Если через определенное время температура данного элемента листа металла станет однородной по толщине, то при отсутствии теплоотдачи она окажется равной

$$T_\infty = Q/c\rho d.$$

(10)

В качестве оценки времени  $\tau_d$  установления однородной температуры примем время, через которое в (9) на границе  $z = 0$  температура примет значение  $T_\infty$ , то есть  $T(0, \tau_d) = T_\infty$ . Отсюда оценка времени установления температуры будет

$$\tau_d \sim c\rho d^2/\pi\lambda.$$

(11)

В качестве времени нагрева листа  $\tau_p$  может быть выбрано характерное время прохождения участка металлической ленты под элементом проводника. Судить о том, успевает ли установиться однородная температура в процессе нагрева, можно по величине отношения:

$$\varepsilon_d = \tau_d/\tau_p = \begin{cases} c\rho d^2 v \cos \beta / \pi \lambda h, & \text{вдали от краев (точки C)} \\ c\rho d^2 v / \pi \lambda D, & \text{вблизи точек A и B} \end{cases}. \quad (12)$$

В табл. 1 приведены значения  $\varepsilon_d$  для лент толщинами  $d = 10^{-3}$  м и  $d = 3 \cdot 10^{-3}$  м (перед наклонной чертой и после нее даны значения, соответствующие верхнему и нижнему выражениям в (12)). Выбраны следующие значения размеров индуктора и скорости, характерные для индукционного способа нагрева:  $D = 0,2$  м,  $h = 3 \cdot 10^{-2}$  м,  $\cos \beta = 1$ ,  $v = 10^{-1}$  м/с. Даны значения параметра  $\varepsilon_d$  при нагреве лент из следующих материалов:

алюминия ( $c = 8,8 \cdot 10^2$  Дж/кг·К,  $\rho = 2,7 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $\lambda = 2,1 \cdot 10^2$  Вт/м·К); латуни ( $c = 3,8 \cdot 10^2$  Дж/кг·К,

$\rho = 8,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ ,  $\lambda = 85,5 \text{ Вт/м}\cdot\text{К}$ ); стали ( $c = 4,6 \cdot 10^2 \text{ Дж/кг}\cdot\text{К}$ ,  $\rho = 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ ,  $\lambda = 45,4 \text{ Вт/м}\cdot\text{К}$ ).

**Таблица 1**

Толщина $d$ , м	Алюминий	Латунь	Сталь
$10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-2} / 1,8 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-2} / 6 \cdot 10^{-3}$	$8,4 \cdot 10^{-2} / 2 \cdot 10^{-3}$
$3 \cdot 10^{-3}$	$0,11 / 1,6 \cdot 10^{-2}$	$0,36 / 5,5 \cdot 10^{-2}$	$0,75 / 1,1 \cdot 10^{-1}$

Из представленных данных видно, что практически всегда температура по толщине становится однородной уже во время прохождения ленты под соответствующими участками контура. Для толстых лент, движущихся достаточно быстро (нагрев должен осуществляться индукторами большой мощности), температура становится однородной за время прохождения листа металла под всем контуром.

Исходя из выполненной оценки, в математических моделях индукционного нагрева температура металлических лент может быть принята везде однородной по толщине за исключением участков, проходящих в данный момент времени под контуром с током.

*Теплопередача теплопроводностью вдоль поверхности металлической ленты.* При прохождении элемента металлической ленты под проводником в металл вводится тепловая энергия, которая затем переносится движением в направлении скорости перемещения ленты. С другой стороны, температура ленты непосредственно под контуром резко возрастает, и из-за возникшего градиента температуры появляются потоки тепла, обусловленные теплопроводностью. В данном случае задачей является сравнение двух процессов теплопередачи: теплопроводностью и переносом тепла движением среды. Параметры процессов теплопередачи оказываются различными для участков ленты, проходящих под контуром в промежуточных точках  $C$  и  $y$  краев контура вблизи точек  $A$  и  $B$  (рис. 1). Поэтому рассмотрим эти участки отдельно.

а). Теплопередача вблизи промежуточных точек контура. Оценку выполним для случая, когда градиент температуры, а значит и тепловой поток, максимальные, а именно в точке  $C$ , для которой проводник ориентирован перпендикулярно вектору скорости,  $\beta = 0$ . Будем предполагать, что тепловой поток вследствие теплопроводности мал по сравнению с тепловым потоком, обусловленным движением нагретых элементов ленты.

За время перемещения под контуром элементу объема ленты  $\Delta V = \Delta x \Delta y d$ , достигшему координаты  $y$ , передается энергия, равная [3]

$$\Delta W(y) = \Delta x \Delta y / v \int_{-\infty}^y p_z(\xi, h) d\xi. \quad (13)$$

Эта тепловая энергия приводит к росту температуры:

$$\Delta W(y) = c \rho \Delta x \Delta y d (T(y) - T_0), \quad (14)$$

где  $T_0$  – температура перед нагревом. Приравнявая (13) и (14), найдем

$$T(y) - T_0 = \frac{1}{c \rho dv} \int_{-\infty}^y p_z(\xi, h) d\xi. \quad (15)$$

Наличие градиента температуры и движения среды обуславливают соответствующие тепловые потоки. Рис. 3 качественно иллюстрирует направления потоков тепловой энергии, связанной с теплопроводностью  $U_1$  и переносом тепла движением среды  $U_{v1}$ .

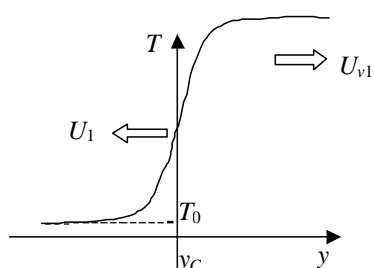


Рис. 3.

Поток тепла вследствие теплопроводности, направленный в сторону, обратную движению, будет

$$U_1(\xi) = -\lambda \frac{dT}{dy} \Delta x d = -\frac{\lambda \Delta x}{c \rho v} p_z(\xi, h). \quad (16)$$

Непосредственно под контуром при  $\xi = 0$  достигается максимальное значение  $U_{1\max} = U_1(0)$ .



Сравним  $U_{1\max}$  с максимальным потоком тепла, переносимого движением нагретого металла:

$$U_{v1} = c\rho v\Delta x d(T(\infty) - T_0), \quad (17)$$

где  $(T(\infty) - T_0)$  определяется по (15) при  $y \rightarrow \infty$  и поэтому

$$U_{v1} = \Delta x \int_{-\infty}^{\infty} p_z(\xi, h) d\xi.$$

(18)

Для характеристики теплопередачи теплопроводностью в направлении вдоль вектора скорости по сравнению с теплопередачей движением введем следующий параметр:

$$\varepsilon_{L1} = \frac{U_{1\max}}{U_{v1}} = \frac{\lambda}{c\rho v} \cdot \frac{p_z(0, h)}{\int_{-\infty}^{\infty} p_z(\xi, h) d\xi}.$$

(19)

Подставляя значение  $p_z(\xi, h)$  из (4) и проведя вычисления, найдем окончательное выражение для  $\varepsilon_{L1}$

$$\varepsilon_{L1} = 2\lambda/\pi c\rho h v.$$

(20)

Для лент из алюминия, латуни и стали при  $h = 3 \cdot 10^{-2}$  м и скорости движения  $v = 10^{-1}$  м/с значения параметра  $\varepsilon_{L1}$  приведены в таблице 2.

**Таблица 2**

	алюминий	латунь	сталь
$\varepsilon_{L1}$	$1,9 \cdot 10^{-2}$	$5,6 \cdot 10^{-3}$	$2,7 \cdot 10^{-3}$
$\varepsilon_{L2}$	$2,6 \cdot 10^{-1}$	$7,6 \cdot 10^{-2}$	$3,6 \cdot 10^{-2}$

Из таблицы видно, что во всех случаях и даже при скорости в несколько см/с за счет скачка температуры в области проводника контура теплопередачей теплопроводности можно пренебречь по сравнению с переносом тепла за счет движения нагретого металла.

б). Теплопередача вблизи краев контура. Вблизи краев контура с наружной его части градиент температуры направлен перпендикулярно движению нагреваемого металла. Ввод тепла происходит на достаточно протяженном участке. Для проведения оценок будем считать, что тепло подводится равномерно на протяжении участка, равного характерному размеру контура  $D$ .

Количество тепла, поступившего в участок ленты малой длины  $\Delta y$  шириной  $2\xi$ , будет

$$\Delta W_{v2} = \int_{-\xi}^{\xi} p_z(\xi, h) \Delta y \Delta t d\xi,$$

(21)

где  $\Delta t = D/v$  – время нагрева участка.

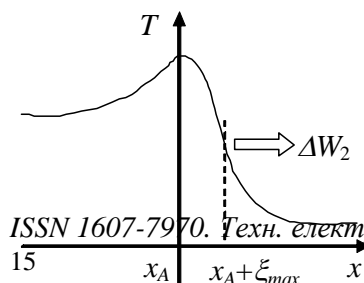
Количество тепла, отданного теплопроводностью с боковой поверхности участка, будет

$$\Delta W_2 = - \int_{-D/2v}^{D/2v} \lambda \frac{\partial T(\xi, y)}{\partial \xi} d\Delta y dt = - \frac{\lambda d \Delta y}{v} \int_{-D/2}^{D/2} \frac{\partial T(\xi, y)}{\partial \xi} dy.$$

(22)

На рис. 4 показано направление потока тепловой энергии, связанного с теплопроводностью. Учтен поток тепла только со стороны, внешней по отношению к контуру. Это обусловлено тем, что в практике термической обработки металлических лент конфигурация контура выбирается такой, чтобы обеспечить наиболее однородное по ширине распределение температуры. Удаленные от края контура участки обеспечивают несимметричное распределение температуры. Результирующее распределение с учетом тепловыделений вблизи края показано на рис. 4.

Для оценки градиента температуры будем полагать, что в пределах длины  $D$  края контура тепло равномерно поступает в



выделенный элемент объема. Поэтому, предполагая, что  $\Delta W_{v2}$  мало по сравнению с  $\Delta W_2$ , температура линейно растет по мере перемещения вдоль координаты  $y$ :

$$T(\xi, y) - T_0 = \frac{p_z(\xi, h)}{c\rho v} y, \quad \xi \geq 0. \quad (23)$$

Подставляя (23) в (22), запишем

$$\Delta W_2 = \frac{\lambda}{c\rho} \cdot \frac{\Delta y D^2}{2v^2} \cdot \frac{\partial(p_z(\xi, h))}{\partial \xi}. \quad (24)$$

Отношение поступившей энергии в элементы ленты шириной  $2\xi$  к отданной энергии вследствие теплопроводности будет

$$\frac{\Delta W_2}{\Delta W_{v2}} = \frac{D}{2v} \cdot \frac{\lambda}{c\rho} \cdot \frac{\frac{\partial(p_z(\xi, h))}{\partial \xi}}{\int_{-\xi}^{\xi} p_z(\xi, h) d\xi}. \quad (25)$$

С учетом (4) последний множитель в (25) после выполнения дифференцирования и интегрирования примет вид

$$F(\chi) = \frac{\partial(p_z(\xi, h))}{\partial \xi} \bigg/ \int_{-\xi}^{\xi} p_z(\xi, h) d\xi = \frac{16\chi}{h^2(1+\chi^2)^2 \cdot [\chi + (1+\chi^2)\text{arctg}(\chi)]}, \quad (26)$$

где  $\chi = \xi/h$ .

Как видно из (26), отношение энергий зависит от ширины выделенного участка. Наибольшая величина  $\Delta W_{2\max}$  будет при таком  $\chi = \chi_{\max}$ , где производная температуры по  $\xi$  имеет максимальное значение, что соответствует максимальному значению производной  $\partial(p_z(\xi, h))/\partial \xi$ . Учитывая (4), найдем  $\chi_{\max} = 1/\sqrt{5}$ . В этой точке выражение (26) принимает конкретное значение равное  $F(\chi_{\max}) = 2,6$ .

Безразмерный параметр  $\varepsilon_{L2}$ , равный отношению тепловой энергии  $W_{2\max}$ , отдаваемой участком проводящей среды, который перемещается вблизи края контура, к энергии  $W_{v2}$ , поступающей в этот участок, с учетом (25) оказывается

$$\varepsilon_{L2} = \frac{W_{2\max}}{W_{v2}} = 1,3 \cdot \frac{\lambda}{c\rho} \cdot \frac{D}{vh^2}. \quad (27)$$

В табл. 2 представлены значения  $\varepsilon_{L2}$  для прежних параметров нагрева. Видно, что в большинстве случаев теплоотдача теплопроводностью вблизи краев остается незначительной по сравнению с теплопритоком, обусловленным джоулевой диссипацией электромагнитной энергии. Только при относительно небольших скоростях тепловые потоки могут оказаться сравнимыми, особенно для материалов с высоким значением температуропроводности (алюминий, медь и др.).

**Заключение.** На основании выполненных оценок основных параметров нагрева движущихся металлических лент в переменном высокочастотном поле безжелезных индукторов вытекают следующие положения, которые могут быть использованы при разработке математических моделей рассматриваемых процессов:

1). По толщине в любой точке металлических лент вне области непосредственно под контуром с током температуру можно считать однородной.

2). В направлениях вдоль поверхности нагреваемой металлической ленты теплопередача за счет теплопроводности пренебрежимо мала по сравнению с теплопереносом, обусловленным движением среды и теплопритоком за счет джоулевой диссипации электромагнитной энергии. В этом смысле процесс

нагрева можно назвать адиабатическим нагревом тонких металлических лент. Температура в любой точке движущейся ленты (с ограничениями, приведенными в предыдущем пункте) будет

$$T(x) = P(x, y) / c\rho v d, \quad (28)$$

где  $P(x, y) = \int_{-\infty}^y p_z(\xi, h) d\xi$  – линейная плотность потока выделившейся тепловой энергии.

Сделанные выводы иллюстрируются ниже сравнением результатов расчета температуры латунной ленты, проведенного в предположении адиабатического нагрева и с учетом теплопроводности. Лента толщиной  $d = 3 \cdot 10^{-3}$  м и шириной 0,6 м нагревается, проходя под плоским круглым контуром радиуса  $a = 0,25$  м. Расстояние между контуром и латунной лентой  $h = 0,04$  м. По контуру протекает ток частотой  $f = 10^4$  Гц. Расчеты проведены для двух значений скорости ленты:  $v = 0,25$  м/с и  $v = 0,01$  м/с. При выбранных исходных данных параметры  $\varepsilon_d, \varepsilon_{L1}$  и  $\varepsilon_{L2}$  имеют значения, приведенные в таблице 3.

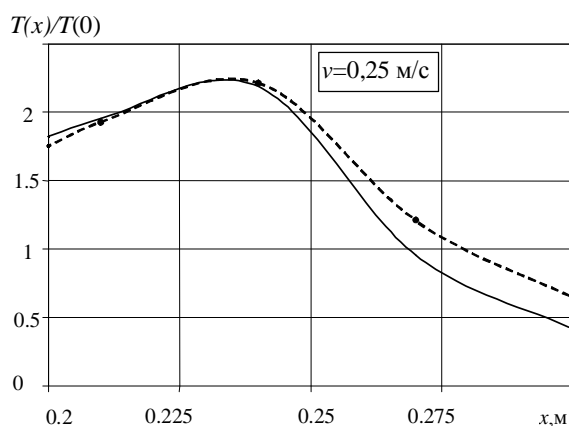
**Таблица 3**

$v, \text{ м/с}$	$\varepsilon_d$	$\varepsilon_{L1}$	$\varepsilon_{L2}$
0,25	0,68 / $5,4 \cdot 10^{-2}$	$1,7 \cdot 10^{-3}$	$4,3 \cdot 10^{-2}$
0,01	$2,7 \cdot 10^{-2}$ / $2,2 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-2}$	1,1

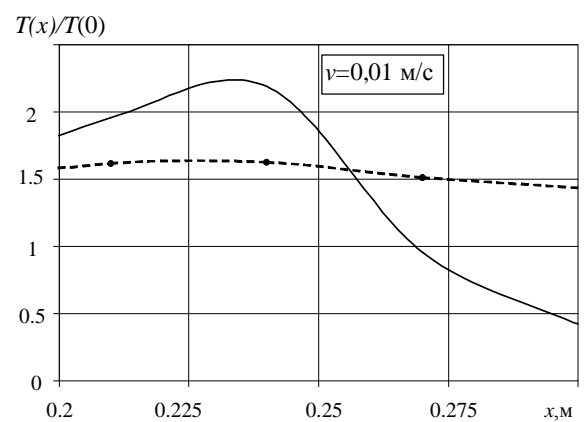
Видно, что во всех случаях температура по толщине ленты успевает выровняться за время прохождения участков ленты под контуром с

током. Исключение составляет значение для промежуточных точек контура в случае, когда  $\varepsilon_d = 0,68$ . Однако, и при этом значении температура выравнивается уже за время перемещения ленты на расстояние в несколько раз превышающее  $h$  и все еще значительно меньшее, чем время прохождения под всем контуром. Из данных таблицы также следует, что вдоль поверхности ленты для скорости  $v = 0,25$  м/с процесс является адиабатическим. В то же время для скорости ленты  $v = 0,01$  м/с (обычно скорости лент в технологических процессах значительно больше этого значения) процесс нельзя считать адиабатическим, и при нахождении распределения температуры необходимо учитывать теплопроводность ленты.

Сделанные заключения подтверждаются конкретными расчетами распределения температуры по ширине ленты на расстоянии 0,5 м от центра кругового контура. На рис. 5 и 6 сплошные кривые соответствуют результатам, полученным с использованием асимптотического метода расчета [2] в предположении адиабатического нагрева. Пунктирные кривые соответствуют данным совместного решения электромагнитной и тепловой задач, полученные методом, в котором не накладывались ограничения на параметры нагрева [5] (данные предоставлены И.П.Кондратенко).



**Рис. 5**



**Рис. 6**

Видно, что при скорости ленты  $v = 0,25$  м/с результаты двух подходов удовлетворительно

согласуются друг с другом и в этом случае действительно выполняется условие адиабатического нагрева. Некоторое различие в области за контуром обусловлено расхождением в результатах расчета плотности потока электромагнитной энергии указанными способами, а не пренебрежением теплопроводностью.

Для скорости ленты  $v = 0,01$  м/с, как это следует и из оценок параметров и из результатов конкретного расчета (рис. 6), нагрев нельзя считать адиабатическим процессом. Явление теплопроводности приводит к существенному выравниванию температуры нагреваемой металлической ленты. Расчет в этом случае необходимо проводить с учетом совместного влияния нагрева индуцированными токами и теплопередачи, связанной с теплопроводностью и движением среды.

1. *Васецкий Ю.М., Городжа Л.В., Мазуренко И.Л.* Оценка параметров для приближенных математических моделей электромагнитных систем с вихревыми токами // Техн. електродинаміка. Тем. вип. "Проблеми сучасної електротехніки". – 2006. – Ч. 2. – С. 7–12.

2. *Васецкий Ю.М., Городжа Л.В., Мазуренко И.Л.* Приближенная модель для расчета переменного магнитного поля произвольного контура с учетом вихревых токов в проводящем полупространстве // Техн. електродинаміка. Тем. вип. "Моделювання електронних, енергетичних та технологічних систем". – 1999. – Ч. 1. – С. 88–93.

3. *Васецкий Ю.М., Мазуренко И.Л.* Геометрические параметры электромагнитных систем для высокочастотного индукционного нагрева металлических лент // Техн. електродинаміка. – 2009. – № 5. – С. 9–15.

4. *Васецкий Ю.М., Мазуренко И.Л.* Приближенный способ расчета электромагнитного поля вблизи токового контура, расположенного над проводящим полупространством // Електротехніка і електроенергетика. – 2000. – № 2. – С. 85–89.

5. *Виштак Т.В., Кондратенко И.П., Ращепкин А.П.* Индукционный нагрев полосы токовыми контурами канонической формы // Техн. електродинаміка. – 2003. – № 1. – С. 63–68.

6. *Карташов Э.М.* Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. – М.: Высшая школа, 1985. – 479 с.

7. *Rudnev V., Cook R., Loveless D., Black M.* Induction heat treatment. – Marcel Dekker Inc., 1997. – 872 p.

8. *Vasetsky Y., Mazurenko I.* Parameters of electromagnetic systems with eddy currents for using in approximate mathematical models // Proceedings of the VII Intern. Workshop: Computation Problems of Electrical Engineering. Odessa, August 27-30, 2006. – Pp. 190–193.

Надійшла

23.03.2010

**М.И.Баранов**, докт. техн. наук (НИПКИ «Молния» Нац. техн. ун-та «ХПИ», Харьков)

## **ПРИБЛИЖЕННЫЙ РАСЧЕТ МАКСИМАЛЬНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ПЛАЗМЫ В СИЛЬНОТОЧНОМ КАНАЛЕ ИСКРОВОГО РАЗРЯДА ВЫСОКОВОЛЬТНОГО ВОЗДУШНОГО КОММУТАТОРА АТМОСФЕРНОГО ДАВЛЕНИЯ**

*Приведены соотношения для расчетной оценки максимальной электронной температуры  $T_{me}$  в плазменном канале искрового разряда между электродами высоковольтного сильноточного воздушного коммутатора атмосферного давления. Показано, что полученные результаты расчета температуры  $T_{me}$  согласуются с известными экспериментальными данными для ее прямых измерений в низкотемпературной плазме сильноточных искровых разрядов, происходящих в воздушных разрядных промежутках высоковольтных коммутаторов с металлическими электродами.*

*Наведено співвідношення для розрахункової оцінки максимальної електронної температури  $T_{me}$  у плазмовому каналі іскрового розряду між електродами високовольтного сильнострумного повітряного комутатора атмосферного тиску. Показано, що отримані результати розрахунку температури  $T_{me}$  узгоджуються з відомими експериментальними даними для її прямих вимірів у низькотемпературній плазмі сильнострумних іскрових розрядів, які відбуваються в повітряних розрядних проміжках високовольтних комутаторів з металевими електродами.*

**Введение.** Высоковольтные искровые газовые (воздушные) коммутаторы широко используются в сильноточных электрических цепях мощных электрофизических установок (ЭФУ) с емкостными (индуктивными) накопителями энергии, применяемых для получения больших импульсных токов (БИТ), сильных электрических и магнитных полей, которые находят практическое использование в различных научных и технологических целях [2,6,7,15]. Образующаяся при искровом разряде в изоляционных разрядных промежутках таких коммутаторов низкотемпературная плазма приводит к активной электрической эрозии их электродов [4,10]. Для рационального выбора в рабочих электроразрядных промежутках высоковольтных сильноточных искровых коммутаторов (ВСИК) повышенного или атмосферного давления газа материала их основных и управляющих (поджигающих) электродов и определения режима работы ВСИК необходимо знать возникающие уровни температуры в плазменных каналах искровых разрядов указанных коммутаторов. Опытное измерение температуры плазмы в каналах импульсных сильноточных искровых разрядов ВСИК при всей своей сложности и трудоемкости, как правило, сопряжено с внесением дополнительных немалых погрешностей в ее определение [9,11]. Имеющиеся согласно [3,9] в области высоковольтной импульсной техники, электро- и теплофизики приближенные расчетные соотношения применимы для оценки температуры «металлической» плазмы, возникающей в межэлектродных промежутках при электрическом взрыве в их газовых и жидких средах тонких металлических проводников, включенных в разрядную электрическую цепь мощной электрофизической установки ЭФУ. Поэтому определенный научный и практический интерес представляет электрофизическая задача, связанная с расчетной оценкой температуры плазмы в разрядных газовых промежутках ВСИК, использующих чисто металлические или металлокерамические электроды различных геометрических форм, и опытная проверка полученных результатов.

Целью статьи является получение соотношений для приближенного расчета максимальной температуры плазмы в сильноточном канале искрового разряда, возникающего в рабочем воздушном промежутке между металлическими электродами ВСИК атмосферного давления.

**Постановка задачи исследования.** Рассмотрим включенный в разрядную электрическую цепь высоковольтной ЭФУ с мощным емкостным накопителем энергии (ЕНЭ) воздушный ВСИК атмосферного давления. Ограничимся рассмотрением случая, когда воздушная среда до срабатывания коммутатора и возникновения в нем сильноточного искрового разряда находится при нормальных условиях (давление воздуха составляет  $1,013 \cdot 10^5$  Па, а его температура равна  $0^\circ\text{C}$  [12]). Считаем, что данный ВСИК содержит два основных массивных металлических электрода 1 и 2, выполненных из

однородного материала и являющихся соответственно анодом и катодом в двухэлектродном воздушном разрядном промежутке коммутатора (рис. 1). Полагаем, что при электрическом пробое в ВСИК воздушного промежутка длиной  $l_k$  (например, за счет его поджига путем подачи на управляющий электрод высоковольтного импульса напряжения [15]) через электроды коммутатора протекает БИТ с амплитудно-временными параметрами (АВП), характерными для колебательного разряда ЕНЭ на активно-индуктивную нагрузку. Пусть замыкающий металлические электроды ВСИК проводящий сильноточный плазменный канал 3 воздушного искрового разряда имеет в соответствии с рис. 1 форму цилиндра длиной  $l_k$  с максимальным радиусом, равным  $r_m$ . Считаем, что для плазмы искрового разряда между электродами воздушного ВСИК атмосферного давления выполняется условие ее неизотермичности, при котором в ней максимальная температура носителей электронного тока  $T_{me}$  превышает максимальную температуру носителей ионного тока  $T_{mi}$  ( $T_{me} > T_{mi}$ ) [12]. Поэтому ниже остановимся на определении максимальной электронной температуры  $T_{me}$  в плазменном канале искрового разряда ВСИК. Принимаем, что при наличии в ВСИК указанного канала искрового разряда катоду коммутатора соответствует приэлектродное падение напряжения  $U_k$ , а аноду – приэлектродное падение напряжения  $U_a$ . Допускаем, что значения напряжений  $U_k$  и  $U_a$  незначительно отличаются друг от друга ( $U_k \approx U_a$ ), не зависят от АВП протекающего через электроды коммутатора разрядного тока ЭФУ и целиком определяются видом материала электродов воздушного ВСИК [1]. Используем приближение одинаковости по круговому поперечному сечению канала разряда плотности затухающего синусоидального тока разрядной цепи ЭФУ, принимающей максимальное амплитудное значение, равное  $\delta_m$ . Изменением значений  $\delta_m$  вблизи рабочих поверхностей катода и анода в воздушном разрядном промежутке ВСИК пренебрегаем [8]. Требуется с учетом принятых допущений выполнить приближенную расчетную оценку максимальной температуры  $T_{me}$  плазмы в канале искрового разряда рассматриваемого ВСИК.

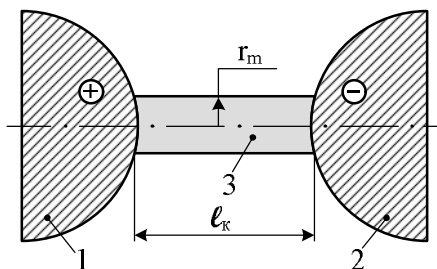


Рис. 1

**Основные расчетные соотношения.** На основании закона Стефана-Больцмана для максимальной плотности теплового потока  $q_{mk}$ , действующего со стороны сильноточного плазменного канала искрового разряда на металлические электроды ВСИК, запишем следующее аналитическое соотношение [12]:

$$q_{mk} = \pi^{-1} \sigma_c T_{me}^4, \quad (1)$$

где  $\sigma_c = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot (\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)^{-1}$  – постоянная Стефана-Больцмана.

Из (1) для искомой электронной температуры  $T_{me}$  получаем следующее выражение:

$$T_{me} = \sqrt[4]{\pi \sigma_c^{-1} q_{mk}}. \quad (2)$$

Из (2) видно, что нахождение значений температуры  $T_{me}$  сводится к определению величины  $q_{mk}$  в плазменном канале искрового разряда между электродами коммутатора, которую находим из следующего соотношения [8]:

$$q_{mk} = \delta_m \cdot U_a. \quad (3)$$

Для определения в (3) величины максимальной плотности тока  $\delta_m$  в плазменном канале искрового разряда используем расчетную формулу, имеющую вид

$$\delta_m = I_m / (\pi r_m^2), \quad (4)$$

где  $I_m$  – максимальное значение амплитуды колебательного тока в разрядной цепи ЭФУ с ЕНЭ.

При оценке в системе СИ значений максимального радиуса  $r_m$  воспользуемся формулой Брагинского [13]:

$$r_m = 0,093 (I_m)^{1/3} (t_m)^{1/2}, \quad (5)$$

где  $t_m$  – время, соответствующее первой (наибольшей) амплитуде  $I_m$  затухающего синусоидального тока ЕНЭ в разрядной цепи ЭФУ.

Тогда из (2)–(5) в окончательном виде для максимальной электронной температуры  $T_{me}$  в принятом приближении находим

$$T_{me} = 3,28 \sqrt[4]{\frac{I_m^{1/3} U_a}{\sigma_c t_m}}. \quad (6)$$

Из анализа полученной формулы (6) для расчетной оценки значений  $T_{me}$  следует, что при одинаковых величинах амплитуд коммутируемого тока  $I_m$  для воздушного ВСИК наибольшие электронные температуры плазмы в его искровом разрядном промежутке будут наблюдаться при наименьших значениях времени  $t_m$ . В этой связи для достижения рекордных электронных температур  $T_{me}$  в плазменных искровых каналах ВСИК, используемых в ряде случаев в качестве активной электроразрядной среды рабочих камер специальных электротехнологических установок [7,9,14], следует использовать «быстрые» генераторы БИТ, формирующие сверхвысокочастотные импульсы тока с малыми значениями  $t_m$ . Что касается численных значений приэлектродного напряжения  $U_a \approx U_k$  в (6), то для основных проводниковых материалов, применяемых в газоразрядных электродных системах ВСИК, они изменяются в достаточно узком диапазоне, составляющем примерно 5–10 В [1,8]. Поэтому согласно (6) основными электрическими параметрами, определяющими значения электронной температуры  $T_{me}$  плазмы в разрядных воздушных промежутках ВСИК, будут значения протекающей через них амплитуды разрядного импульсного тока  $I_m$  и длительности четверти первой токовой волны  $t_m$ . Причем, чем больше значение тока  $I_m$  и одновременно меньше значение времени  $t_m$ , тем будет выше достигаемая электронная температура  $T_{me}$ .

**Пример расчета электронной температуры  $T_{me}$  плазмы в коммутаторе.** Остановимся на реальной конструкции воздушного сильноточного коммутатора атмосферного давления на номинальное напряжение  $\pm 50$  кВ типа ТКВР-50 [6], содержащего массивные стальные основные полусферические электроды диаметром 123 мм (выполнены из стали марки Ст.3,  $l_k = 15$  мм) и предназначенного для коммутации в составе мощного генератора тока искусственной молнии БИТ микросекундного временного диапазона [5]. Согласно [1] для стальных электродов выбранного высоковольтного воздушного коммутатора  $U_a = 6,1$  В. На рис. 2 показана осциллограмма разрядного затухающего синусоидального тока мощного ЕНЭ, прошедшего через ВСИК типа ТКВР-50 (масштаб по вертикали – 56,3 кА/клетка; масштаб по горизонтали – 50 мкс/клетка) [6]. В соответствии с приведенной осциллограммой импульсного тока с первой полуволной отрицательной полярности, его АВП по модулю были равными:  $I_m = 212$  кА;  $t_m = 34$  мкс; полная длительность импульса тока  $\tau_{II} = 500$  мкс; количество протекшего в токовом импульсе электрического заряда  $q_c = 9,21$  Кл. Выполненные при этом на осно-

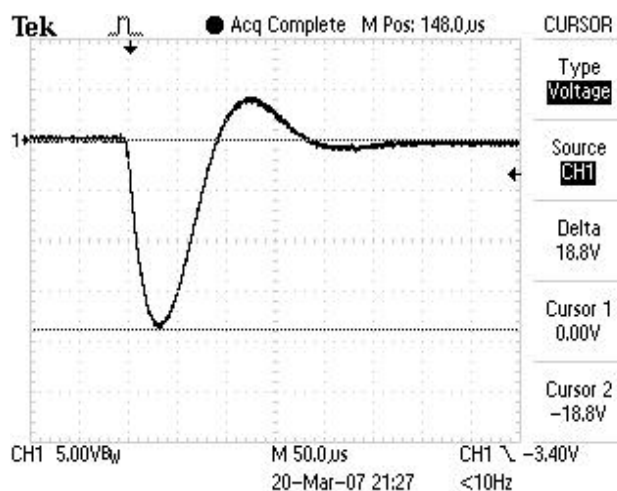


Рис. 2

вании выражений (3)–(5) расчетные оценки радиуса канала разряда  $r_m$ , плотности тока  $\delta_m$  и плотности теплового потока  $q_{mk}$  в воздушном разрядном промежутке указанного сильноточного коммутатора показывают, что в данном случае для коммутатора типа ТКВР-50 они принимают следующие численные значения:  $r_m = 32,31$  мм;  $\delta_m = 6,46 \cdot 10^7$  А/м<sup>2</sup>;  $q_{mk} = 3,94 \cdot 10^8$  Вт/м<sup>2</sup>.

Подставив указанные выше численные значения  $U_a$ ,  $I_m$  и  $t_m$  в расчетную формулу (6), для температуры  $T_{me}$  получаем численное значение, равное  $12,15 \cdot 10^3$  К. Заметим, что данное расчетное значение удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными для  $T_{me}$ , пред-

ставленными для мощных воздушных искровых разрядов в [3,9,11,15] и составляющими для принятых условий в разрядном контуре ЕНЭ около  $10 \cdot 10^3$  К. Выполненные автором с помощью высоковольтного воздушного коммутатора типа ТКВР-50 [6] и генератора тока искусственной молнии [5] эксперименты, связанные с опытным определением результатов воздействия сильноточного плазменного канала искрового разряда на его массивные стальные электроды, подтвердили правомерность использования для БИТ микросекундного временного диапазона расчетной формулы (5) при оценке радиуса  $r_m$  искрового канала в электроразрядном промежутке коммутатора. В данных экспериментах величина  $r_m$  соответствовала максимальному радиусу  $r_{\Pi}$  зоны привязки плазменного канала на наружных поверхностях стальных полусферических электродов коммутатора типа ТКВР-50, численно составляющему для указанных условий ( $U_a=6,1$  В;  $I_m=212$  кА;  $t_m=34$  мкс) значение, равное примерно 31 мм.

**Выводы.** Получена приближенная расчетная формула (6) для оценки максимальной электронной температуры  $T_{me}$  в плазменном канале сильноточного искрового разряда воздушного ВСИК атмосферного давления с металлическими электродами. Выполненные по формуле (6) расчетные оценки температуры в сильноточном плазменном канале искрового разряда между стальными электродами воздушного коммутатора атмосферного давления на номинальное напряжение  $\pm 50$  кВ типа ТКВР-50, коммутирующего БИТ микросекундного временного диапазона с первой амплитудой затухающего синусоидального импульсного тока  $I_m=212$  кА при времени ее достижения  $t_m=34$  мкс показывают, что для этого используемого в практике электромагнитных испытаний объектов авиационной и ракетно-космической техники на молниестойкость случая максимальная электронная температура плазмы в разрядном промежутке рассматриваемого ВСИК  $T_{me}=12,15 \cdot 10^3$  К. Сравнение полученного расчетного численного значения температуры  $T_{me}$  с известными экспериментальными результатами ее прямого измерения в каналах сильноточных воздушных искровых разрядов свидетельствует об их удовлетворительном согласовании.

1. *Абрамов Н.Р., Кужекин И.П., Ларионов В.П.* Характеристики проплавления стенок металлических объектов при воздействии на них молнии // *Электричество*. – 1986. – №11. – С. 22–27.
2. *Баранов М.И., Бочаров В.А., Зябко Ю.П. и др.* Высоковольтные сильноточные искровые коммутаторы для генераторов импульсных напряжений и токов // *Техн. электродинамика*. – 2003. – №3. – С. 41–47.
3. *Баранов М.И.* Приближенный расчет минимальной температуры плазмы при электрическом взрыве проводников под воздействием больших импульсных токов // *Электротехника и электромеханика*. – 2004. – №1. – С. 62–65.
4. *Баранов М.И.* Приближенный расчет электрической эрозии металлических электродов высоковольтных сильноточных искровых коммутаторов // *Техн. электродинамика*. – 2004. – №5. – С. 11–14.
5. *Баранов М.И., Колиушко Г.М., Кравченко В.И. и др.* Генератор тока искусственной молнии для натурных испытаний технических объектов // *Приборы и техника эксперимента*. – 2008. – №3. – С. 81–85.
6. *Баранов М.И., Колиушко Г.М., Кравченко В.И. и др.* Высоковольтные сильноточные воздушные разрядники генератора тока искусственной молнии // *Приборы и техника эксперимента*. – 2008. – №6. – С. 58–62.
7. *Бойко Н.И., Евдошенко Л.С., Иванов В.М. и др.* Высоковольтные искровые разрядники для технологических установок // *Приборы и техника эксперимента*. – 2001. – №2. – С. 79–88.
8. *Буткевич Г.В., Белкин Г.С., Ведешенков Н.А. и др.* Электрическая эрозия сильноточных контактов и электродов. – М.: Энергия, 1978. – 256 с.
9. *Гулый Г.А.* Научные основы разрядно-импульсных технологий. – Киев: Наук. думка, 1990. – 208 с.
10. *Зорин В.Б., Головина У.Ю., Мазурин И.М. и др.* Эрозия электродов при сильноточном мегавольтном разряде в элегазе // *Журнал технической физики*. – 1986. – Т.56. – №5. – С. 926–929.
11. *Ильин Г.Г., Нурматов Э.М., Фишман И.С.* Определение температуры и других параметров плазмы взрывающейся проволоки по самообращенным спектральным линиям и спектрам поглощения // *Теплофизика высоких температур*. – 1975. – Т.13. – №2. – С. 288–294.
12. *Кузьмичев В.Е.* Законы и формулы физики / Отв. ред. В.К.Тартаковский. – Киев: Наук. думка, 1989. – 864 с.
13. *Лозанский Э.Д., Фирсов О.Б.* Теория искры. – М.: Атомиздат, 1975. – 272 с.
14. *Месяц Г.А.* Импульсная энергетика и электроника. – М.: Наука, 2004. – 704 с.
15. *Техника больших импульсных токов и магнитных полей* / Под ред. В.С.Комелькова. – М.: Атомиздат, 1970. – 472 с.

Надійшла 06.01.2009



УДК 621.314.214

**В.А.Халіков**, канд.техн.наук, **К.О.Липківський**, докт.техн.наук (Інститут електродинаміки НАН України, Київ)

## ПРОЦЕСИ ТА ОРГАНІЗАЦІЯ КОМУТАЦІЇ ТРАНСФОРМАТОРІВ

*Розглядаються перехідні процеси, що виникають при комутації первинної обмотки трансформатора внаслідок насичення його магнітопроводу. Проведено візуальне моделювання процесів засобами програмного пакету MATLAB та запропоновано заходи по мінімізації чи позбавлення екстремальних проявів, що можуть виникати при цьому.*

*Рассматриваются переходные процессы, возникающие при коммутации первичной обмотки трансформатора вследствие насыщения его магнитопровода. Проведено визуальное моделирование процессов средствами программного пакета MATLAB и предложены меры минимизации или исключения экстремальных явлений, возникающих при этом.*

Трансформатор – один із найпоширеніших електричних апаратів. Тому кожний електротехнік на своєму рівні усвідомлення стикався з екстремальними перехідними процесами в первинній обмотці трансформатора, спричиненими насиченням магнітопроводу при її підключенні до напруги живлення. Адже, в залежності від потужності сплески струму первинної обмотки, в тому числі й у режимах близьких до холостого ходу трансформатора, можуть перевищувати в 5–7 разів її номінальний струм. Далеко не завжди трансформатор експлуатується в неперервному стаціонарному режимі. Досить поширені пристрої, для яких композиційна структура – ключ/трансформатор – є основним виконавчим органом, режим роботи якого це – періодичні та досить часті дискретно-разові комутації трансформатора (це – стабілізатори напруги змінного струму, установки напівавтоматичного зварювання, плавильні печі і т.п. [1]). Проте характер перехідних процесів, пов'язаний із насиченням магнітної системи, при розробці принципів управління таких пристроїв часто ігнорується чи недооцінюється. Зрозуміло, що такий стан справ також не сприяє ні режиму економії електроенергії, ні її якості в мережі живлення. Природно, що в такому разі в обмотках виникають електромеханічні напруження, спричинені комутаційними струмами, і відбувається їхній перегрів. Як наслідок, прискорюється старіння ізоляції обмоток, знижується надійність трансформатора і пристрою в цілому тощо. Комутаційні елементи (контактори, тиристори і т.п.) також необхідно вибирати із відповідним запасом по струму їх навантаження, тобто враховувати екстремальний характер перехідних процесів, щоб витримати необхідний ресурс їхньої роботи.

Ключ до вирішення такого роду проблеми при застосуванні однофазних трансформаторів, правда лише для одного окремого випадку, сформульовано майже в кожному підручнику по електричних машинах. Згідно із ним, при нульовому залишковому магнітному потоці осердя ( $\Phi_s=0$ ), тобто при повному його розмагнічуванні, найбільш сприятливим для включення є момент амплітуди ( $U_m$ ) синусоїдальної напруги, що прикладається до первинної обмотки трансформатора.

У такому випадку після включення амплітудне значення потоку  $\Phi_m$  осердя трансформатора при наближенні його до ідеального визначається відомою формулою [2]:

$$\Phi_m = U_1 / (4,44fw_1), \quad (1)$$

де  $U_1$  – діюче значення напруги первинної обмотки;  $w_1$  – кількість її витків;  $f$  – частота струму мережі живлення.

При цьому фаза  $\varphi$  магнітного потоку завжди відстає на чверть періоду від фази прикладеної

напруги, тобто при  $u_1 = U_{1m} \sin \omega t$ , маємо  $\Phi = \Phi_m \sin (\omega t - \pi/2)$ , де  $U_{1m}$  – амплітуда напруги  $u_1$ , а величина потоку є функцією вольтсекундної площі  $u_1$ , або іншими словами – її інтегралом:

$$\Phi = (U_{1m} / w_1) \int \sin (\omega t - \pi) dt. \quad (2)$$

Це наочно ілюструє рис. 1, а, на якому показано відповідно співмірні криві величин для випадку включення трансформатора по умовному сигналу управління  $U_y$  при  $t=0,005$  с.

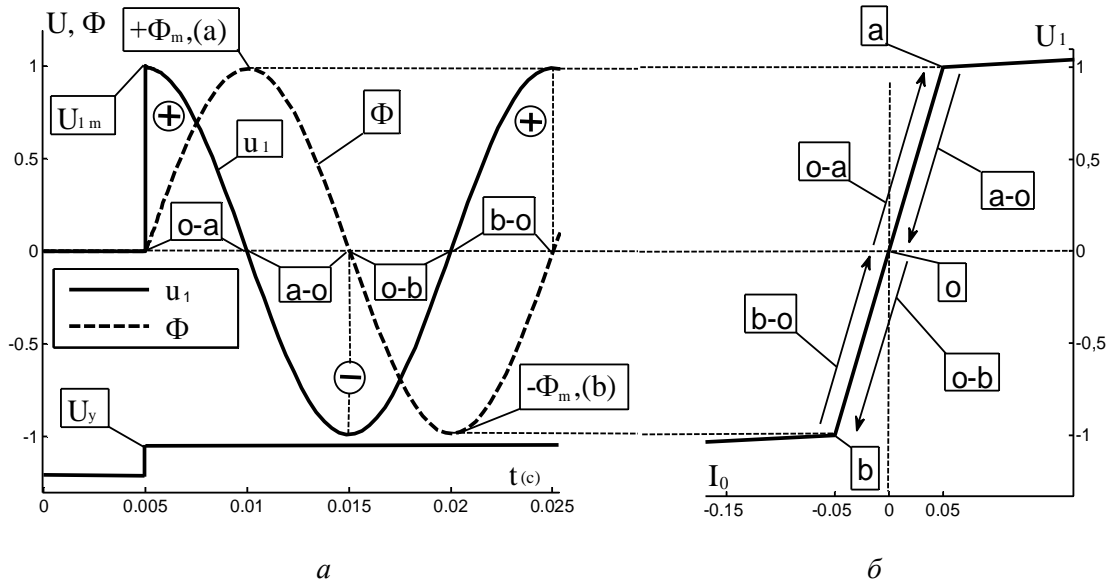


Рис. 1

Амплітуда струму намагнічення  $I_{0m}$ , що утворює в осерді трансформатора магнітний потік  $\Phi$ , або іншими словами – реактивна складова струму холостого ходу – буде дорівнювати

$$I_{0m} = (\Phi_m / w_1) R_m. \quad (3)$$

Величина магнітного опору осердя трансформатора  $R_m$  визначається кривою намагнічування, яка зображена у координатах  $I_0, U_1$  (рис. 1, б) відносними одиницями до їхніх номінальних значень без врахування явища гістерезису і спрощено апроксимована трьома характерними лінійними відрізками. При цьому середньому круто падаючому відрізку ( $ab$ ) кривої відповідає найбільше значення  $R_m$ , а нахил крайніх відрізків по відношенню до нахилу середнього показує, на скільки зменшується величина  $R_m$  при переході потоком точок перегину ( $a$  – при позитивних значеннях  $\Phi$ , коли  $\Phi = +\Phi_m = 1$ ;  $b$  – при негативному  $\Phi$ , коли  $\Phi = -\Phi_m = -1$ ) кривої намагнічування.

Якщо взяти геометричну інтерпретацію процесів при такій комутації (рис. 1), то першій позитивній чверті періоду ( $t=0,005 \dots 0,01$  с) напруги  $u_1$  після підключення буде співставний вектор степені насичення ( $o-a$ ) магнітопроводу на кривій його перемагнічування (рис. 1, б). У такому разі моменту часу  $t=0,01$  с відповідає нульове значення  $u_1=0$  і максимальна позитивна величина намагнічування ( $+\Phi_m$ ) осердя (точка –“ $a$ ”) на відрізку ( $ab$ ). Перехід  $u_1$  в область від’ємних значень призводить до зменшення магнітного потоку, який досягне нульової величини в амплітуді напруги  $-U_{1m}$  ( $t=0,015$  с). При цьому напрямок зміни степені намагнічування осердя на рис. 1, б показано вектором ( $a-o$ ). Повний цикл перемагнічування осердя із поверненням магнітного потоку із області його від’ємних значень у початкову точку із значенням  $\Phi=0$  буде завершено при  $t=0,025$  с, тобто в позитивному максимумі напруги  $u_1$ , що і відображено векторами кривої намагнічування та відповідними їм чвертями періоду вхідної напруги.

Таким чином, в усталеному режимі роботи трансформатора загального призначення при його раціональному розрахунку перемагнічення осердя, як правило, відбувається на відрізку ( $ab$ ) при максимальному значенні магнітного опору і мінімальному струмі  $I_0$ . Такий випадок комутації є найбільш сприятливим для трансформатора, оскільки він відразу виходить на усталений режим роботи, тобто без струмових ексцесів. У випадку відсутності навантаження струм первинної обмотки буде дорівнювати струму холостого ходу трансформатора, який через незначний вклад своєї активної складової буде по формі і фазі співпадати із кривою магнітного потоку. При номінальному активному навантаженні струм  $I_1$ , через незначну величину  $I_0$  в порівнянні з номінальним струмом, по формі та фазі

буде майже повністю співпадати із вхідною напругою  $U_1$ . Різниця буде спричинена впливом індуктивності розсіювання трансформатора, тобто для більшості випадків – несуттєвою. Природно, що при навантаженнях, менших номінального, форма струму відповідно матиме проміжні варіанти між цими граничними випадками.

В дійсності необхідно завжди мати на увазі варіативність навантаження від чисто індуктивного характеру до чисто ємнісного чи його нелінійні властивості, що при дослідженні процесів будуть суміщатися із нелінійністю кривої намагнічування власне трансформатора, яка реально має далеко не такий спрощений вид, як показано на рис. 1, б. Тому неважко уявити, чому порушені питання до недавнього часу не одержували належного розвитку. Проте поширення і розвиток сучасних програмних пакетів моделювання дозволяє не тільки осмислити характер процесів, а й одержати кількісні результати із долею достовірності, недоступною для аналітичних методів. Електротехніки, в силу специфіки своїх об'єктів, мають розвинуте візуальне компонентно-схемотехнічне мислення, що надає зображенню систем виду окремих функціональних блоків із максимальним їх наближенням до реальних фізичних прототипів. Тому і пакети комп'ютерного моделювання електротехнічних систем мають ту саму направленість. Наприклад, призначення і функціонування моделі (рис. 2) – найпростішої структури ключ-трансформатор у середовищі пакету MATLAB – цілком відповідає фізичним аналогам і зрозуміло з першого погляду.

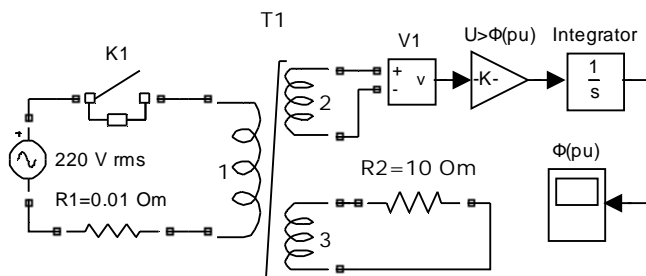


Рис. 2

Параметри елементів моделі задаються у відповідних діалогових панелях і, наприклад, для трансформатора T1 апроксимована крива намагнічування (рис. 1, б) визначається коротким числовим рядом у відносних одиницях у такій формі: [0,0; 0.05,1.0; 1.0,1.05], де перша цифра відповідає значенню  $I_{0m}$ , а друга –  $U_{1m}$ . Параметри обмоток ( $w$ ) задаються їхньою напругою холостого ходу (у даному випадку для всіх обмоток – 220 В), а більшість інших величин (значення індуктивності розсіювання  $L_w$ , активного опору

$R_w$  і т.п.), як правило, відносними ( $R_{(p.u.)}$ ,  $L_{(p.u.)}$ ), приведеними одиницями ( $p.u.$  – “per unit”). При цьому враховують, що

$$R_{(p.u.)}=R_w/R_{base}, \quad R_{base}=(U_1)^2/S_n, \quad L_{(p.u.)}=L_w/L_{base}, \quad L_{base}=R_{base}/\omega,$$

де  $S_n$  – повна номінальна потужність трансформатора (ВА).

Для даної моделі навантаження  $Z_H=R_2=10$  Ом має активний характер і підключене до обмотки 3. При таких заданих параметрах і були одержані відповідні криві (рис. 1, а), володіння аналітикою процесів тут необхідне лише для загальної орієнтації у правильності функціонування моделі і оцінки достовірності одержаних результатів. Проте для ефективного моделювання, навіть для такого простого прикладу, необхідно мати деякий рівень комп'ютерної грамотності та навички роботи із програмним пакетом, володіти методологією дослідження [3].

Зрозуміло, що величина і характер вхідного струму трансформатора безпосередньо залежить від навантаження його вторинної обмотки. На рис. 3 показано криві струму  $I_1$  для тих самих параметрів комутації та трьох характерних варіантів навантаження (рис. 3, а – активне навантаження; рис. 3, б – чисто індуктивне,  $L_H=0,03185$  Гн; рис. 3, в – чисто ємнісне,  $C_H=318,5$  мкФ), тобто із абсолютно однаковим значенням  $Z_H=10$  Ом.

Цілком природно і відповідно до законів комутації, що при індуктивному навантаженні (рис. 3, б), у порівнянні із активним (рис. 3, а), здійснюється “затягування” наростання струму  $I_1=I_{1L}$ , і його



Рис. 3, а,б

фаза та форма при номінальному значенні навантаження буде повністю співпадати із тими ж параметрами для магнітного потоку (рис. 1, а) трансформатора. Форма  $I_1=I_{1R}$  при активному навантаженні майже співпадає із вхідною напругою (рис. 1, а), тобто вплив власної індуктивності  $L_T$  трансформатора несуттєвий.

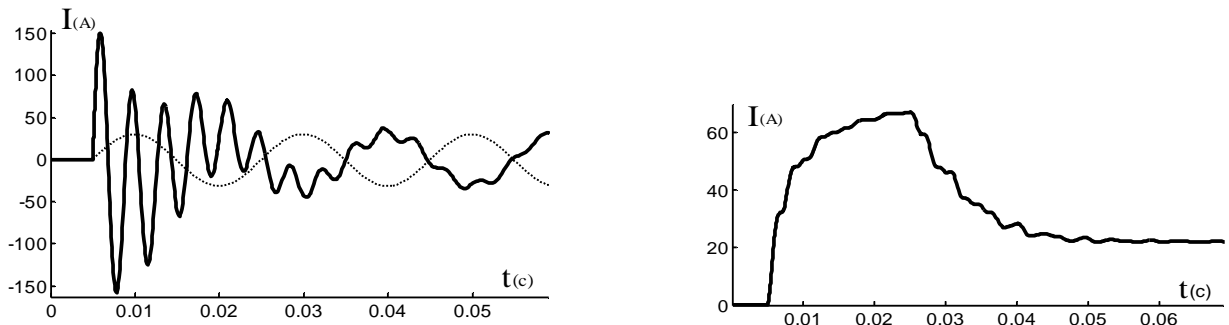


Рис. 3, в, г

Ємнісне навантаження ( $I_1=I_{1C}$ ) якісно змінює картину процесу (рис. 3, в): спостерігається більш ніж на півтора-два періоди коливальний процес установлення вхідного струму із значними піковими перевантаженнями (для порівняння на рис. 3, в пунктирною лінією показано  $I_{1L}$ ). Якщо говорити математичною мовою, то в даному випадку маємо збільшення порядку рівнянь для такого електричного кола від 1 (монотонний процес) до 2, що відповідає коливальному процесу. Період коливань, як завжди, визначається добутком ( $L_T C_n$ ), а їхнє згасання – власним еквівалентним активним опором трансформатора Т1. При цьому через пікове перевантаження необхідно належним чином вибирати ключові елементи, особливо це стосується напівпровідникових пристроїв, в яких можливе поступове руйнування структури переходів із наростаючим у часі погіршенням характеристик. Обмотки трансформатора також піддаються суттєвому перевантаженню: як показано на рис. 3, г, діюче значення струму протягом періоду напруги перевищує номінальне більш ніж у два рази, що еквівалентно чотирикратному збільшенню виділення тепла в проміжку комутації.

Якщо ж сумістити графіки потоків трансформатора для двох крайніх різнохарактерних навантажень (рис. 3, б, в), то як видно із порівняння (рис. 4), фази потоків співпадають, проте значення  $\Phi_m(C)$  при ємнісному навантаженні (показано неперервною лінією) дещо більше величини  $\Phi_m(L)$  при його чисто індуктивному характері (в даному випадку – приблизно на 4%).

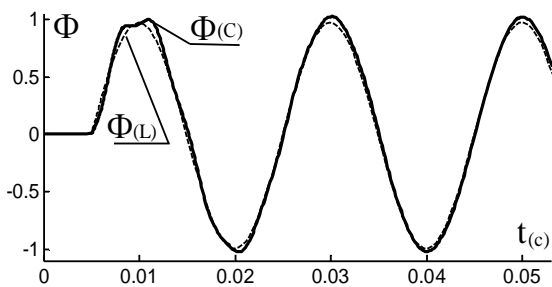


Рис. 4

Пояснення тут просте, якщо знати, що існує лінійна залежність між напругою і потоком ( $I$ ). В даному випадку ефект спричинено ємнісною (поперечною) компенсацією власної індуктивності  $L_T$  трансформатора (для кожної обмотки  $w$  моделі трансформатора Т1 –  $L_{w(p.u.)}=0,008$ ,  $R_{w(p.u.)}=0,002$ ). Тому чим менше значення  $L_T$ , тим більш мізерним стає вплив зміни характеру навантаження та його величини, і навпаки. Важливо лише те, щоб значення  $\Phi_m$  не перевищувало своїх допустимих меж, що задаються точками  $a, b$  кривої (рис. 1, б). Необхідно відзначити, що мінімальне значення магнітного потоку буде у випадку не чисто індуктивного навантаження, а при його активно-індуктивному характері, коли фазовий кут його повного опору буде співпадати з кутом повного еквівалентного внутрішнього опору трансформатора, тобто при синфазності струмів. Таким чином, можна зробити висновок, що величина та характер навантаження трансформатора не впливають суттєво на величину магнітного потоку його осердя, тобто перехідні процеси, пов'язані із насиченням магнітної системи, можливо розглядати окремо від процесів у навантаженні, а одержані результати для деякого окремого випадку (режиму холостого ходу, активного навантаження і т.п.) будуть справедливими і при інших варіантах поведінки зовнішніх кіл, підключених до вторинної обмотки під час комутації.

Зміни магнітного потоку в процесі комутації трансформатора можна простежити на його моделі, яка внутрішньо забезпечує збереження і інших необхідних значень його параметрів, а також спостереження за їхньою поведінкою. Для цього необхідно лише у вікні параметрів (Blok Parameters) моделі T1 перейти на вкладку – Configurations і у вікні Measurements вибрати: All measurement (V, I, Flux) або Flux and excitation current ( $I_m + I_{Rm}$ ) і потім на полі моделі (рис. 2) розмістити блок – Multimeter, відповідним чином задавши у ньому перелік необхідних параметрів та приєднавши блок візуального спостереження – Scope. Проте у реальному трансформаторі ми позбавлені такого роду сервісних послуг, і тому на рис. 2 показано перетворення потоку у електричний сигнал. Для цього задіяна додаткова обмотка T1–2, проміжний фіктивний елемент Voltage Measurement (V1), що включається завжди між електричними і векторними ланками моделі, пропорційна ланка Gain ( $U > \Phi(\mu)$ ) із

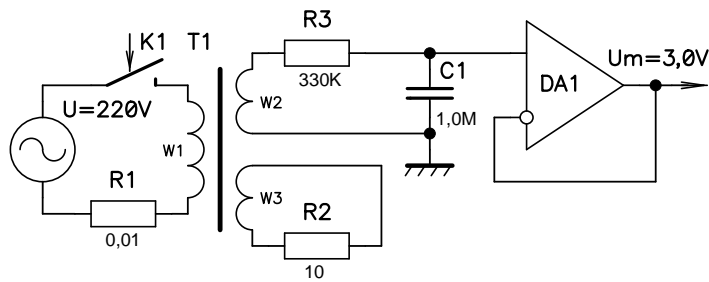


Рис. 5

коєфіцієнтом підсилення:  $1/(220 \cdot \sqrt{2})/2/\pi/50$  для приведення до одиничного значення та інтегратор. Реальна схемотехніка ще простіша за рахунок суміщення двох останніх блоків простою пасивною RC-ланкою R3, C1 (рис. 5).

При номінальних значеннях елементів ланки, вказаних на схемі (рис. 5), відношення її вхідної напруги до вихідної складає близько 100, проте подавати таку високу напругу немає необхідності, хоча б із точки зору безпеки: навіть при зниженні цього

відношення на порядок ще забезпечується достовірність фази та величини потоку при похибці близько 1%, що є цілком прийнятним.

Зміщення моменту комутації від середини півперіоду вхідної напруги в той чи інший бік призводить до відносно короткочасного перехідного процесу, під час якого струм намагнічення  $I_0$  різко зростає. Це пов'язано із появою асиметрії в кривій магнітного потоку, оскільки він є функцією вольт-секундної площі напруги, і виходу його амплітуди за межі, визначені точками перегину (*a*, *b*), тобто в область низьких значень магнітного опору  $R_m$  осердя трансформатора. Це, власне, і ілюструє рис. 6, на якому показано формування магнітного потоку при зміщеному вліво на 0,5 мс від моменту амплітуди ( $t=5,0$  мс) часу комутації первинної обмотки трансформатора T1.

Якщо знову співставимо потік  $\Phi$  (рис. 6, *a*) та криву намагнічення (рис. 6, *б*), подібно розглянутому випадку комутації (рис. 1) при фазовому куті –  $\pi/2$  ( $t=0,05$  мс), то одержимо цілком очікуваний результат: повний цикл перемагнічування, відповідний першому періоду  $U_1$ , буде відбуватися між точками *c* та *d* кривої рис. 6, *б*, а не в проміжку *ab*, що було притаманне номінальному усталено-

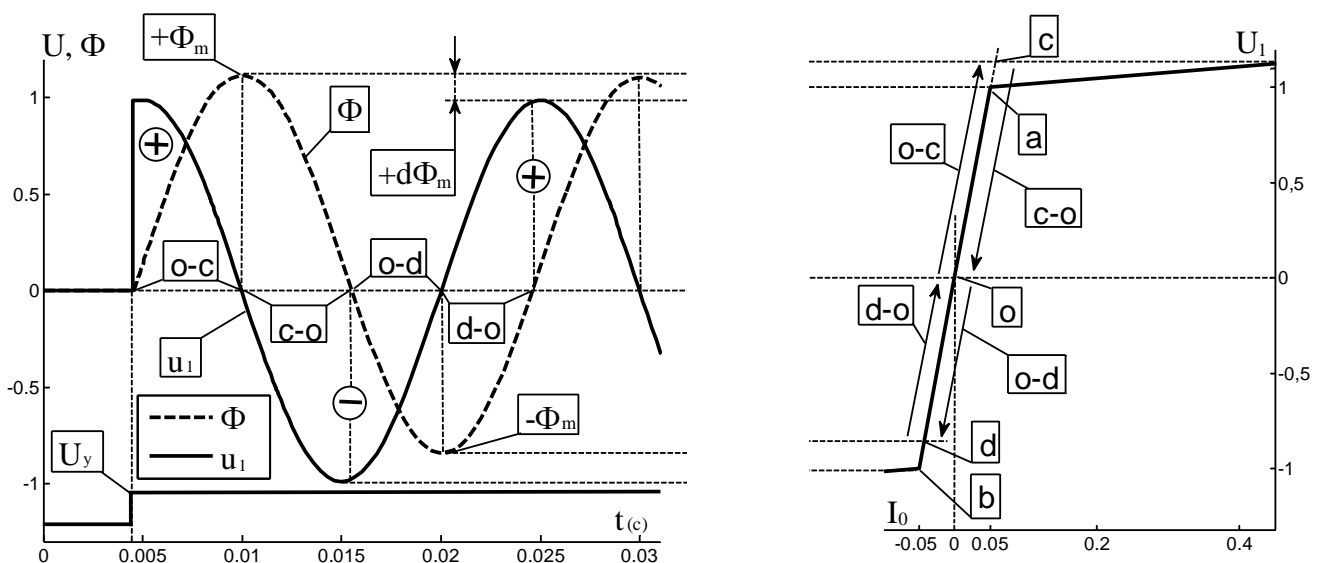


Рис. 6, *a, б*

му режиму. При цьому амплітуда  $\Phi_m$ , як і раніше, буде досягнута при  $U_1=0$ , проте вона перевищить значення амплітуди свого усталеного значення на  $d\Phi_m$ . В області від'ємних значень потоку  $\Phi$ , навпаки, намагнічуваність осердя не досягне свого абсолютного максимуму ( $b$  – рис. 1, б), характерного для усталеного режиму трансформатора, що видно із порівняння векторів  $o-d$ ,  $d-o$  (рис. 6, б) та  $o-b$ ,  $b-o$  (рис. 1, б). Таким чином, завжди наявна рівність відрізків  $ab$  та  $cd$ , проте розміщення останнього відносно нульової точки осей асиметричне.

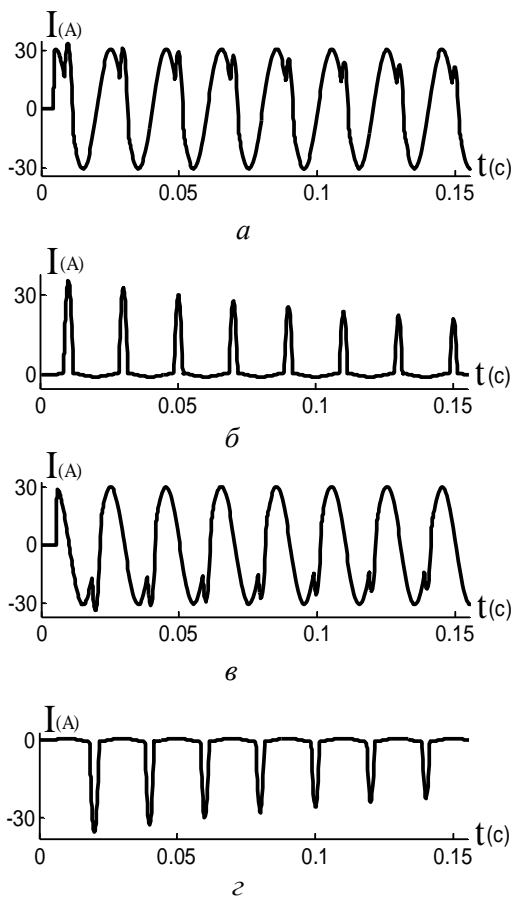


Рис. 7

характеристики поведінки потоку  $\Phi$  відносно напруги  $U_1$  стає дещо некоректним. Проте із рис. 1, б очевидно, що позитивне значення вхідної напруги завжди призводить до зростання магнітного потоку, а негативне – до його спаду, причому точки амплітуди потоку при синусоїдальній формі напруги завжди припадають на її нульове значення, що дає можливість приблизно уявити якісну картину процесів. Сама ж форма потоку і його величина визначається відомою формулою (2). Тому, маючи прямий взаємозв'язок потоку і струму намагнічування, видно, що найбільш несприятливим, з точки зору досягнення  $I_0$  своїх максимальних значень, буде момент переходу вхідною напругою  $U_1$  свого нульового значення ( $t=0$ ). На рис. 8 показано криві струму  $I_1$  для таких двох крайніх характерних моментів комутації при  $U_1=0$  і  $\Phi_s=0$ , причому рис. 8, а відповідає включенню при наростаючому  $U_1$  (перехід  $u_1$

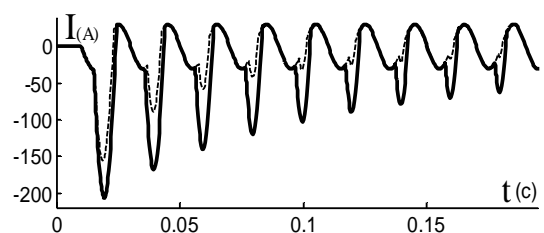
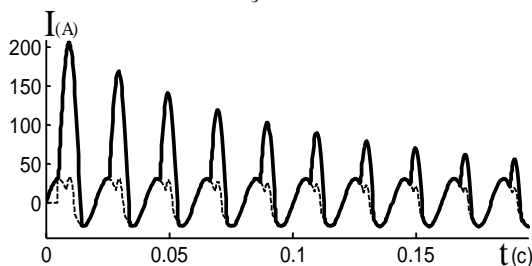


Рис. 8, а, б

Задача визначення  $I_{0m}$  у геометричній інтерпретації вирішується, як показано (рис. 6), проекцією потоку на криву намагнічування і в даному випадку він буде співставним із номінальним струмом  $I_{1n}$  первинної обмотки. Характер зміни вхідного струму  $I_1$  на фоні дії номінального активного навантаження трансформатора показано на рис. 7, а. Природно, що при холостому ході трансформатора характер струму намагнічування буде виражено більш явно (рис. 7, б). Подальше зміщення моменту включення трансформатора в тому ж напрямку збільшує вольтсекундну площу напруги  $u_1$  між моментом комутації і її спадом до нуля, відповідно будуть збільшуватися і екстремальні сплески струму намагнічування. Зміщення комутації трансформатора від моменту амплітуди  $u_1$  ( $\varphi=\pi/2$ ) вліво по осі часу, навпаки, зменшує вольтсекундну площу напруги  $u_1$  між моментами початку комутації і її переходом через нульове значення. При цьому вектором намагнічування не буде досягнуто точки перегину відповідної кривої, тому сплеску струму намагнічування в півперіоді, на який безпосередньо припадає момент подачі напруги, за такої умови не виникне. Однак, оскільки асиметрія магнітного потоку буде наявна, сплеск струму  $I_0$  проявиться в наступному (негативному) півперіоді. Такий випадок ілюструє рис. 7, в, г для номінального активного навантаження та холостого ходу Т1 відповідно.

Як видно із рис. 6, 7, у струмі  $I_0$  наявна аперіодична складова, пов'язана із поступовим виходом потоку осердя в зону великих значень  $R_m$  кривої намагнічування. В такому разі використання параметру відносного положення в часі для кривих усталених процесів – фазового кута  $\varphi$  – для ха-

в позитивну область значень,  $t=0$  с), а рис. 8, б – спадаючому  $U_1$  (перехід  $u_1$  в негативну область його значень,  $t=0,01$  с, або при  $\varphi=\pi$ ). Для наочності порівняння на криву процесу рис. 8, а накладено графік рис. 7, а, показаний штриховою лінією. Як видно по значенню амплітуди струму, такого роду прояви аж ніяк неможливо ігнорувати. Окрім того, тривалий і по своєму характеру аперіодичний процес супроводжується несинусоїдальним споживанням струму, що, в цілому, погіршує якість електроенергії та електромагнітну сумісність пристроїв. Із аналізу рис. 6...8 досить очевидно, що *включення трансформатора в фазовому проміжку  $\varphi=0... \pi/2$  при позитивному значенні вхідної напруги завжди супроводжується позитивним сплеском струму намагнічування, що в часі співпадає з півперіодом напруги, на який припала комутація. Комутація в фазовому проміжку  $\varphi=\pi/2... \pi$  при тому ж значенні напруги завжди викликає негативний сплеск струму, проте в півперіоді, що є наступним за тим, в якому було проведено підключення. Це правило відповідно транспонується і на негативний півперіод комутації.*

Оскільки амплітуда струму спадає в експоненціальній залежності від величини показника (рис. 7, 8), що є відношенням  $R_{w1}/L_{w1}$  [2], тобто значень внутрішніх параметрів первинної обмотки  $w_1$  трансформатора, то варіацією цих параметрів можливо зменшити тривалість перехідного процесу. Наприклад, збільшення параметру  $R_{w(p.u.)}$  для даної моделі трансформатора (рис. 2) від 0,002 до 0,02 призведе до візуально сприйняттого згасання сплесків струму на фоні номінального його значення (рис. 8, б) вже на восьмому періоді вхідної напруги, що показано штриховою лінією. Проте такий шлях для силових трансформаторів є неприйнятним, але ніщо не перешкоджає включити на деякий час в комутаційне коло зовнішній демпферний резистор відповідної потужності. Для моделі рис. 2 просте збільшення  $R_1$ , що відіграло роль еквівалентного внутрішнього опору джерела напруги, до 5,0 Ом практично обмежує перехідний процес (рис. 8, а) одним півперіодом, на який припав момент включення (рис. 9). Графік, із метою наочності, показано для холостого ходу Т1, проте, як уже підкреслювалося, процеси, пов'язані із магнітним насиченням, не залежать від типу чи ступені навантаження.

Зрозуміло, що такого роду реалізація мінімізації перехідних процесів через необхідність включення в коло силового струму достатньо громіздких елементів не є бажаною і виправдана лише при застосуванні механічних комутаторів. Більш прийнятним є принцип синхронної із напругою  $u_1$  комутації в моменти часу, в яких би забезпечувався для магнітної системи трансформатора вихід відразу на усталений режим роботи. Природно, що такий режим можливо реалізувати лише при застосуванні напівпровідникових ключів змінного струму. Вище було підкреслено, що для одного окремого випадку – нульового значення залишкового потоку магнітопроводу – моменти включення трансформатора завжди повинні співпадати з амплітудою вхідної напруги. А якщо мати на увазі, що тиристри при їхній природній можливості відновлення ізолюючих властивостей напівпровідникової структури (ключ К1 моделі рис. 2 – має спрощені характеристики симістора) при холостому ході трансформатора або індуктивному навантаженні будуть завжди закриватися в амплітуді напруги, коли  $\Phi=0$ , то цим самим трансформатор завжди буде автоматично підготовлений до наступного включення в ті ж самі жорстко і наперед задані моменти часу, також співпадаючі із амплітудою напруги. В деяких випадках [4] для реалізації якісного режиму комутації, тобто без згаданих сплесків струму (рис. 8, 9), достатньо знання лише цих окремих особливостей.

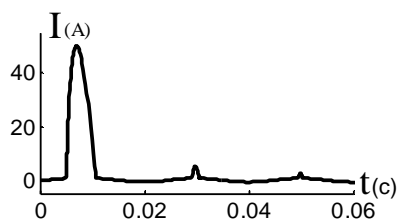


Рис. 9

Проте часто без додаткових засобів чи маніпуляцій неможливо привести трансформатор до стану, при якому б  $\Phi=0$ , наприклад, при активному навантаженні, коли струм  $I_1$  фактично співпадає з  $U_1$ , і самозакриття тиристорного ключа відбувається із спадом струму до нуля при  $U_1=0$ , що відповідає  $\Phi=\Phi_m$ . Після цього відбувається експоненціальне (тобто теоретично “затягнуте” у часі до безкінечності) саморозмагнічування осердя трансформатора до  $\Phi=0$ , а практично, до деякого залишкового значення потоку  $\Phi_3$ . Причому, на момент наступного включення навіть при його відносно достатній віддаленості в часі, величина потоку може бути досить значною –  $\Phi_3=(0,1...0,3)\Phi_m$ , тобто такою, що нехтувати нею неможливо. Таким чином, щоб мати можливість підключення трансформатора в один і той самий найбільш прийнятний момент часу, необхідно приведення магнітопроводу до стану із значенням потоку –  $\Phi_3=0$ .

Один із способів оперативної підготовки трансформатора до наступного включення ілюструє рис. 10, відповідно до якого в один із наступних півперіодів напруги після природного закриття ключа К1 виконується коротким імпульсом управління його повторне замикання на час, дещо менший чверті періоду  $U_1$ . Як видно із рис. 10, а, потік в момент природної комутації ключа ( $t_1=0,045$  с) досяг своєї амплітуди і поступово став спадати. Повторне короткочасне включення ключа виконується при іншій полярності напруги  $U_1$  при  $t_2=0,0909$  с (рис. 10, б), виходячи з достатності вольтсекундної площі  $i_1$  від моменту включення і до її нульового значення для компенсації потоку. Відносно великий часовий проміжок, в якому проходить спад потоку, тут вибрано із чисто практичного погляду, оскільки чим більше віддалено  $t_2$ , тим більша невизначеність щодо величини компенсаційної вольтсекундної площі. Тому раціональним є виконання такої операції по можливості якнайшвидше. У такому випадку форма потоку та вхідних струму і напруги матимуть відповідно вид, як на рис. 10, в, г. Природно, що в часі алгоритм роботи ключа також буде інший ( $t_1=0,055$  с,  $t_2=0,0601$  с). Оскільки за час між закриттям ключа К1 і його повторним включенням потік суттєво не встигає зменшитися, то  $t_2$  фактично співпадає із моментом ( $t=0,06$  с) амплітуди  $U_1$ . Такий вид процесів характерний для номінального навантаження трансформатора. Із його зменшенням крутизна спаду потоку буде збільшуватися, і в своїй межі – при холостому ході Т1, необхідність в компенсації відпадає. Таким чином, реалізація цього алгоритму виправдана при таких варіаціях активного навантаження трансформатора, для яких внесок його власної індуктивності незначний. Коли мова йде про довільні варіації як величини навантаження, так і його характеру та часті і неперіодичні комутації, то, очевидно, що не можливо уникнути вказаних негативних ефектів, дотримуючися жорсткої синхронізації з фазою вхідної напруги.

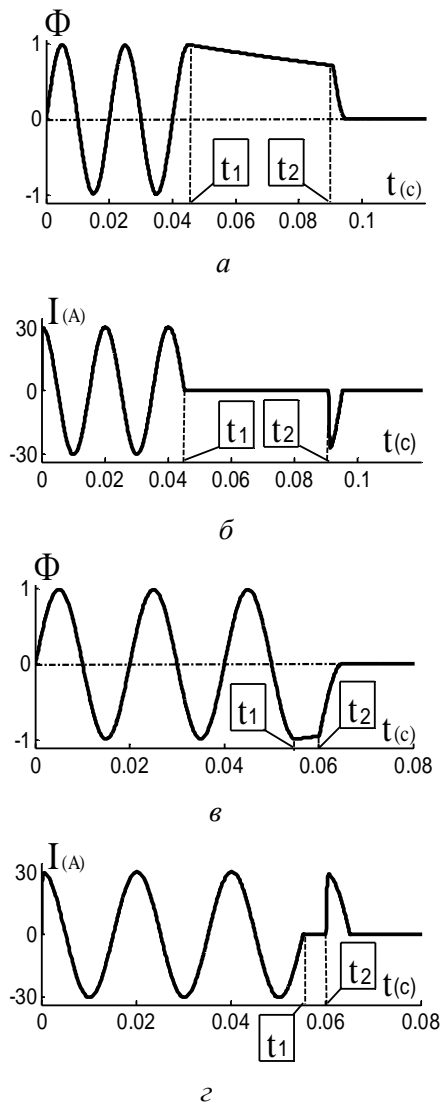


Рис.10.

Основний принцип, який повинен бути покладений в такий спосіб комутації, впливає із викладеного вище та аналізу рис. 1, 6, згідно з яким фазовий кут подачі вхідної напруги трансформатора повинен бути саме таким, щоб в подальшому зумовлена ним амплітуда потоку не виходила за вказані допустимі рамки. Тобто для реалізації цього способу комутації ще до моменту власне її здійснення необхідно мати інформацію про усталений магнітний потік  $\Phi_y$  трансформатора, що буде наявним після його підключення. Необхідне значення цього потоку можливо одержати шляхом інтегрування напруги мережі живлення (2), а схемотехнічно – шляхом дублювання елементів моделі рис. 2 чи схеми рис. 5 для спостереження за миттєвим значенням потоку  $\Phi$  трансформатора і підключення входу цього другого вузла спостереження безпосередньо до джерела живлення. Якщо відобразити обидва потоки – усталений  $\Phi_y$  і миттєвий (поточний)  $\Phi$  – на одному графіку рис. 11, а за тих самих умов закриття ключа (рис. 10, а), то одержимо їхнє природне співпадіння до моменту  $t_1$ . Після цього форма  $\Phi$  набуде характеру експоненціального спаду, а  $\Phi_y$  – буде природно і далі у вигляді синусоїди. Можливо допустити, що сприйнятні умови комутації будуть належати точкам співпадіння поточного  $\Phi$  і усталеного  $\Phi_y$  потоків, адже в такому випадку потік в магнітопроводі відразу стане циркулювати по траєкторії свого усталеного значення.

Перевірити це припущення можливо послідовним перебором у даному діапазоні значення  $t_2$  – часу повторного включення ключа К1. Такого роду процедура у середовищі пакету MATLAB легко піддається автоматизації шляхом використання так званих m-файлів [3]. На рис. 11, б...д показано графіки потоків і струмів первинної обмотки трансформатора відповідно для двох вибірових значень  $t_2=0,1484$  с і  $t_2=0,0634$  с, при яких було досягнуто рівність  $\Phi$  і  $\Phi_y$ . Приклади ілюструють повтор-



не включення трансформатора як при висхідному, так і при низхідному значеннях вхідної напруги, а також як при максимальному його наблизенні до моменту попереднього закриття ключа, так і при відносному віддаленні від нього.

Із рис. 11, а, б, г видно, що протягом спаду потоку  $\Phi$  існує наявний ряд нерівномірно розміщених дискретних точок, в яких тільки і можлива задовільна комутація трансформатора, при цьому їхня кількість складає дві дискрети на період напруги. Якщо при спаді величина потоку досягне нульового значення, то природно, що рівність  $\Phi$  і  $\Phi_y$  буде

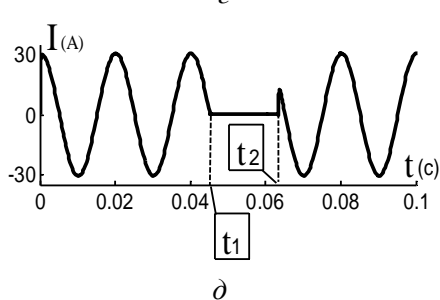
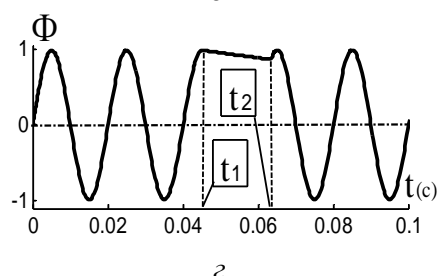
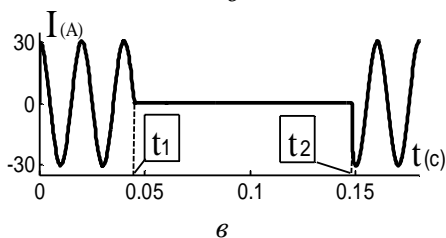
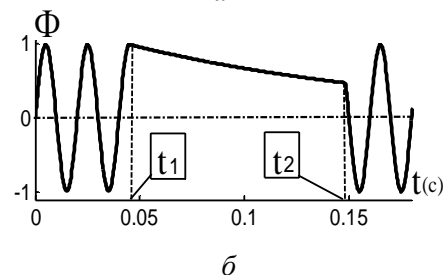
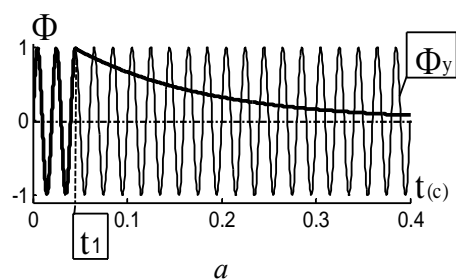


Рис. 11

припадати на моменти амплітуди  $U_1$  і отримаємо окремий граничний випадок одержання точок комутації, на якому було наголошено на початку статті. В рамках програми моделювання також можлива реалізація достатньо простої системи управління комутацією з автоматичним дискретним вибором моменту включення трансформатора при довільній в часі на це команді [3].

Таким чином, підсумовуючи викладене, можна сказати, що кожне наступне включення трансформатора повинно виконуватися в момент рівності миттєвого значення магнітного потоку його осердя із усталеним значенням потоку, що буде наявним в магнітопроводі після комутації. В деяких випадках можлива реалізація інших, на перший погляд, принципів одержання точок комутації, проте їхнє рішення є, як правило, окремими граничними випадками даного правила. Формулювання принципу комутації здається і складним для розуміння, проте він схемотехнічно реалізується простими, можна сказати, навіть елементарними засобами.

Загалом вказані принципи дозволяють повністю використати електроенергетичні можливості трансформаторів, уникнути різного роду ексцесів через появу аперіодичних складових у струмі первинної обмотки, поліпшити динаміку системи регулювання. Вони пройшли хорошу апробацію і їхня реалізація забезпечувала надійну комутацію без вказаних перехідних режимів незалежно від характеру навантаження, у т.ч. і при 2–3-кратних перевантаженнях вторинної обмотки трансформатора.

1. Миловзоров В.П., Мусолин А.К. Дискретные стабилизаторы и формирователи напряжения. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 248 с.

2. Сергеенков Б.Н., Киселев В.М., Акимова Н.А. Электрические машины: Трансформаторы. – М.: Высшая школа, 1989. – 352 с.

3. Халіков В.А., Можаровський А.Г. Методологія застосування програмного пакета MATLAB при моделюванні та дослідженні електромагнітних процесів у трансформаторно-ключових виконавчих структурах: Навч. посібник. – Київ, ІЕД НАН України, 2001. – 45 с.

4. Халіков В.А., Можаровський А.Г., Шатан О.Ф., Паханьян В.М. Контролери установок электродугового зварювання в середовищі захисних газів // Техн. електродинаміка. – 2008. – №5. – С. 68–75.

Надійшла 15.03.2010

УДК 621.314: 621.391

Ю.Н.Васьковський, докт.техн.наук, Гераскин А.А. (НТУУ “КПІ”, Київ)

## ВИБРОВОЗМУЩАЮЩИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ СИЛЫ В КОРОТКОЗАМКНУТЫХ АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЯХ ПРИ НАЛИЧИИ ПОВРЕЖДЕНИЙ ИХ КОНСТРУКЦИИ

*Разработана полевая математическая модель для анализа вибровозмущающих сил электромагнитного происхождения в короткозамкнутых асинхронных двигателях при наличии повреждений их конструкции. Установлена взаимосвязь между относительным увеличением уровня вибрации двигателя и характером его повреждения, которая положена в основу предлагаемого метода диагностики его технического состояния.*

*Розроблено польову математичну модель для аналізу вібробуджуючих сил електромагнітного походження в короткозамкнених асинхронних двигунах за наявності ушкоджень їхньої конструкції. Встановлено взаємозв'язок між відносним збільшенням рівня вібрації двигуна і характером його ушкодження, який покладено в основу запропонованого методу діагностики його технічного стану.*

**Введение.** Как правило, повреждение конструкции асинхронного двигателя (АД) сопровождается увеличением уровня и изменением характера его вибрации. Анализ этого изменения позволяет установить не только факт повреждения двигателя, но и провести диагностику его технического состояния – выявить характер возникшего повреждения. Мощные АД (например, двигатели собственных нужд электростанций, тяговые АД) снабжаются стандартными вибродатчиками, которые устанавливаются на статоре в зоне подшипников. Согласно принятым методикам вибрационного контроля в контрольных точках измеряется величина радиально направленной виброскорости в (мм/с).

В соответствии с межгосударственным стандартом ГОСТ 20815-93 [3] критерием для оценки интенсивности вибрации машин с частотой вращения 600 об/мин и выше, является среднее квадратичное значение виброскорости  $v_e$ , которое определяют непосредственно измерением или по результатам спектрального анализа по формуле

$$v_e = \sqrt{\sum_{i=1}^N v_{ei}^2}, \quad (1)$$

где  $v_{ei}$  – среднеквадратичное (действующее) значение виброскорости  $i$ -ой гармоники, полученное при спектральном анализе. Для крупных электрических машин нормального исполнения в жестко закрепленном состоянии при высоте оси вала  $H > 400$  мм предельно допустимое максимальное значение виброскорости равно  $v_{e \max} = 2,8$  мм/с.

В исправном АД реальная величина виброскорости может иметь существенно меньшую величину и даже при появлении начальных дефектов конструкции может не превышать указанного предельно допустимого значения. Однако, для предотвращения дальнейшего развития возникших дефектов с учетом требований к безотказности работы мощных АД требуется выявление дефектов конструкции на ранних стадиях их развития. В общем случае, для вибродиагностики повреждений могут использоваться два метода: метод спектрального анализа (МСА) сигнала вибродатчика, позволяющий выявить изменения в составляющих спектра сигнала и поставить этому изменению в соответствие характер повреждения двигателя; метод суммарных вибраций (МСВ), основанный на оценке изменений величины сигнала датчика, измеряющего в контрольной точке суммарную виброскорость. Наиболее удобным для диагностики является анализ радиальной составляющей виброскорости. С практической точки зрения МСВ является предпочтительным, поскольку не требует использования специальных систем спектрального анализа и позволяет ограничиться штатной системой виброконт-

роля, устанавливаемой на мощных АД. Однако этот метод требует обоснования взаимосвязи относительного увеличения измеряемого сигнала вибродатчика с характером повреждения АД. Такое обоснование с учетом большого числа вариантов возможных повреждений двигателя представляет сложную задачу, которая не может решаться только на основе статистических данных и опыта эксплуатации АД. Эффективное обоснование взаимосвязи относительного увеличения сигнала вибрации и характера повреждения АД возможно только методами математического моделирования. Использование полевых методов анализа электрических машин [1] позволяет построить полевые модели АД с различными дефектами, которые вызывают изменение распределения электромагнитного поля в активной зоне двигателя и характера вибраций. К дефектам, которые могут успешно исследоваться на полевых моделях, относятся часто встречающиеся в мощных АД обрывы стержней ротора, эксцентриситет ротора, нарушение цилиндрической формы поверхности расточки статора и др.

**Математическая модель.** Уравнение для расчета распределения аксиальной пространственной составляющей комплексной амплитуды векторного магнитного потенциала  $\dot{A}_z$  в поперечном сечении АД в роторной системе координат имеет следующий вид [1]:

$$\frac{\partial^2 \dot{A}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{A}_z}{\partial y^2} - j\omega_1 s \mu \gamma \dot{A}_z = -\mu \dot{J}_{z\text{стор}} + \mu \gamma \frac{\partial \dot{\varphi}}{\partial z}, \quad (2)$$

где  $\omega_1$  – угловая частота вращения поля статора,  $s$  – скольжение ротора,  $\mu, \gamma$  – магнитная проницаемость и электропроводность среды;  $\dot{J}_{z\text{стор}}$  – плотность сторонних токов;  $\dot{\varphi}$  – скалярный электрический потенциал. Слагаемое  $\mu \gamma \frac{\partial \dot{\varphi}}{\partial z}$  в правой части характеризует источники поля, обусловленные появлением свободных электрических зарядов на торцах ротора из-за возможной несимметричности клетки ротора (в тех случаях, когда моделируется повреждение клетки ротора) [3]. Если рассматриваются повреждения АД, при которых симметрия ротора не нарушается, то  $\mu \gamma \frac{\partial \dot{\varphi}}{\partial z} = 0$ . Для несимметричных клеток ротора решение задачи должно удовлетворять следующему условию: сумма интегралов плотностей токов  $j_k$  по сечению всех стержней клетки  $N_R$  должна равняться нулю:

$$\sum_{k=1}^{k=N_R} \int_{S_{Rk}} j_k ds = 0. \quad (3)$$

Уравнение (2) дополняется граничными условиями, которыми являются однородные граничные условия первого рода на внешней границе  $G$  расчетной области:  $\dot{A}_z \Big|_G = 0$ .

Моделируется клетка ротора с поврежденными стержнями заданием значения электропроводности  $\gamma = 0$  в тех пазах, в которых находятся поврежденные стержни. Источниками поля являются плотности сторонних токов в пазах статора, в которых уложены три фазы обмотки статора:

$$\begin{aligned} \dot{J}_{A\text{стор}} &= I_m u_{II} / S_{II}; & \dot{J}_{B\text{стор}} &= I_m u_{II} [\cos(-2\pi/3) - j \sin(-2\pi/3)] / S_{II}; \\ \dot{J}_{C\text{стор}} &= I_m u_{II} [\cos(-4\pi/3) - j \sin(-4\pi/3)] / S_{II}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $I_m$  – амплитуда тока в фазе статора;  $u_{II}$  – число последовательно соединенных проводников в пазу статора;  $S_{II}$  – площадь сечения паза статора.

Расчет сил выполняется с помощью тензора магнитного натяжения. Распределение нормальной и тангенциальной составляющих тензора натяжения на поверхности расточки статора рассчитывается по следующим выражениям [1]:

$$T_n(\alpha) = \frac{1}{2\mu} \cdot [B_n^2(\alpha) - B_\tau^2(\alpha)], \quad T_\tau(\alpha) = \frac{B_n(\alpha) \cdot B_\tau(\alpha)}{\mu}, \quad (5)$$

где  $B_n(\alpha), B_\tau(\alpha)$  – соответственно нормальная и тангенциальная составляющие магнитной индукции в зазоре;  $\alpha$  – угловая координата, измеряемая между двумя радиусами АД, проведенными в пределах

$0 \leq \alpha \leq 2\pi/p$  (в пределах одного периода изменения функций (4));  $p$  – число пар полюсов АД. Математическая модель (2)–(5) решается численно с помощью метода конечных элементов.

Составляющие тензора натяжения имеют размерность поверхностной плотности силы (давления) ( $\text{Н/м}^2$ ), причем радиальная составляющая обуславливает радиальные вибрации статора, а тангенциальная составляющая – колебания вращающего момента. Эпюры распределения магнитной индукции и тензора натяжения вдоль окружности расточки статора имеют сложный вид, обусловленный рядом факторов: зубчатостью поверхностей статора и ротора, дискретным расположением обмоток в пазах, насыщением сердечника. Поэтому для эффективного анализа вибровозмущающих сил целесообразно перейти к их спектральному представлению в виде рядов Фурье. Ограничимся анализом радиальных вибраций статора. Нормальную составляющую тензора разложим в ряд Фурье [4]

$$T_n(\alpha) = T_{n0} + 2 \sum_{i=1}^{\infty} |T_{ni}| \cos(i\alpha + \arg T_{ni}), \quad (6)$$

где  $T_{n0}$  – постоянная составляющая радиальных усилий;  $|T_{ni}|$  – амплитуда  $i$ -ой пространственной гармоники нормальной составляющей тензора  $T_n(\alpha)$ ;  $\arg T_{ni}$  – “начальная фаза”  $i$ -ой гармоники.

С физической точки зрения появление вибраций в статоре обусловлено вращением результирующего магнитного поля двигателя относительно расточки статора с угловой частотой  $\omega_1$ . Тензоры перемещаются вместе с магнитным полем относительно неподвижного статора и вызывают в нем пульсации электромагнитных сил. Каждая гармоника тензора  $T_{ni}(\alpha) = |T_{ni}| \cos(i\alpha + \arg T_{ni})$ , вращаясь относительно статора с угловой частотой  $\omega_1 = 2\pi f_1 = 2\pi n_1 p$ , возбуждает в статоре радиальные вибрации, изменяющиеся во времени с частотой  $f_i = i f_1 = i n_1 p$ , где  $n_1$  – частота вращения поля (об/с),  $i$  – номер гармоники. Например, если  $n_1 p = 50$  Гц и  $i = 2$ , то частота вибраций 100 Гц. Поэтому каждую гармонику тензора можно представить в виде бегущей вдоль поверхности расточки статора волны:

$$T_n(\alpha, t) = T_{n0} + 2 \sum_{i=1}^{\infty} T_{ni}(\alpha, t) = T_{n0} + 2 \sum_{i=1}^{\infty} |T_{ni}| \cos[i(\omega_1 t - \alpha + \arg T_{ni})]. \quad (7)$$

Разложение тензора в ряды Фурье (6) или (7) не является единственным вариантом его спектрального представления. При численном расчете поля методом конечных элементов исходная функция тензора определяется в виде дискретного набора значений в узлах сетки конечных элементов, расположенных на поверхности статора. В этих случаях удобно применить быстрое дискретное преобразование Фурье (БПФ), которое связывает дискретное число отсчетов  $N$ , выбранных из исходной непрерывной пространственной эпюры  $T_n(\alpha)$ , с ее эквивалентным представлением в частотной области – частотным спектром  $T_{nN}(i)$ . Формула для БПФ записывается следующим образом:

$$T_{nN}(i) = \sum_{r=0}^{\frac{N-1}{2}} T_n(2r) W_{N/2}^{ir} + W_N^i \sum_{r=0}^{\frac{N-1}{2}} T_n(2r+1) W_{N/2}^{ir}, \quad (8)$$

где  $W_N^{ir} = e^{-j \frac{2\pi ir}{N}}$  – поворачивающий множитель,  $W_N^i = e^{-j \frac{2\pi i}{N}}$ . Математическое и программное обеспечение для БПФ приведено в литературе, например, [4].

Процесс радиальной вибрации в каждой точке расточки статора, вызванный  $i$ -ой гармоникой тензора  $T_{ni}(\alpha, t) = |T_{ni}| \cos[i(\omega_1 t - \alpha + \arg T_{ni})]$ , описывается основным уравнением динамики

$$T_{ni}(\alpha, t) = m_e a_{ni}(\alpha, t) = m_e \frac{dv_{ni}(\alpha, t)}{dt}, \quad (9)$$

где  $a_{nk}(\alpha, t)$ ,  $v_{nk}(\alpha, t)$  – соответственно виброускорение и виброскорость, вызванные  $i$ -ой гармоникой тензора;  $m_e$  – приведенная масса статора ( $\text{кг/м}^2$ ), характеризующая способность конструкции сопротивляться действию вибровозмущающих сил. Виброскорость находится из (9) интегрированием с учетом выражения (7) как:

$$v_{ni} = \frac{1}{m_e} \int T_{ni}(\alpha, t) dt = \frac{2|T_{ni}|}{m_e} \int \cos[i(\omega_1 t - \alpha + \arg T_{ni})] dt = V_{mni} \sin[i(\omega_1 t - \alpha + \arg T_{ni})], \quad (10)$$

где  $V_{mni} = 2|T_{ni}|/m_e\omega_1 i = |T_{ni}|/m_e\pi f_1 i$  – амплитуда  $i$ -ой гармоники виброскорости. Среднеквадратичное (действующее) значение виброскорости  $i$ -ой гармоники определяется как

$$v_{eni} = V_{mni} / \sqrt{2} = |T_{ni}| / m_e \sqrt{2} \pi f_1 i. \quad (11)$$

Среднеквадратичное значение суммарной радиальной виброскорости, обусловленное действием *всех учитываемых гармоник* радиальной составляющей тензора, в соответствии выражением (1) находится по следующей формуле:

$$v_{en} = \frac{1}{m_e \sqrt{2} \pi f_1} \sqrt{\sum_{i=1}^N \left( \frac{|T_{ni}|}{i} \right)^2}. \quad (12)$$

Для расчета  $v_{en}$  по формуле (12) необходимо знать величину приведенной массы статора  $m_e$ , которая является важным параметром статора, определяющим его массовые и упругие механические свойства. Этот параметр с учетом особой сложности колебательной системы, которую представляет собой шихтованный обмотанный статор АД, практически не поддается расчету. Однако его можно найти из следующих соображений. Пусть бездефектный статор АД в номинальном режиме работы испытывает предельно допустимую по стандартам радиальную вибрацию, которая характеризуется максимальной среднеквадратичной радиальной виброскоростью  $v_{en \max}$ . Выполнив расчет поля, расщепление тензора и его спектральное разложение, из выражения (12) можем найти:

$$m_e = \frac{1}{v_{en \max} \sqrt{2} \pi f_1} \sqrt{\sum_{i=1}^N \left( \frac{|T_{ni}|}{i} \right)^2}. \quad (13)$$

В дальнейших расчетах найденную по (13) приведенную массу статора  $m_e$  используем как неизменный обобщенный параметр АД.

Последующий этап исследования состоит в построении полевой модели поврежденного АД<sup>(1)</sup>, например, с оборванным стержнем ротора. После расчета распределения тензора натяжения находим по выражению (12) с учетом (13) среднеквадратичное значение радиальной виброскорости  $v_{en}^{(1)}$ , соответствующее возникшему повреждению. При этом, очевидно, окажется, что  $v_{en}^{(1)} > v_{en \max}$ . Введем коэффициент увеличения суммарной вибрации

$$k^{(1)} = v_{en}^{(1)} / v_{en \max}, \quad (14)$$

характеризующий относительное увеличение радиальной виброскорости в измеряемой точке при появлении определенного дефекта. Рассматривая различные варианты повреждений АД, получим таблицу коэффициентов  $\{k^{(m)}\}$ ,  $m = \overline{1, L}$ , где  $L$  – число учтенных повреждений, которая устанавливает взаимно однозначное соответствие между конкретным повреждением АД и величиной радиальной виброскорости в точке сердечника статора, в которой установлен вибродатчик.

На практике необходимо перейти к оценке увеличения виброскорости в относительных единицах, взяв за базисную единицу реально измеренную величину виброскорости конкретного неповрежденного АД, которая может быть существенно меньше, чем установленная стандартами величина  $v_{en \max}$  (например, 2,8 мм/с). Применение относительных единиц позволяет более обосновано использовать в расчетах значение приведенной массы статора  $m_e$ , рассчитанное по выражению (13) при условии  $v_{en} = v_{en \max}$ . При этом следует подчеркнуть, что на практике предварительно должна быть выполнена процедура разделения источников вибрации: устранены механические и аэродинамические составляющие вибрации и выделены вибрации электромагнитного происхождения [5]. Анализ относительного изменения уровня вибрации электромагнитного происхождения и сопоставление его с полученной таблицей позволяет идентифицировать возникшее повреждение, связанное с деформацией магнитного поля двигателя.

**Результаты моделирования.** Приведем результаты моделирования на примере тягового АД типа СТА-1200, предназначенного для привода электровозов. Двигатель имеет следующие данные: мощность  $P=1200$  кВт; номинальное линейное напряжение  $U_{нф}=1080$  В; номинальный фазный ток  $I_{нф}=452$  А; число полюсов  $2p=6$ ; воздушный зазор  $\delta=2$  мм; число пазов статора и ротора  $Z_1=72, Z_2=62$ ; номинальное скольжение  $S=0,01$ ; материал стержней ротора – медь. Численная реализация сформу-

лированной математической модели выполнена с помощью метода конечных элементов в программе COMSOL, а спектральный анализ – в программе MATLAB. Рассмотрены два случая повреждения АД: 1) двигатель имеет относительный эксцентриситет ротора, равный  $\varepsilon=0,52$  ( $\delta_{\max}=2,7$  мм;  $\delta_{\min}=1,3$  мм); 2) в роторе повреждены два рядом лежащих стержня (повреждено 3,2 % от общего количества стержней).

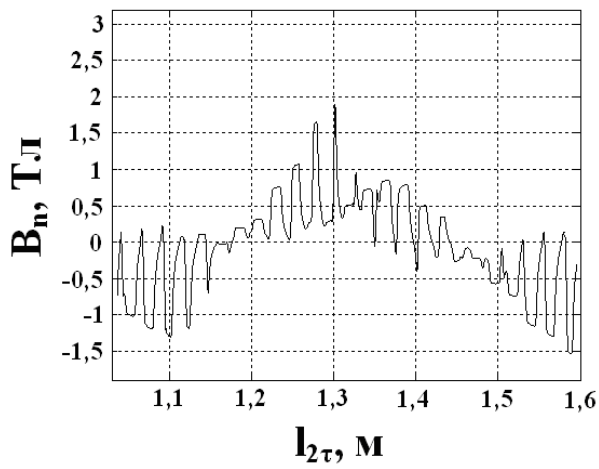
На рис. 1 и рис. 2 показаны распределения нормальной составляющей вектора магнитной индукции в воздушном зазоре и тензора магнитного натяжения на поверхности расточки статора вдоль длины двух полюсных делений  $l_{2\tau}$  для следующих случаев: на рис. 1, а и рис. 2, а изображены графики для неповрежденного АД; на рис. 1, б и рис. 2, б – для двигателя при наличии эксцентриситета  $\varepsilon=0,52$ ; на рис. 1, в и рис. 2, в – для двигателя при наличии двух поврежденных стержней ротора. На рисунках видно существенное возмущение магнитного поля (магнитной индукции) и вибровозмущающих сил (тензора магнитного натяжения) в зоне дефекта конструкции. Так, при эксцентриситете  $\varepsilon=0,52$  амплитуда индукции в дефектном двигателе в зоне минимального зазора возрастает в 1,5 раз, а амплитуда вибровозмущающих сил – в 1,8 раз. При появлении дефекта, связанного с повреждением двух стержней ротора, указанные возмущения индукции и тензора становятся еще более значительными: амплитуда индукции в дефектном двигателе в зоне поврежденных стержней ротора возрастает в 1,7 раз, а амплитуда вибровозмущающих сил – в 2,5 раз.

На рис. 3 показаны спектрограммы тензора магнитного натяжения, полученные в результате разложения в спектр с помощью быстрого дискретного преобразования Фурье (8) приведенных на рис. 2 кривых распределения тензора магнитного натяжения вдоль поверхности расточки статора. Изображенные на рис. 3 спектрограммы характеризуют также и спектр виброускорения, поскольку тензор натяжения и виброускорение связаны между собой линейно в соответствии с выражением (9). Число показанных гармоник равно 30. Гармоники более высокого порядка имеют малое значение. Спектры тензора на рис. 3 (как для неповрежденного АД, так и при его повреждении) содержат большую постоянную составляющую, характеризующую приложенную к статору постоянную силу. Направление действия этой силы определяется двумя различными факторами: во-первых, из-за магнитного притяжения зубцов статора к зубцам ротора на статор действует направленная к центру ротора сжимающая сила; с другой стороны, возникает противоположно направленное электродинамическое усилие отталкивания между токами обмоток статора и ротора. Как показывает анализ, в целом действие первого фактора имеет преобладающее влияние. Тем не менее, на отдельных участках расточки статора, например, при расположении пазов статора напротив пазов ротора, мгновенное усилие отталкивания превышает усилие притяжения, что видно на рис. 2 в виде отрицательных выбросов тензора. Это обстоятельство значительно усложняет спектр тензора магнитного натяжения, наполняя его дополнительными высшими гармониками. Из рис. 3, б, 3, в следует, что при появлении рассматриваемых дефектов АД постоянная составляющая силы на статор возрастает на 10 ... 20 %. В спектрах тензора видна сильная вторая гармоника, создающая вибрации на частоте 100 Гц, а также значительные по величине гармоники с порядками 21 и 24. Появление этих гармоник обусловлено зубчатостью статора и ротора и связано с отношениями  $Z_1 / p$ ,  $Z_2 / p$ .

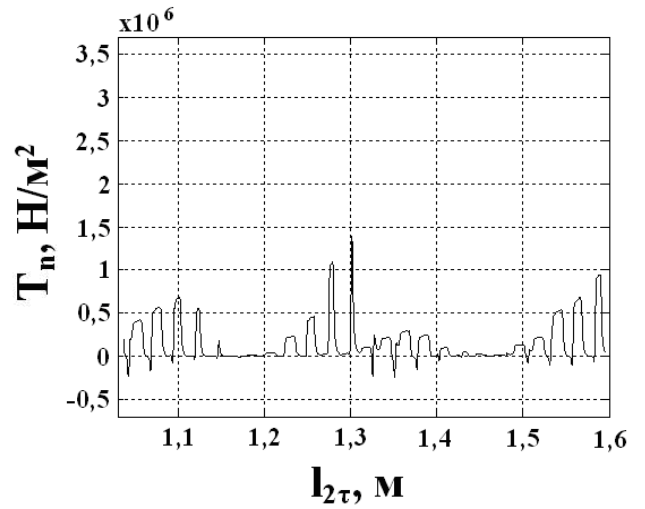
На рис. 4 показаны спектрограммы виброскорости, полученные в результате пересчета изображенных на рис. 3 спектрограмм тензора с помощью выражения (11). Число показанных гармоник виброскорости равно 10, поскольку, как следует из выражения (11), амплитуды гармоник виброскорости быстро убывают с увеличением их порядка. По выражению (13) была рассчитана приведенная масса статора  $m_e$  при условии, что предельно допустимое максимальное значение виброскорости равно  $v_{e\max}=2,8$  мм/с. Приведенная масса составила  $m_e=2,019 \cdot 10^{-7}$  кг/м<sup>2</sup> (на единицу поверхности расточки статора) и в последующих расчетах принималась неизменной.

Спектры виброскорости содержат большую вторую гармонику. Изменения в спектрах виброскорости при возникновении дефектов характеризуются прежде всего появлением значительной “оборотной” гармоники, имеющей порядок 1/3 и вызывающей вибрации статора с частотой 16,6 Гц. Это хорошо видно на рис. 4, в, который соответствует повреждению стержней ротора. Виброскорость на этой гармонике в 1,48 раза превышает виброскорость на второй гармонике и достигает 4,9 мм/с. Появление “оборотной” гармоники обусловлено тем, что поврежденные стержни перемещаются относительно статора с частотой вращения ротора, в данном случае для 6-полюсного АД – с частотой 16,6 об/с. Возникающие при этом вибрации статора по амплитуде модулированы частотой скольже-

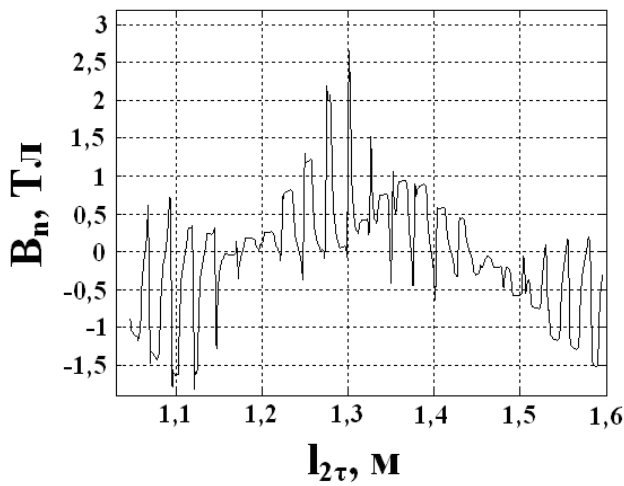
ния ротора, поскольку магнитное поле вращается относительно стержней ротора с частотой скольжения и индуцирует в них соответствующие токи частоты скольжения.



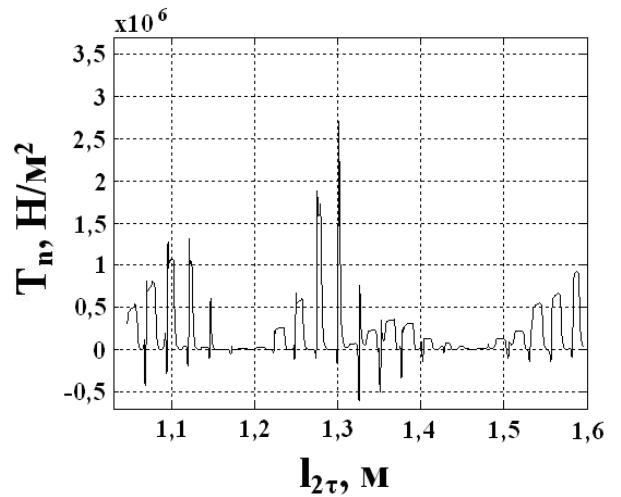
*a*



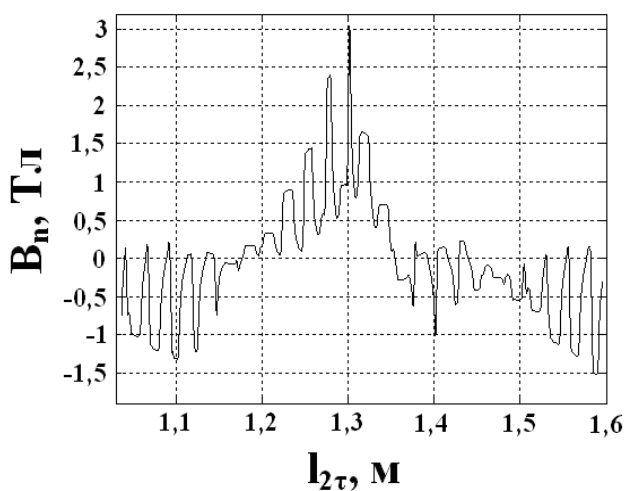
*a*



*б*

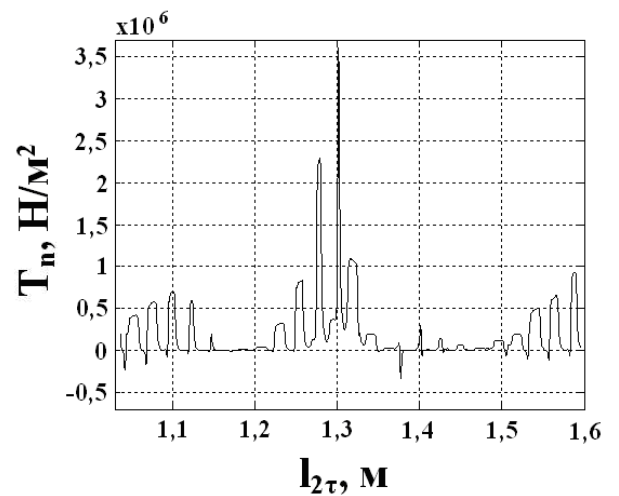


*б*



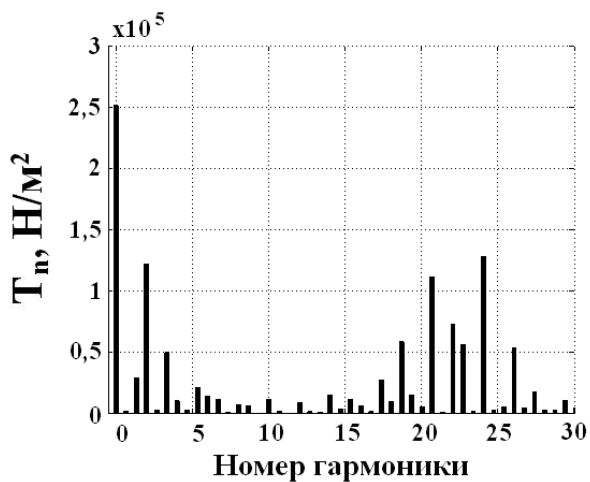
*в*

Рис. 1

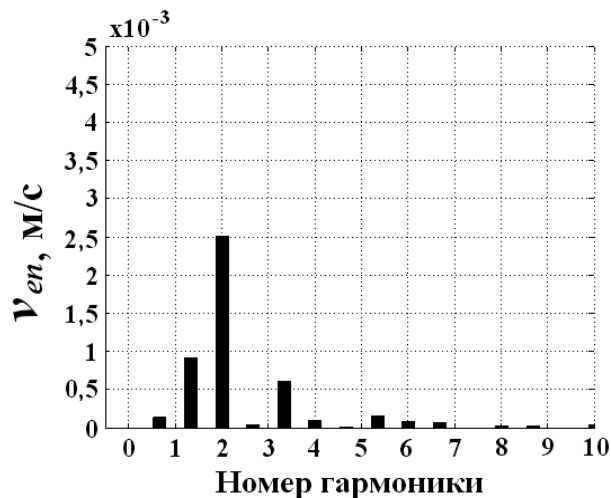


*в*

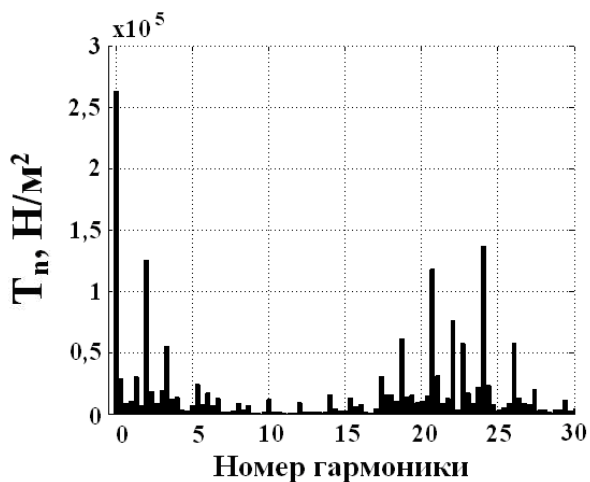
Рис. 2



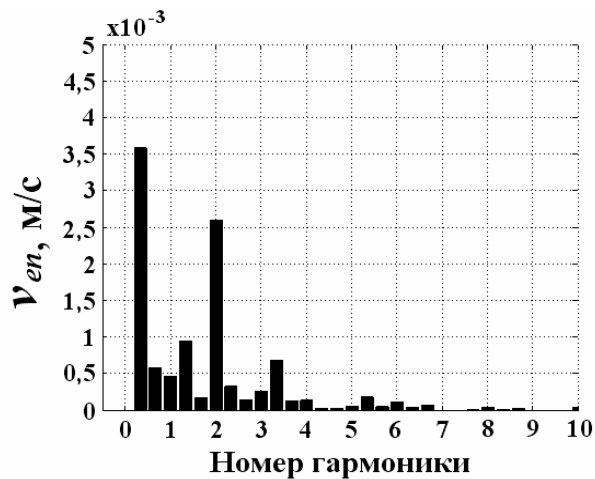
*a*



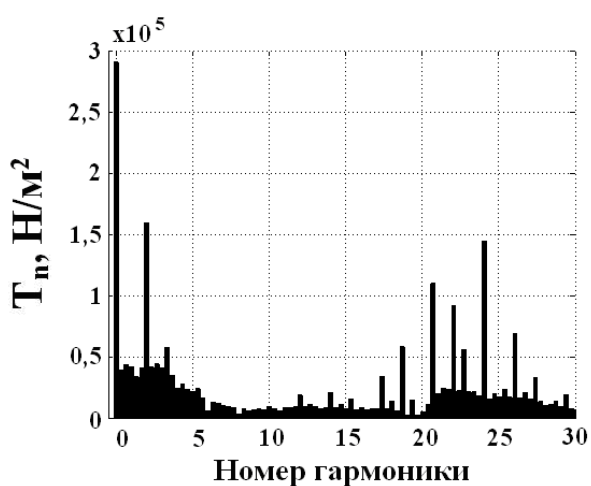
*a*



*б*

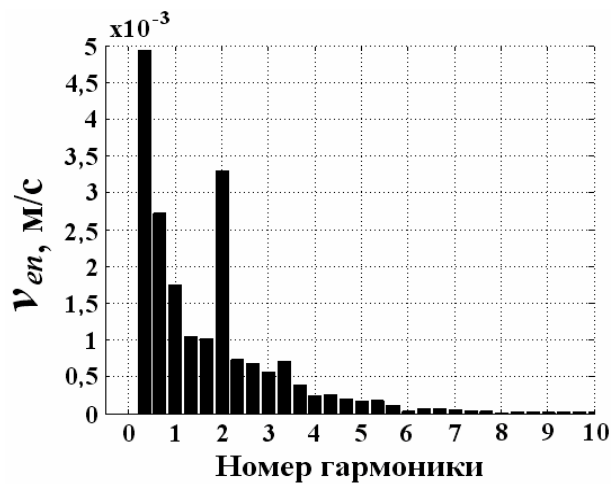


*б*



*в*

**Рис. 3**



*в*

**Рис.4.**

Аналогичные изменения в спектре виброскорости наблюдаются и при статическом одностороннем эксцентриситете ротора (рис. 4, б), который возникает при смещении продольных осей стато-



ра и ротора. При этом модуляции вибраций не происходит, поскольку ротор не содержит поврежденных стержней. Очевидно, что характер и наполнение спектров существенно зависят от характера дефекта двигателя. Например, если два поврежденных стержня расположены не рядом, а на диаметрально противоположных участках ротора, то частота “оборотной” гармоники в спектре удвоится и составит 33,3 Гц, т.к. возмущения магнитного поля над каждой точкой статора будут появляться с удвоенной частотой.

Расчет среднеквадратичного значения суммарной виброскорости по выражению (12) для двух рассмотренных повреждений показал, что по сравнению с исправным тяговым АД коэффициент увеличения суммарной радиальной вибрации возрастает в 1,683 раза при появлении эксцентриситета ротора  $\varepsilon=0,52$ ; и в 2,542 раза – при наличии двух расположенных рядом поврежденных стержней ротора. Такое увеличение уровня вибраций весьма велико и легко фиксируется штатными датчиками виброскорости. При этом, увеличение коэффициента суммарной вибрации достаточно хорошо коррелируется с конкретными видами дефекта АД, что позволяет использовать метод суммарных вибраций для идентификации повреждений при диагностике технического состояния АД.

### **Выводы.**

1. Разработаны математические модели АД, которые позволяют рассчитать вибровозмущающие силы электромагнитного происхождения и определить увеличение уровня радиальной вибрации двигателя при появлении дефекта его конструкции. Показана взаимосвязь относительного увеличения измеряемого сигнала датчика виброскорости с характером повреждения АД.

2. Предложенный метод суммарных вибраций позволяет не только выявить, но и идентифицировать дефекты конструкции АД, ведущие к деформации электромагнитного поля в его активной зоне.

3. Совместный анализ спектра виброскорости и коэффициента увеличения суммарной радиальной вибрации статора мощного АД позволяет повысить достоверность диагностики его технического состояния.

1. *Васьковський Ю.М.* Польовий аналіз електричних машин. – Київ, НГУУ «КП», 2007. – 191 с.
2. *Васьковський Ю.М., Гайдено Ю.А.* Дослідження методами теорії поля характеристик асинхронних двигунів при несиметрії параметрів ротора // Електротехніка і електромеханіка. – 2007. – №3. – С. 19–22.
3. *Межгосударственный стандарт ГОСТ 20815-93.* Машины электрические вращающиеся. Механическая вибрация некоторых видов машин с высотой оси вращения 56 мм и более // ИПК Издательство стандартов, 1996.
4. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. – Наука: М., 1977. – 832 с.
5. *Оппенгейм А., Шафер Р.* Цифровая обработка сигналов. – М.: Техносфера, 2006. – 856 с.
6. *Шубов И.Г.* Шум и вибрация электрических машин. – Л.: Энергоатомиздат, 1986. – 207 с.

Надійшла 23.02.2010

**До уваги читачів!** В журналі "Технічна електродинаміка" №2, 2010 р. було припущено помилку у прізвищі автора О.А.Гераскіна англійською мовою: слід читати О.А.Geraskin.

УДК 621.311:681.5

**О.В.Кириленко**, академік НАН України, **В.В.Павловський**, канд.техн.наук, **Л.М.Лук'яненко**, канд.техн.наук (Інститут електродинаміки НАН України, Київ), **В.Б.Зайченко** (НЕК «Укренерго», Київ)

## АНАЛІЗ РЕЖИМІВ РОБОТИ МЕРЕЖ «КИЇВСЬКОГО КІЛЬЦЯ» ЗА НАПРУГОЮ В ПОТОЧНІЙ ТА ПЕРСПЕКТИВНІЙ СХЕМАХ ОЕС УКРАЇНИ

*Розглянуто режими роботи мереж 330 кВ «київського кільця» Центральної енергосистеми за рівнями напруги для поточної та перспективної схем ОЕС України. Визначено найбільш критичні за напругою режими та шини за даними 2008 р., проаналізовано вплив мережевого будівництва (до 2015 р.) на вказані режими роботи та запропоновано заходи, що спрямовані на забезпечення стійкості за напругою в центральній енергосистемі ОЕС України.*

*Рассмотрены режимы работы сетей 330 кВ «киевского кольца» Центральной энергосистемы по уровням напряжения для текущей и перспективной схем ОЭС Украины. Определены наиболее критические по напряжению режимы и шины по данным 2008 года, проанализировано влияние сетевого строительства (до 2015 г.) на указанные режимы работы и предложены соответствующие мероприятия, направленные на обеспечение устойчивости по напряжению в центральной энергосистеме ОЭС Украины.*

**Вступ.** В умовах практичної відсутності мережевих засобів регулювання реактивної потужності, що значною мірою характерно для об'єднаної енергосистеми (ОЕС) України, генерування реактивної потужності в енергосистемах виконується, в основному, генераторами електростанцій та теплоелектроцентралей (ТЕЦ). Причому, останні переважно працюють з фіксованим коефіцієнтом потужності і не є регульованим джерелом реактивної потужності. Ще одним нерегульованим джерелом або споживачем реактивної потужності (в залежності від рівня навантаження) є високовольтні лінії електропередачі (ЛЕП). В ОЕС України більшість ЛЕП працюють з навантаженням меншим, ніж їхня натуральна потужність, і тому генерують реактивну потужність [5]. Так, наприклад, ЛЕП-750 кВ при половинному навантаженні від натуральної потужності, довжиною 400 км, генерує близько 700 Мвар, а на холостому ході – до 900 Мвар.

Таким чином, на сьогодні, єдиним регульованим джерелом реактивної потужності в ОЕС України залишаються генератори на електростанціях. Однак вони працюють в межах експлуатаційних характеристик, які мають звужені діапазони регулювання реактивної потужності. Тому використання лише традиційних генераторів в умовах відсутності ринку допоміжних послуг не дозволяє надійно планувати режими ОЕС України з точки зору стійкості за напругою та суттєво обмежує можливості оптимізації за критерієм мінімуму втрат електроенергії.

Останнім часом розроблено генератори з розширеними можливостями щодо регулювання реактивної потужності – асинхронні і асинхронізовані [6]. Застосування таких генераторів дозволяє нормалізувати напругу на шинах станції та здійснювати плавне регулювання реактивної потужності в досить широкому діапазоні.

Слід також зазначити, що збільшення долі атомних електростанцій (АЕС) в структурі генерування електроенергії в Україні призводить до утворення потужних концентрованих енерговузлів (наприклад, встановлена потужність Запорізького енерговузла, що включає ДніпроГЕС, Запорізьку ТЕС та АЕС, складає 11 ГВт) та, відповідно, до суттєвого збільшення перетоків в перетинах «видачі потужності». Все це значно загострює проблему забезпечення стійкості режимів. При цьому відбувається також і концентрація генерування реактивної потужності, яку (на відміну від активної потужності) транспортувати в інші енергорайони не видається можливим. Вказані процеси вже сьогодні призвели до практично повного вичерпання резервів з регулювання реактивної потужності на елек-

трянцях та виникнення локальних дефіцитів реактивної потужності в багатьох енергорайонах ОЕС України. В той же час, в ОЕС України є дуже великі «резерви» з реактивної потужності, сконцентровані у вузлах мережі 750 кВ, на ввімкнених шунтувальних реакторах (ШР). Ці «резерви» існують за умов роботи ЛЕП 750 кВ з навантаженням нижче натуральної потужності. Як приклад, станом на 2008 рік «резерви» реактивної потужності на ШР 750 кВ склали близько 7,6 Гвар (6,7 Гвар оцінка для 2015 року). Інша справа, що ефективне використання цих резервів пов'язане із необхідністю вирішення цілої низки технологічних задач.

З огляду на вказану ситуацію, в ОЕС України дуже гостро постає питання щодо забезпечення безаварійної роботи. При цьому слід зазначити, що порушення стійкості за напругою, пов'язане з дефіцитом реактивної потужності та виникненням «лавини» напруги, супроводжує практично кожну системну аварію [4,8]. Таким чином, проблема аналізу режимів роботи ОЕС України з точки зору оцінки та забезпечення статичної стійкості за напругою для умов сьогодення та на перспективу набуває особливої актуальності. Мова йде про встановлення проблемних енергорайонів в ОЕС України та визначення відповідних заходів для усунення причин виникнення таких режимів.

Стійкість за напругою – це здатність енергосистеми підтримувати стійкі та прийнятні рівні напруги на усіх системах шин (СШ) як у нормальних, так і у післяаварійних режимах та ремонтних схемах [3]. Поняття стійкості за напругою широко застосовується за кордоном [7,9]. В Україні до теперішнього часу воно знаходило застосування досить рідко. Крім того, слід взяти до уваги наміри України стосовно входження до європейської енергетичної спільноти. З цієї точки зору задача опанування та використання сучасних світових підходів до аналізу стійкості за напругою режимів роботи енергосистем є доцільною та актуальною.

**Аналіз режимів роботи «київського кільця».** Закриття Чорнобильської АЕС призвело до перетворення Центральної енергосистеми (ЦЕС) України в енергодефіцитний район. Перетік через перетин ОЕС Україна-Київ в режимі максимуму навантажень за даними 2008 року склав близько 2016 МВт. Результати моделювання для перспективної схеми 2015 року і відповідних режимів показали, що ця величина буде складати близько 2550 МВт. При цьому обмежуючим чинником збільшення обсягів передачі потужності через перетин є стійкість за напругою. За таких умов передбачене будівництво потужних блоків на Хмельницькій АЕС (блоки по 1000 МВт) не дозволяє повністю вирішити проблеми дефіциту генеруючих потужностей в ЦЕС.

Проаналізуємо структуру балансу реактивної потужності в ЦЕС. Згідно з результатами моделювання, величина генерування реактивної потужності в ЦЕС у режимі максимуму 2008 року склала 2999 Мвар, з яких 1665 Мвар, або 56%, належить генераторам електростанцій Трипільської ТЕС, Київських ТЕЦ-5, ТЕЦ-6 та Дар.ТЕЦ (близько 19 Мвар на блок станції). Інші 1334 Мвар, або 44%, генерувалося ЛЕП. Споживання становило 2840 Мвар, з яких 1705 Мвар, або 60%, це – електроустановки споживачів (двигуни, втрати в розподільних мережах тощо), 321 Мвар (11%) – втрати в автотрансформаторах та трансформаторах ЦЕС і 814 Мвар (29%) – ШР. Таким чином, в цілому ЦЕС є профіцитною за реактивною потужністю і, на перший погляд, суттєвих проблем з напругою не повинно виникати.

Серед джерел реактивної потужності в ЦЕС частка теплоелектроцентралей (Київські ТЕЦ-5, ТЕЦ-6 та Дар. ТЕЦ) складає майже 50%. Таким чином, враховуючи складність та неефективність транспортування реактивної потужності по електричних мережах, режим роботи київських ТЕЦ відіграє визначальну роль для забезпечення стійкості за напругою в цьому районі. Проведемо аналіз можливих ситуацій з урахуванням цього фактору. Для початку розглянемо рівні напруг для ПС-330 кВ ЦЕС в режимі максимуму навантаження 2008 року (рис. 1, а) та в режимі, коли генерування електричної енергії на київських ТЕЦ знижено до 200 МВт (рис. 1, б).

Аналіз рис. 1 показує деградацію рівнів напруги в мережі 330 кВ ЦЕС при зниженні генерування електричної енергії київськими ТЕЦ. Для нормалізації напруги в цих режимах необхідно ввести додаткові резерви з реактивної потужності. З метою їхнього планування визначимо особливе місце в «київському кільці», яке дозволяє найбільш ефективно впливати на рівні напруг в мережі 330 кВ кільця і стабілізація напруги в якому є першочерговою задачею. До складу кільця входять наступні підстанції (ПС): ПС-330 Броварська, Північна, Жовтнева, Новокиївська, Західна (в схемі 2015 року) та СШ-330 Київських ТЕЦ-5, ТЕЦ-6.

Для розв'язання задачі ідентифікації особливого місця використаємо найбільш прийнятний, в даному випадку, метод чутливості, що передбачає визначення усіх елементів скороченого Якобіану  $J_R$  [3] (як діагональних, так і недіагональних). Метод дозволяє отримати взаємні  $VQ$ -чутливості у

формі варіації напруги на всіх СШ ( $V_i$ ) при зміні реактивної потужності на одній (цільовій) СШ ( $Q_j$ ). Недіагональні елементи матриці  $J_R$  визначають зміни рівнів напруги на  $i$ -ій СШ при зміні реактивної потужності на  $j$ -ій СШ. Найбільша величина чутливості ( $\partial V_i/\partial Q_j$ ) свідчить, що зміна балансу реактивної потужності на  $j$ -ій СШ буде мати найбільший вплив на напругу  $i$ -ої СШ. Результати обчислень чутливості зведені у табл. 1. та показані на рис. 2. Наприклад, значення на перетинах рядку ПС Жовтнева зі всіма стовбцями табл. 1 відображає вплив на рівень напруги на СШ-330 ПС Жовтнева варіацій реактивної потужності на всіх СШ-330 ЦЕС.

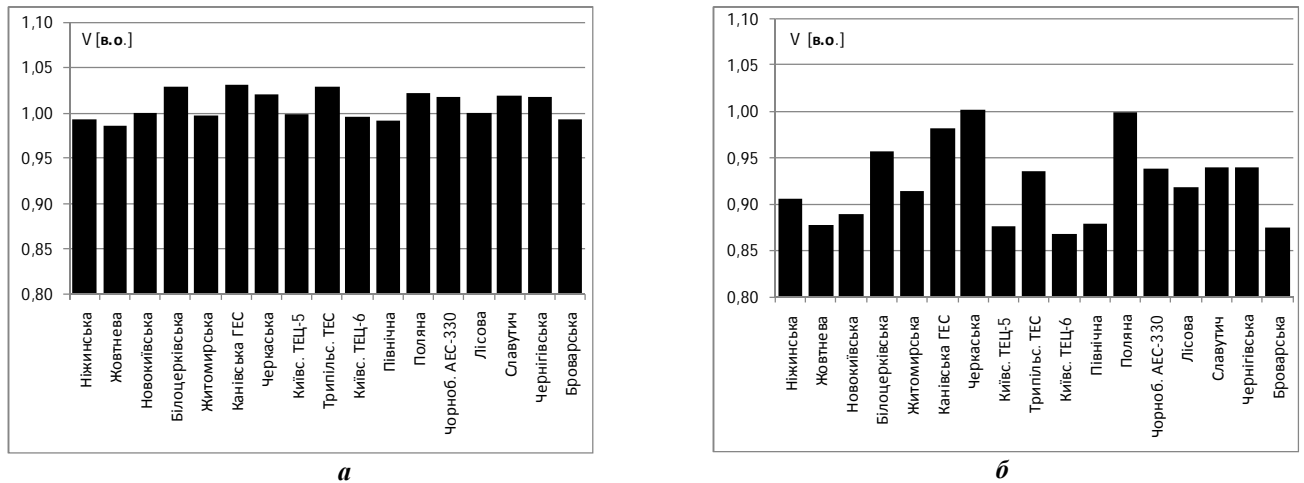


Рис. 1

Інтегральний вплив всіх цільових СШ-330кВ (на яких створювалися варіації реактивної потужності) на напругу певної ( $i$ -ої) СШ можливо визначити як суму

$$S_{1i} = \sum_{j=1}^M (\partial V_i / \partial Q_j), \quad (1)$$

де  $M$  – загальна кількість цільових СШ-330 кВ ЦЕС.

Цей інтегрований показник дозволяє виявити підстанції, напруга на яких найбільш та найменш чутлива до компенсації реактивної потужності на цільових СШ. З іншого боку, значення на перетинах стовпця ПС Жовтнева зі всіма рядками табл.1 відображає вплив варіацій реактивної потужності на СШ-330 ПС Жовтнева на рівні напруги на всіх СШ-330 ЦЕС.

Аналогічно, інтегральний вплив варіацій реактивної потужності на певній цільовій ( $j$ -ій) СШ-330 кВ на рівні напруги на всіх СШ ЦЕС

$$S_{2j} = \sum_{i=1}^N (\partial V_i / \partial Q_j), \quad (2)$$

де  $N$  – загальна кількість СШ-330 кВ ЦЕС.

Цей інтегрований показник дозволяє виявити підстанції, компенсація реактивної потужності на яких має найбільший та найменший вплив на рівні напруги на всіх СШ, що аналізуються. Якщо нас, в першу чергу, цікавлять СШ підстанцій «київського кільця», тоді слід у формулі (2) провести підсумовування не по всіх ПС, а лише по ПС «київського кільця». Тобто  $N$  буде відповідати кількості СШ-330 кВ ПС «київського кільця».

Кожній кривій на рис. 2 відповідає СШ-330 кВ, де може бути встановлено компенсуючий пристрій реактивної потужності. Оптимальному місцю встановлення такого пристрою відповідає СШ-330 кВ з найбільшою інтегральною чутливістю по діапазону «київського кільця» (найбільша сума  $S'_{2j}$ ).

Аналіз результатів дозволяє встановити, що найбільш ефективним місцем приєднання компенсуючого пристрою (наприклад, статичного тиристорного компенсатора – СТК) з точки зору впливу на рівні напруги «київського кільця» є ПС-330 кВ Жовтнева. Крім того, як видно з рис. 2 існує гостра потреба в реактивній потужності для забезпечення підтримки нормативних рівнів напруги на

ПС-330 кВ Житомирська та Лісова. З точки зору впливу на рівні напруги на зазначених ПС найбільш ефективним місцем для встановлення СТК є СШ-330 кВ ПС Житомирська. Однак, з урахуванням пріоритетності «київського кільця» надалі розглянуто варіант, що відповідає встановленню СТК на ПС Жовтнева. Варіант встановлення СТК на ПС Житомирська може розглядатися у разі встановлення двох СТК в ЦЕС.

Таблиця 1

$dV_i/dQ_j$ [кВ/Мвар]	ПС Броварс.	ПС Північна	ПС Жовтнева	ПС Новокиїв.	ПС Житомир.	ПС Ніжинс.	сума $S_{ij}$
ПС Броварс.	0,037	0,013	0,011	0,013	0,006	0,020	0,099
СШ КТЕЦ-6	0,019	0,017	0,009	0,010	0,006	0,011	0,071
СШ КТЕЦ-5	0,018	0,011	0,016	0,019	0,007	0,010	0,080
ПС Північна	0,013	0,023	0,010	0,011	0,007	0,008	0,072
ПС Новокиїв.	0,013	0,011	0,020	0,023	0,009	0,008	0,084
ПС Жовтнева	0,011	0,010	0,045	0,020	0,007	0,006	0,099
ПС Ніжинс.	0,019	0,008	0,006	0,007	0,006	0,041	0,087
СШ Трип.ТЕС	0,009	0,008	0,014	0,016	0,013	0,006	0,066
ПС Чернігів.	0,011	0,007	0,005	0,005	0,010	0,026	0,064
ПС Славутич	0,009	0,008	0,005	0,006	0,013	0,019	0,060
ПС Лісова	0,007	0,008	0,006	0,008	0,055	0,008	0,091
ПС Житомир.	0,006	0,007	0,007	0,008	0,075	0,007	0,111
ПС ЧАЕС-330	0,007	0,009	0,005	0,006	0,017	0,011	0,055
ПС Білоцерк.	0,004	0,004	0,006	0,007	0,007	0,003	0,032
СШ КанГЕС	0,003	0,003	0,005	0,005	0,004	0,002	0,022
ПС Поляна	0,001	0,001	0,002	0,002	0,002	0,001	0,009
ПС Черкаська	0,001	0,001	0,001	0,002	0,001	0,001	0,007
сума $S_{2j}$	0,188	0,148	0,171	0,169	0,246	0,186	
$S'_{2j}$ тільки для Київс. кільця	0,110	0,085	0,109	0,096	0,043	0,063	

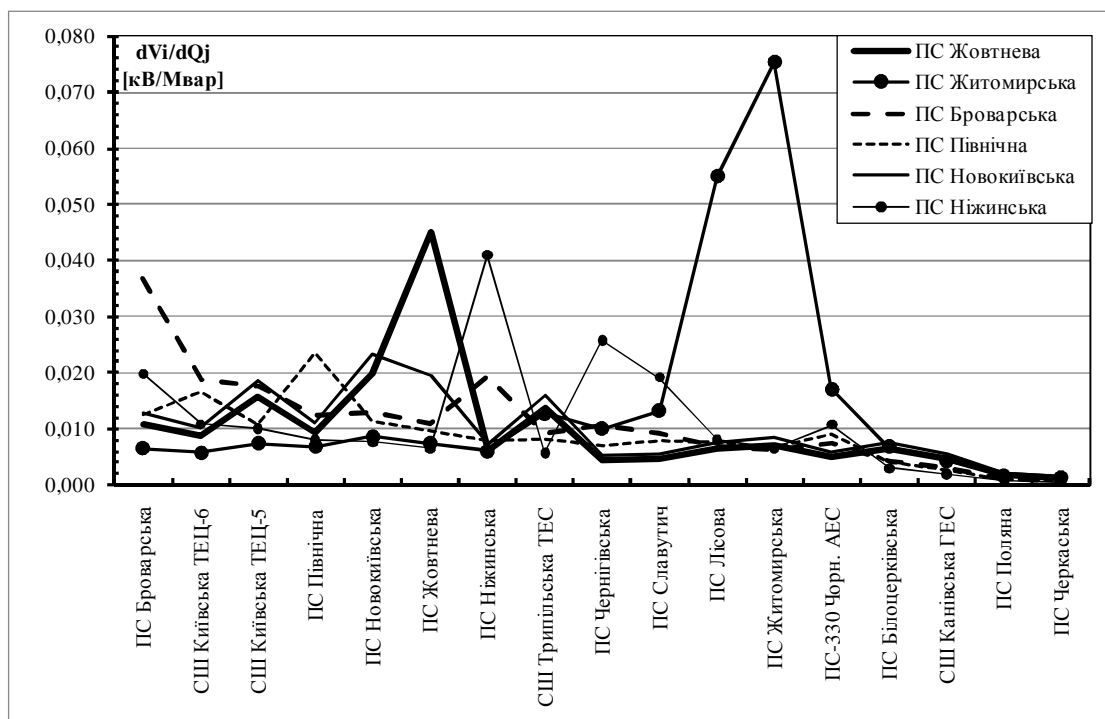


Рис. 2

Спираючись на запропонований підхід [3] було побудовано ряд  $QV$ -кривих для ПС-330 кВ Жовтнева (рис. 3) із врахуванням можливих режимів роботи ЦЕС (для умов 2008 р.).

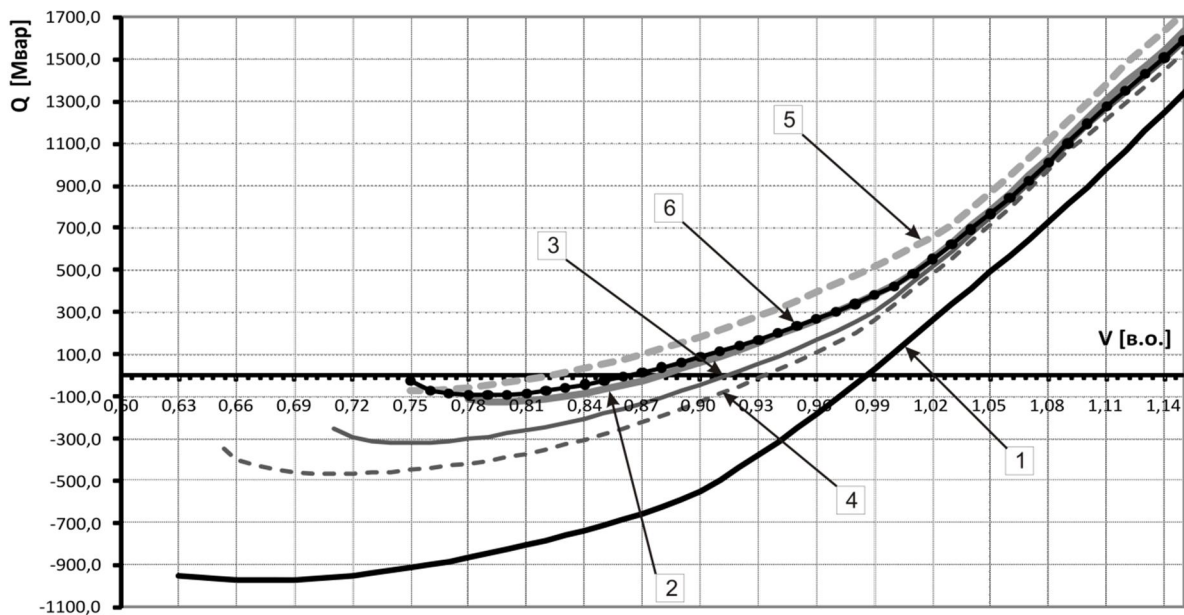


Рис. 3

На рис. 3 показано  $QV$ -криві для ПС-330 кВ Жовтнева: 1 – режим А: режим максимального навантаження; 2 – режим Б: режим зниження генерації Київських ТЕЦ до 200 МВт; 3 – режим В: режим зниження генерації Київських ТЕЦ до 200 МВт при вимкненні одного ШР-750 на ЧАЕС; 4 – режим Д: режим зниження генерації Київських ТЕЦ до 200 МВт при вимкненні двох ШР-750 на ЧАЕС; 5 – режим Е: режим зниження генерації Київських ТЕЦ до 200 МВт при вимкненні одного ШР-750 на ЧАЕС та ЛЕП 330 кВ Чорнобильська АЕС - Північна; 6 – режим З: режим зниження генерації Київських ТЕЦ до 200 МВт при вимкненні одного ШР-750 на ЧАЕС та ЛЕП 330 кВ Трипільська ТЕС - Канівська ГЕС;

З рисунка видно, що в режимі зимового максимуму навантажень 2008 року на вказаній ПС рівні напруг становлять близько 0,99 в.о., що є цілком задовільним. В той же час, аналіз режиму, коли генерування на київських ТЕЦ знижено (режим Б, крива 2), показав, що рівні напруги суттєво просядають, навіть нижче допустимого діапазону, аж до 0,88 в.о. На даний час, за умови вимкнення ШР на ПС Чорнобильська АЕС-750 такі режими (режим В та Д) можна вважати допустимими. Рівні напруг складають 0,91 в.о. та 0,93 в.о. при вимкненні одного (режим В, крива 3) та двох (режим Д, крива 4) реакторів відповідно. Проте з виводом із експлуатації СШ-750 Чорнобильської АЕС проблема значно загостриться. Також слід відзначити, що тільки із вимкненими ШР на Чорнобильській АЕС-750 можуть «існувати» режими для деяких ремонтних/аварійних схем, пов'язаних в вимкненням ЛЕП-330: Чорнобильська АЕС – Північна (режим Е, крива 5) та Трипільська ТЕС – Канівська ГЕС (режим З, крива 6). З урахуванням вказаного, було визначено величини реактивної потужності, що необхідні для підтримки напруги на рівнях 1,0 в.о. та 0,9 в.о., на ПС Жовтнева (табл. 2).

Таблиця 2

Бажане $U, [в.о.]$	Режим, [Мвар]					
	А	Б	В	Д	Е	З
1,0	100	430	370	<b>340</b>	560	420
0,9	-550	60	-50	120	<b>180</b>	90

Вимкнення ШР створює додаткове «джерело» реактивної потужності, величина якої визначається номінальною потужністю самого ШР (330 Мвар для трьох фаз одного ШР-750 кВ в ОЕС України) з урахуванням квадратичної залежності від величини відносної напруги в точці приєднання. Однак, аналіз табл. 2 показав, що вимкнення одного ШР-750 кВ на Чорнобильській АЕС не має суттєвого впливу на регулювання напруги «київського кільця», його еквівалент складає лише 60 Мвар (430–370 Мвар). Іншими словами, при вимкненні ШР-750 кВ на Чорнобильській АЕС потужністю 330 Мвар (перехід з режиму Б до режиму В) потреба в реактивній потужності на ПС Жовтнева зменшується лише на 60 Мвар. Це ще раз підтверджує, що регулювання напруги за допомогою ШР-750 кВ хоч і можливе, але вкрай неефективне.

Таким чином, можна зробити висновок, що при зниженому генеруванні електричної енергії київськими ТЕЦ регіон «київського кільця» стає досить нестабільним і будь-яке відключення елементів в ЦЕС може призвести до серйозної аварії. Тому, для усунення вказаної проблеми потрібно додатково встановити джерело реактивної потужності близько 300–350 Мвар.

Для перевірки ефективності наведених вище заходів у майбутньому досліджено вплив мережевого будівництва та перспективних режимів 2015 року на критичні СШ, що визначені на режимній базі 2008 року. До 2015 року в ЦЕС планується розбудова ПС Київська-750/330, будівництво ПС-330 Західна, будівництво нових ЛЕП-750 (ПС Київська-750 – Рівненська АЕС та Київська-750 – Хмельницька АЕС), ЛЕП-330 (двох ЛЕП Київська-Західна, Західна – Новокиївська та Західна – Північна), а також вивід з роботи ЛЕП-750 (Чорнобильська АЕС - Хмельницька АЕС) та ЛЕП-330 (Новокиївська – Північна). Якщо розвиток мережевого будівництва та введення нових генеруючих потужностей, що планується до 2015 року, разом будуть призводити до усунення проблем з напругою, тоді немає потреби у розробці спеціальних заходів, пов'язаних з додатковими капіталовкладеннями. Однак, якщо проблема з рівнями напруги в 2015 році залишиться, то слід розробляти відповідні заходи та проводити оцінку їхньої ефективності.

Таблиця 3

Режим		Макс. навантаження 2008			Макс. навантаження 2015			
		Звичайний	Зниження генер.		Звичайний	Зниження генер.		
			до 380	до 200		до 440	до 340	до 190
Генерування	Блок	МВт						
Київс. ТЕЦ-5	1	100	0	0	260	0	0	0
	2	100	100	100	95	95	95	95
	3	165	100	100	95	95	95	95
	4	0	0	0	250	0	0	0
Дар. ТЕЦ	1	163	0	0	150	0	150	0
Київс. ТЕЦ-6	1	180	180	0	250	250	0	0
	2	180	0	0	250	0	0	0
<b>Всього</b>		<b>888</b>	<b>380</b>	<b>200</b>	<b>1350</b>	<b>440</b>	<b>340</b>	<b>190</b>
Трипіл. ТЕС	1	283	283	283	240	240	240	240
	2	283	283	283	240	240	240	240
	3	124	124	124	240	240	240	240
	4				240	240	240	240
	5				240	240	240	240
<b>Всього (ТЕЦ та Трипіл. ТЕС)</b>		<b>1578</b>	<b>1070</b>	<b>890</b>	<b>2550</b>	<b>1640</b>	<b>1540</b>	<b>1390</b>
<b>Перетин ОЕС Україна-Київ</b>		<b>2017</b>	<b>2401</b>	<b>2433</b>	<b>2553</b>	<b>3191</b>	<b>3267</b>	<b>3362</b>
<b>Навантаження ЦЕС</b>		4539	4397	4237	5914	5642	5626	5552
<b>Генерування ЦЕС</b>		2667	2159	1979	3597	2687	2587	2437
<b>U на СШ-330, [в.о.]</b>								
<b>Північна</b>		0,99	0,95	0,88	0,97	0,92	0,91	0,87
<b>Жовтнева</b>		0,99	0,94	0,88	0,97	0,91	0,9	0,87
<b>Новокиївс.</b>	1		0,95	0,89	0,99	0,93	0,93	0,89
<b>Броварська</b>		0,99	0,94	0,88	0,97	0,91	0,91	0,87
<b>Західна</b>					0,98	0,93	0,92	0,89

Результати моделювання та аналіз режимів перспективної схеми ОЕС України до 2015 року дозволили встановити, що мережеве будівництво не вирішує повністю вказаних проблем з напругою

в «київському кільці». Напруги на СШ-330 кВ ПС «київського кільця» в режимі максимуму навантаження 2015 року в нормальній схемі становлять: 0,97–0,99 в.о. Вимикання елементів (ліній та/або трансформаторів) не призводить до недопустимого зменшення напруги, за винятком вимкнення ЛЕП-330 кВ Хмельницька АЕС – Шепетівка, коли відбувається зниження напруги на СШ-330 кВ ПС Шепетівка, Житомирська та Лісова. Однак в режимі зменшення генерування київськими ТЕЦ до 440, 340 та особливо до 190 МВт (відповідно до складу блоків) проблеми з напругою на ПС-330 кВ «київського кільця» знову досить гостро проявляються (табл. 3).

Аналіз табл. 3 показує, що режим напруги для схеми 2008 року (максимум навантаження) із зниженням генерування на київських ТЕЦ до 200 МВт майже повністю ідентичний такому самому режиму напруг для схеми 2015 року із врахуванням мережевого будівництва, але також із зниженням генерування на київських ТЕЦ приблизно до 200 МВт (190 МВт).

Для стабілізації режимів напруги ПС ЦЕС, зокрема «київського кільця», та забезпечення збільшення обсягів транспортування активної потужності в умовах зменшення генерування на київських ТЕЦ пропонується встановлення СТК та приєднання його до мережі 330 кВ. Потужність СТК повинна бути достатньою, щоб забезпечувати в ремонтних та аварійних схемах у мережі 330 кВ рівні напруги не менше, ніж 0,9 в.о. При виборі потужності слід також враховувати ефект насичення, що настає, коли збільшення потужності СТК практично не призводить до підвищення напруги. Додатково, з метою обґрунтування вибору потужності СТК, були побудовані та деталізовані відповідні  $QV$ -криві (рис. 4).

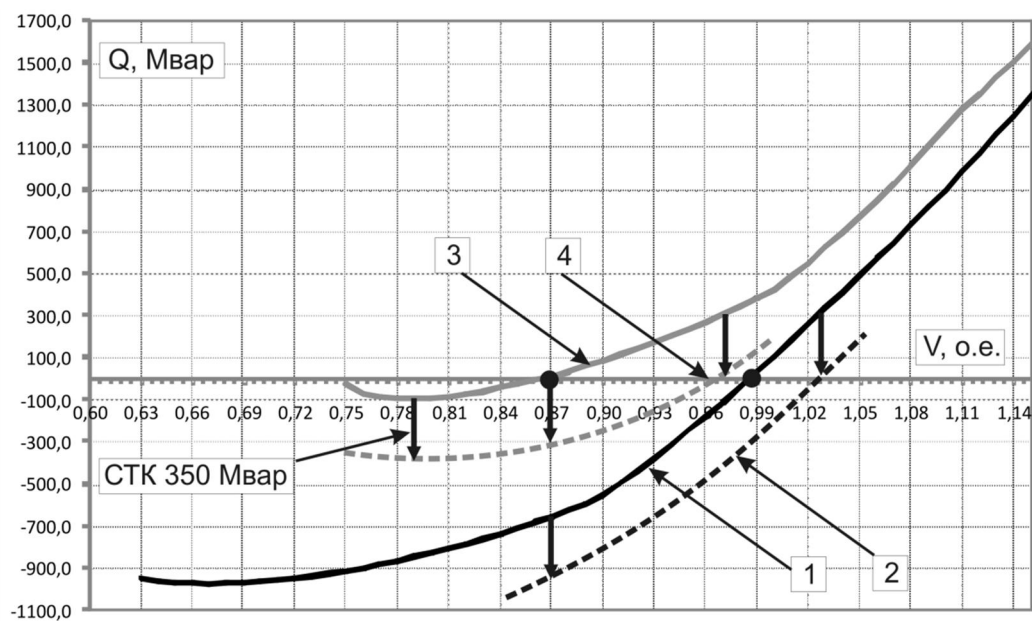


Рис. 4

Наведені залежності показують вплив встановлення компенсуючого пристрою на рівні напруги на ПС-330 Жовтнева. Крива 1 на рис. 4 відповідає режиму А (як і на рис. 3), а крива 2 – тому самому режиму А, проте після встановлення СТК. У режимі Б (генерування київських ТЕЦ знижено) рівні напруги суттєво зменшуються (крива 3). У режимах максимуму навантажень 2008 року при зниженні генерування на київських ТЕЦ до 200 МВт встановлення одного потужного СТК-350 Мвар на СШ-330кВ ПС Жовтнева (крива 4) дозволяє стабілізувати напруги в мережі 330 кВ ЦЕС та «київського кільця», зокрема, в ремонтних та аварійних схемах на рівні 0,88–0,89 в.о. Виняток складає лише режим вимкнення ЛЕП-330 Хмельницька АЕС–Шепетівка, що характеризується суттєвим зменшенням напруги на ПС Шепетівка, Житомирська та Лісова. Вирішення цієї окремої проблеми може бути знайдено шляхом встановлення другого СТК на ПС Житомирська.

#### Висновки.

Для забезпечення надійного живлення електричною енергією енергорайону м. Києва серед інших слід вирішити задачу забезпечення стійкості за напругою центральної частини ОЕС України.



Київські ТЕЦ відіграють визначальну роль у роботі центральної енергосистеми і при зниженні генерування на них весь район мереж 330 кВ «київського кільця» стає досить нестабільним з точки зору стійкості за напругою. Заплановане перспективне будівництво на період до 2015 року та введення нових потужних блоків на Хмельницькій АЕС не дозволяють повністю вирішити вказану проблему. У зв'язку з цим, слід передбачити введення в експлуатацію додаткових, маневрових резервів з реактивної потужності обсягом близько 350 Мвар у районі ПС-330 Жовтнева, що забезпечить нормалізацію рівнів напруги та покращення стійкості режимів роботи магістральних мереж Центральної енергосистеми.

1. *Веников В.А.* Переходные электромеханические процессы в электрических системах. – М.: Высшая школа, 1985. – 536 с.
2. *Жданов П.С.* Вопросы устойчивости электрических систем. – М.: Энергия, 1979. – 456 с.
3. *Кириленко О.В., Павловський В.В., Лук'яненко Л.М., Зорін Є.В.* Аналіз стійкості енергетичних систем за напругою // Техн. електродинаміка. – 2010. – №3. – С. 59–66.
4. *Коган Ф.Л.* О причинах развития известной аварии в Московской энергосистеме // Электричество. – 2008. – № 5. – С. 69–72.
5. *Стогній Б.С., Кириленко О.В., Павловський В.В., Левконюк А.В.* Підвищення пропускної здатності «слабких» перетинів енергосистем з використанням технології ГПЗС (FACTS) // Техн. електродинаміка. – 2009. – №2. – С. 63–68.
6. *Федоренко Г.М., Кенцицький О.Г.* Науково-методичні засади оптимізації структури генеруючих потужностей в електроенергетиці України // Гідроенергетика України. – 2009. – № 1. – С. 7–10.
7. *Cutsem V., Vournas T., Kluwer C.* Voltage Stability of Electric Power Systems – Kluwer Academic Publishers Group, Boston, 1998. – 379 p.
8. *Final Report on the August 14, 2003 Blackout in the United States and Canada: Causes and Recommendations.* – 2003.
9. *Kundur P., Paserba J., Ajjarapu V., Andersson G., Bose A., Canizares C., Hatziaargyriou N., Hill D., Stankovic A., Taylor C., Van Cutsem T., Vittal V.* Definition and classification of power system stability IEEE/CIGRE joint task force on stability terms and definitions // IEEE Trans. On Pow. Sys. – 2004. – V. 19. – № 2. – P. 1387–1401.

Надійшла 01.04.2010

**А.В.Журахівський**, докт.техн.наук, **Б.М.Кінаш**, канд.техн.наук, **А.Я.Яцейко**, канд.техн.наук, **Р.Я.Масляк** (Національний університет «Львівська політехніка», Львів)

## АНАЛІЗ НАДІЙНОСТІ ФУНКЦІОНУВАННЯ ТРАНСФОРМАТОРІВ НАПРУГИ В УМОВАХ ФЕРОРЕЗОНАНСНИХ ДІЯНЬ

*Розглянуто питання виникнення ферорезонансних процесів в електромережах 6–35 кВ та їхнього негативного впливу на роботу, в першу чергу, трансформаторів напруги. Викладено основні положення оцінки надійності роботи останніх.*

*Рассмотрены вопросы возникновения феррорезонансных процессов в электросетях 6–35 кВ и их отрицательного влияния на работу, в первую очередь, трансформаторов напряжения. Изложены основные положения оценки надежности работы последних.*

**Вступ.** Електромагнітні трансформатори напруги (ТН) використовуються в електричних мережах для живлення кіл напруги приладів обліку електроенергії, релейного захисту та автоматики, для контролю ізоляції та вимірювання напруги на шинах підстанцій (ПС). Вони є важливими та відповідальними елементами електричних мереж, до яких ставляться високі вимоги стосовно надійності. В той же час ТН досить часто пошкоджуються, особливо в мережах 6–35 кВ з ізольованою нейтраллю; згідно із статистичними даними – 5–12% на рік.

У роботах [1,2] проаналізовано функціонування трансформаторів напруги в мережах 6–35 кВ енергокомпанії «Харківобленерго» і наведена статистика пошкоджуваності різних типів ТН. Деякі статистичні дані, отримані авторами робіт [1,2], наведено нами в таблиці. Вражає масовість відмов ТН та підвищена інтенсивність відмов в окремі роки.

Рік			1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Кількість пошкоджених ТН, шт.			19	22	18	19	16	17	28	37
Частка від кількості встановлених, %			5,2	6,1	5,0	5,2	4,4	4,7	7,7	10,2
2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009		
69	49	49	28	24	25	26	22	16		
19,1	13,5	13,5	7,7	6,6	6,8	7,1	6	4,4		

Причини масових відмов ТН в мережах 6–35 кВ з ізольованою нейтраллю відомі – це, в першу чергу, ферорезонансні процеси (ФРП), зумовлені ємністю мережі на землю та нелінійною індуктивністю вітки намагнічення ТН.

На рис. 1 показана принципова схема підстанції, силовий трансформатор якої Т живить два приєднаних до шин фідери  $W_1$  і  $W_2$ , з еквівалентними ємностями їх на землю  $C_1$  та  $C_2$ . На шинах встановлено електромагнітний вимірювальний трансформатор напруги ТН. Нейтраль силового трансформатора з боку мережі 35 кВ ізольована. В точці  $K^{(1)}$  виникло однофазне замикання на землю. Струм замикання на землю  $I_3$  дорівнює сумі ємнісного струму мережі  $I_C$  та індуктивного струму  $I_L$  вітки намагнічення ТН. Вітки струмів  $I_C$  та  $I_L$  паралельні.

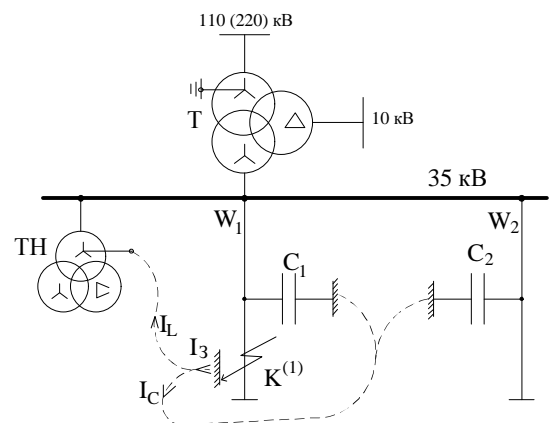


Рис. 1

Якщо замикання на землю раптово ліквідується, то вітки  $I_C$  та  $I_L$  і далі залишаються паралельними (рис. 2, а), але вже відносно напруги фази джерела живлення (трансформатора Т на рис. 1) відносно землі. Коли існувало однофазне замикання на землю, фазні напруги непошкоджених фаз мали значення лінійних, тобто  $\sqrt{3}U_{\phi n}$ . Коли ж однофазне замикання на землю ліквідується, то на фазах відносно землі ще деякий час залишається напруга, підвищена до рівня  $(1,1-1,4)U_{\phi n}$ . Це провокує суттєве зростання струму  $I_L$  вітки намагнічення ТН та ємнісного струму  $I_C$  мережі, тобто започатковує ферорезонанс.

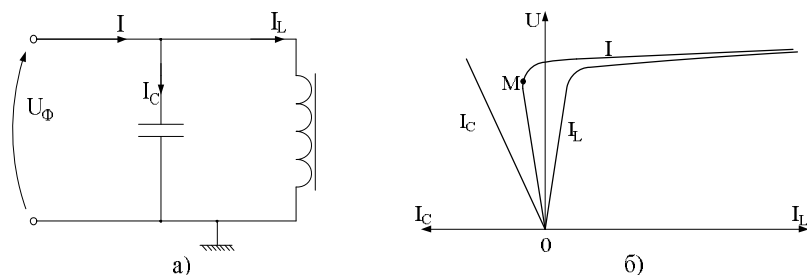


Рис. 2

Ферорезонанс підтримується, коли струм джерела  $I$  в межах часу кожного періоду змінює фазу на  $180^\circ$ , тобто з ємнісного переходить у індуктивний і навпаки. Цій умові відповідає перехід струму  $I$  через екстремальне (точка  $M$  на рис. 2, б) та нульове значення. Відсутність екстремальної точки  $M$  означає, що струм  $I$  в межах часу кожного періоду буде тільки індуктивним або тільки ємнісним. Першій умові відповідає інтервал ємностей мережі  $(0; C_{\min})$ , а другій умові – інтервал  $(C_{\max}; \infty)$ . Отже, ферорезонанс можливий, якщо ємність мережі знаходиться в деякому інтервалі  $(C_{\min}; C_{\max})$  або ємнісний струм потрапляє в інтервал значень  $(I_{c \min}; I_{c \max})$ . Інтервали вказаних значень ємностей мережі (за яких виникає ФРП) залежать від характеристики намагнічення ТН і для різних типів трансформаторів вони можуть бути розраховані або зняті експериментально. Знання інтервалу значень  $(C_{\min}; C_{\max})$  необхідне для аналізу надійності функціонування ТН.

Ємність мережі має визначальний вплив на виникнення ферорезонансних процесів. Але впливають на них також інші чинники: опір  $R_n$  навантаження вторинної обмотки ТН; погодні умови, які можна еквівалентувати активною провідністю  $g$  мережі на землю; рівень напруги  $U$  мережі в передаварійний момент тощо. Кожна з названих величин є випадковою, а разом вони формують багатомірний вектор  $\vec{x}$  випадкових величин, який, діючи на ТН, спричинює або не спричинює появу ферорезонансних процесів

$$\vec{x} = (C, R_n, g, U). \quad (1)$$

Чинники  $C, R_n, g, U$ , тобто складові вектора  $\vec{x}$ , ще називають параметрами (координатами) вектора  $\vec{x}$ . Такою назвою будемо користуватися надалі.

Крім однофазних замикань на землю, зумовлених обривами і падіннями на землю проводів повітряної лінії та порушеннями ізоляції однієї з фаз, поштовхом до розвитку ферорезонансних процесів можуть бути також спрацювання розрядників, короткочасне перекриття фазної ізоляції під час падіння дерев чи грозозахисних тросів на проводи повітряної лінії, деякі комутації ліній тощо. А наслідком ферорезонансних процесів є, як правило, термічний характер пошкоджень обмоток високої напруги ТН, оскільки під час ферорезонансу струми в цих обмотках на порядок і більше перевищують їхні допустимі значення. Трансформатори напруги виходять з ладу через 3–5 хв від початку ферорезонансу. Враховуючи значні матеріальні збитки від пошкоджень ТН та порушень режимів під час ферорезонансів, зараз інтенсивно розробляються заходи щодо зниження рівня пошкоджуваності та створення нових типів і, насамперед, нерезонуючих ТН.

**Задача досліджень.** З огляду на ці обставини важливого значення набуває дослідження надійності роботи ТН в умовах виникнення в мережах ферорезонансних процесів (в умовах ферорезонансних діянь). Такі дослідження можливі на базі методів аналізу надійності функціонування фізичних об'єктів в умовах зовнішніх діянь [3]. Загальновідомі методи аналізу надійності, які ґрунтуються на засадах врахування випадкових змін станів досліджуваних об'єктів, тут не придатні. Але й застосування методів аналізу, які враховують зовнішні діяння, не просте, бо вимагає чітких знань законо-

мірностей виникнення резонансних явищ і врахування значної кількості випадкових чинників, що впливають на появу ферорезонансних процесів.

**Виклад основного матеріалу.** Розрахунки надійності функціонування ТН в мережах з ізолюваною нейтраллю зводяться до обчислення частоти  $\omega$  їхніх відмов (пошкоджень), тобто кількості відмов за рік. За цим показником легко встановлюються всі інші показники надійності. Зважаючи на те, що відмови ТН наступають практично у кожному випадку виникнення ферорезонансних процесів (якщо не застосовуються заходи зриву ФРП), частоту  $\omega$  будемо вважати рівною частоті появи цих процесів, яку можна визначити як добуток кількості  $n$  однофазних замикань на землю впродовж року на ймовірність  $q$  виникнення ферорезонансного процесу в одному замиканні на землю

$$\omega = nq. \quad (2)$$

Величину  $n$  встановлюють за даними статистики, а величину  $q$  розраховують за методами аналізу надійності фізичних об'єктів в умовах зовнішніх діянь [3], які дозволяють розраховувати ймовірність  $q$  відмови об'єкта в разі одного зовнішнього діяння за формулою

$$q = \int_{D_x} \dots \int f(\vec{x}) \prod_{\kappa=1}^n dx_{\kappa}, \quad (3)$$

де  $x_{\kappa}$  –  $\kappa$ -та складова багатовимірного вектора  $\vec{x}$ ;  $n$  – кількість складових;  $f(\vec{x})$  – функція густини розподілу вектора  $\vec{x}$ ;  $D_x$  – область інтегрування або область значень  $x_1 \dots x_n$ , за потрапляння в яку вектора  $\vec{x}$  настає відмова об'єкта (іншими словами  $D_x$  – це область небезпечних значень параметрів вектора  $\vec{x}$ ).

Якщо складові вектора  $\vec{x}$  незалежні, то вираз (3) набуває вигляду

$$q = \int_{D_x} \dots \int \prod_{\kappa=1}^n f(x_{\kappa}) dx_{\kappa} = \int_{D_x} \dots \int \prod_{\kappa=1}^n dF(x_{\kappa}), \quad (4)$$

де  $f(x_{\kappa})$  – функція густини розподілу  $\kappa$ -ої складової вектора  $\vec{x}$ ;  $dF(x_{\kappa})$  – диференціал функції розподілу  $\kappa$ -ої складової вектора  $\vec{x}$ .

Замінивши інтеграли на скінченні суми, а диференціали  $dF(x_{\kappa})$  на прирости  $\Delta F(x_{\kappa})$  функцій розподілу на відрізках  $\Delta x_{\kappa}$  параметрів  $x_{\kappa}$ , отримаємо можливість розраховувати величину  $q$  шляхом чисельного інтегрування

$$q = \sum_{x_1 \in D_x} \Delta F(x_1) \dots \sum_{x_{\kappa} \in D_x} \Delta F(x_{\kappa}) \dots \sum_{x_n \in D_x} \Delta F(x_n) = \prod_{\kappa=1}^n \sum_{x_{\kappa} \in D_x} \Delta F(x_{\kappa}). \quad (5)$$

Для проведення обчислень за формулою (5) необхідно знати функції розподілу всіх складових вектора  $\vec{x}$  та область  $D_x$  небезпечних значень цих складових.

Стосовно ферорезонансних процесів у мережах з трансформаторами напруги формула (5) набуває вигляду  $q_{\phi} = \sum_{C \in D_{\phi}} \Delta F(C) \sum_{R_n \in D_{\phi}} \Delta F(R_n) \sum_{g \in D_{\phi}} \Delta F(g) \sum_{U \in D_{\phi}} \Delta F(U)$ , (6)

де  $q_{\phi}$  – ймовірність виникнення ферорезонансу під час одного замикання на землю в мережі з ТН;  $D_{\phi}$  – область значень складових вектора  $\vec{x}$ , за яких виникає ферорезонанс в ТН, тобто область небезпечних значень параметрів.

Як бачимо, для обчислення ймовірності  $q_{\phi}$  потрібні відомості про функції розподілу параметрів  $C, R_n, g, U$  та про межі області  $D_{\phi}$  небезпечних поєднань параметрів  $C, R_n, g, U$ . Тільки за такої умови можливе розв'язання задачі про надійність функціонування ТН в мережах з ізолюваними нейтралями.

Ємність  $C$  конкретної мережі залежить від кількості фідерів, увімкнених до шин ПС, та від їхньої довжини. Кількість фідерів змінюється, бо вони вимикаються для планових та аварійних ремонтів, у режимах мінімуму навантаження тощо. У кожному момент часу на ПС працює та чи інша комбінація увімкнених фідерів. У разі наявності на ПС трьох фідерів різної довжини утвориться вісім різних дискретних значень ємності  $C$ . Ці ємності легко розраховуються, але для побудови кривої  $F(C)$  необхідно ще врахувати тривалість існування кожної з цих комбінацій. Ймовірність  $p_c$  заданого зна-

чення ємності  $C$  дорівнює відношенню кількості годин  $t_c$  впродовж року, протягом яких ця ємність існує, до загальної кількості годин  $T$  у році ( $T = 8760$  год)

$$p_c = t_c / 8760. \quad (7)$$

Знаючи ймовірності дискретних значень ємностей, неважко побудувати дискретну функцію розподілу та апроксимувати її відповідним аналітичним виразом.

Для побудови функції розподілу  $F(R_n)$  вторинного навантаження  $R_n$  трансформатора напруги необхідно в межах енергокомпанії зібрати статистичні дані про навантаження ТН досліджуваного типу та отриманий статистичний ряд перевести у функцію розподілу за відомими правилами.

Природні умови також суттєво впливають на виникнення ферорезонансних процесів у мережах з ТН. Такі процеси не виникають під час сильного снігу, дощу, ожеледі, густого туману тощо. У періоди погіршення природних умов різко зростає активна провідність  $g$  ліній на землю, яка не дозволяє процесові розвинутися навіть у разі, коли інші умови будуть сприятливими. Функцію  $F(g)$  можна побудувати за даними метеорологічних спостережень.

Напруга  $U$  на шинах різних ПС різна і може відрізнятися від номінальної на  $\pm 15\%$ . Якою буде напруга на шинах конкретної ПС до початку формування ферорезонансного процесу можна оцінити тільки з певною ймовірністю. Закон розподілу напруги – нормальний з середнім значенням, близьким до номінального. Параметри розподілу для конкретної ПС можна встановити тільки шляхом обробки статистичних даних.

Область  $D_\phi$  не можна описати аналітично через велику кількість враховуваних чинників та складну їхню взаємозалежність, що визначає можливість виникнення чи не виникнення ФРП. Її межі встановлюються безпосередньо у процесі чисельного інтегрування за формулою (6). Чисельне інтегрування (варіювання приростами функцій розподілу) починають з таких значень параметрів  $C, R_n, g, U$  (мінімальних чи максимальних), які забезпечують гарантоване перебування вектора  $\vec{x}$  в області  $D_\phi$ . У процесі обчислень на кожному кроці варіювання перевіряють досягнення межі області  $D_\phi$ , тобто контролюють, виник чи не виник ферорезонанс. У разі досягнення межі області  $D_\phi$  (коли ферорезонанс перестає виникати) відновлюють початкове значення того параметра, по якому виконувалося варіювання, і на величину приросту змінюють значення суміжного параметра. Цю процедуру виконують доти, доки не будуть пройдені діапазони всіх параметрів, тобто поки не буде пройдена вся область  $D_\phi$ .

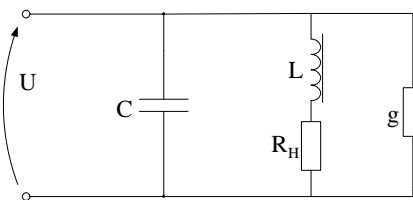


Рис. 3

Контроль факту виникнення ферорезонансу виконують шляхом розрахунків на розробленій цифровій моделі [4]. В основу обчислень покладається розрахункова схема, показана на рис. 3. Вона враховує всі названі вище основні чинники, які впливають на виникнення ферорезонансу.

Розглянута задача стосується конкретної підстанції, від якої живиться мережа 6–35 кВ. Результати її розв'язання дозволяють встановити частоту  $\omega$  пошкоджень від ферорезонансних процесів трансформаторів напруги конкретних типів та вибрати серед них такий тип ТН, для якого частота  $\omega$  найменша.

Частота відмов  $\omega$  в даному випадку є базовим показником, за яким визначаються всі інші показники надійності функціонування ТН. Для стаціонарного процесу відмов показник  $\omega$  збігається з показником інтенсивності відмов  $\lambda$ . Це дозволяє записати такі аналітичні вирази інших показників надійності:

– ймовірність безвідмовної роботи  $P(t)$  та ймовірність відмови  $Q(t)$  в інтервалі часу  $(0, t)$

$$P(t) = 1 - \exp(-\omega t), \quad Q(t) = \exp(-\omega t); \quad (8)$$

– функція густини розподілу часу безвідмовної роботи

$$f(t) = \omega \exp(-\omega t); \quad (9)$$

– середній час  $T_{cp}$  та дисперсія  $D(T)$  часу безвідмовної роботи

$$T_{cp} = 1/\omega, \quad D(T) = 1/\omega^2. \quad (10)$$

Подібну задачу можна розв'язати не тільки для конкретної ПС, але й для енергокомпанії в цілому, коли йдеться про заміну в ній встановлених трансформаторів напруги на ТН іншого типу або про вибір ТН з мінімальною пошкоджуваністю.

Для енергокомпанії встановлюють усереднений показник надійності  $\omega_{cp}$ , який визначає частоту пошкоджень деякої еквівалентної ПС. Його можна визначити за результатами обчис-

$$\text{лень } \omega_{\kappa} \text{ для кожної } \kappa\text{-ої реальної ПС енергокомпанії} \quad \omega_{cp} = \sum_{\kappa=1}^m \omega_{\kappa} / m, \quad (11)$$

де  $m$  – кількість підстанцій енергокомпанії;  $\omega_{\kappa}$  – частота пошкоджень трансформаторів напруги  $\kappa$ -ої ПС.

За значенням  $\omega_{cp}$  можна встановити прогнозовану кількість  $p$  пошкоджуваних ТН в енергокомпанії протягом року. Цей показник визначається як добуток  $\omega_{cp}$  на кількість  $s$  встановлених ТН

$$p = s\omega_{cp}. \quad (12)$$

Показник  $\omega_{cp}$  можна визначити також шляхом одноразового обчислення частоти  $\omega_e$  відмов ТН деякої еквівалентної ПС

$$\omega_{cp} = \omega_e = n_e q_{\phi e} = n_e \sum_{C_e \in D_{\phi e}} \Delta F(C_e) \sum_{R_n \in D_{\phi e}} \Delta F(R_n) \sum_{g \in D_{\phi e}} \Delta F(g) \sum_{U_e \in D_{\phi e}} \Delta F(U_e), \quad (13)$$

де  $n_e, q_{\phi e}$  – еквівалентна усереднена кількість однофазних замикань на землю та ймовірність відмови ТН під час одного замикання для деякої еквівалентної ПС;  $C_e, R_n, g, U_e$  – усереднені параметри еквівалентного вектора  $\vec{x}_e$ ;  $D_{\phi e}$  – область небезпечних значень усереднених параметрів.

Коефіцієнт  $n_e$  визначається як середнє значення кількості однофазних замикань на землю по всіх підстанціях енергокомпанії

$$n_e = \sum_{\kappa=1}^m n_{\kappa} / m, \quad (14)$$

де  $n_{\kappa}$  – кількість замикань на землю впродовж року для  $\kappa$ -ої реальної ПС енергокомпанії;  $m$  – кількість підстанцій енергокомпанії.

Викладені алгоритми обчислень показників надійності, що базуються на методах аналізу надійності функціонування фізичних об'єктів в умовах зовнішніх діянь, справедливі для ПС радіальних розподільних мереж, найбільш поширених у класі напруг 6–35 кВ. У менш поширених магістральних і замкнених мережах у резонанс можуть вступати ТН не одної, а двох і більше ПС одночасно, що ускладнює аналіз надійності. Проте ускладнення стосуються не алгоритмів у цілому, а тільки визначення меж області  $D_{\phi}$  небезпечних значень параметрів, внаслідок одночасного резонування декількох ТН. Фактично ускладнення стосуються розрахунків режимів, а не розрахунків надійності.

**Висновки.** Методи аналізу надійності функціонування фізичних об'єктів в умовах зовнішніх діянь придатні для аналізу надійності функціонування ТН в умовах ферорезонансних діянь. Розроблений алгоритм аналізу надійності дозволяє обчислювати всі необхідні показники надійності функціонування ТН в мережах 6–35 кВ з ізолюваною нейтраллю. Для практичної реалізації розробленого алгоритму потрібні ще певні напрацювання стосовно статистики чинників, що спричиняють ферорезонансні процеси.

1. Ганус А.И., Старков К.А. Повреждаемость трансформаторов напряжения в областных электрических сетях АК «Харьковоблэнерго» и мероприятия по ее снижению // Светотехника и электроэнергетика. – 2003. – №1. – С. 75–81.

2. Ганус А.И., Старков К.А. Влияние условий переходных процессов в электрических сетях 6–10 кВ на характер поврежденных трансформаторов напряжения // Энергетика и электрификация. – 2006. – № 2. – С. 5–11.

3. Кириленко О.В., Кінаш Б.М., Гудим В.І. Аналіз надійності функціонування електроенергетичних об'єктів. – К., 2008. – 224 с.

4. Равлик О., Гречин Т., Іванюк В. Цифровий комплекс для аналізу роботи та проектування пристроїв релейного захисту й автоматики // Вісник ДУ «Львівська політехніка». – 1997. – №340. – С. 96–101.

Надійшла 24.02.2010

А.В.Басова, В.Ф.Іванков, канд. техн. наук (ВАТ «Запоріжтрансформатор», Запоріжжя)

## РОЗРАХУНОК ТЕМПЕРАТУРИ В ПЕРЕРІЗІ СТРИЖНІВ МАГНЕТНИХ СИСТЕМ ТРАНСФОРМАТОРІВ ТА РЕАКТОРІВ

*Розглянуто розрахунок температури в перерізі стрижня трансформатора по групах пакетів, які відокремлені один від одного охолоджувальними каналами. Для еквівалентного групи пакетів прямокутника з анізотропною теплопровідністю та змішаними граничними умовами представлено розв'язки крайової задачі методами скінченних інтегральних перетворень і розділення змінних. Надані результати чисельного моделювання для пакетів з реальною східчастою формою зовнішньої межі, зокрема, з ізоляцією, а також розрахунку тривимірного розподілу втрат і нагрівів у вставках стрижня електричного реактора.*

*Рассмотрен расчет температуры в сечении стержня трансформатора по группам пакетов, которые отделены друг от друга охлаждающими каналами. Для эквивалентного группе пакетов прямоугольника с анизотропной теплопроводностью и со смешанными граничными условиями представлены решения краевой задачи методами конечных интегральных преобразований и разделения переменных. Даны результаты численного моделирования для пакетов с реальной ступенчатой формой внешней границы, в том числе, с изоляцией, а также расчета трехмерного распределения потерь и нагревов во вставках стержня электрического реактора.*

**Постановка проблеми.** Значні нагріву в магнетних системах (МС) силових трансформаторів і електричних реакторів недопустимі, оскільки теплове руйнування ізоляції призводить до замикань пластин електротехнічної сталі (ЕТС) і до розвитку так званих внутрішніх пожеж. Тому в перерізі стрижнів застосовують поздовжні (уздовж планарної шихтовки пластин) і поперечні охолоджувальні канали. Також повинен контролюватися нагрів МС шунтувальних електричних реакторів, зокрема, через значні випинання магнетних потоків в повітряних проміжках по висоті стрижнів.

У загальному випадку проблема вимагає розгляду задачі теплообміну в тривимірній області МС трансформаторів і реакторів з анізотропною теплопровідністю, з неоднорідними і нелінійними умовами теплообміну на межах підобластей і з нерівномірним розподілом внутрішніх джерел нагріву.

**Аналіз відомих робіт.** При аналітичних розв'язках [2, 4–10] задача про розподіл температури в МС трансформатора зводиться до розгляду нагріву в перерізах стрижня. Відокремлені охолоджувальними каналами групи пакетів із східчастим контуром зовнішньої поверхні стрижня замінюються прямокутником з еквівалентною площею та розмірами  $\tilde{X}$  і  $\tilde{Y}$  (рис. 1).

На сторонах  $i=1-4$  прямокутника вважаються відомими коефіцієнти тепловіддачі  $\alpha_i$  та перевищення температур  $\Theta_i$  масла над температурою зовнішнього середовища. Теплопровідність прямокутника анізотропна ( $\lambda_x \neq \lambda_y$ ) і визначається [5] параметрами шихтованої ЕТС.

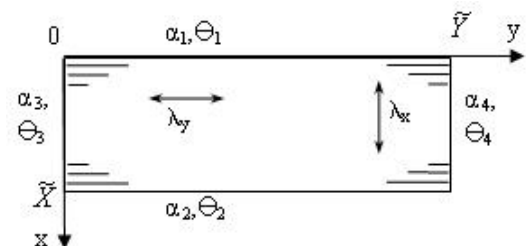


Рис. 1

Об'ємна щільність  $q_v$  втрат від основного магнетного потоку в МС розподілена в перерізі пакету рівномірно. Крайні пакети МС не розглядаються через іншу природу втрат – від полів розсіяння обвиток.

В роботі [6] розв'язок задачі для прямокутника отримано у вигляді ряду по тригонометричних і гіперболічних косинусах при спрощених граничних умовах:  $\alpha_1 = \alpha_2$ ,  $\alpha_3 = \alpha_4$  і  $\Theta_i = \text{const}$ . Таке спрощення приймається і в інших роботах [2,7,8,10].

Аналіз нагріву стрижня в [7] також зведено до розв'язку задачі про розподіл температури в анізотропному прямокутнику з граничними умовами, які не залежать від температури зовнішнього масла, що охолоджує.

Окремий випадок кругового перерізу стрижня трансформатора без каналів з ортотропними тепловими властивостями розглянуто в [10]. Спрощений розв'язок представлено у вигляді суми розв'язків двох одновимірних задач у ортогональних напрямках.

Аналізуючи загальну проблему охолодження стрижня, в [8] для двовимірної задачі рівняння Пуассона усередині стрижня перетворене до рівняння Лапласа. Показана можливість дослідження температури в стрижні з використанням методу аналогій між електричними і тепловими задачами.

У [2] оцінка нагріву стрижня дана з використанням розв'язку одновимірної задачі уздовж листів сталі, нехтуючи теплопередачею упоперек листів пакету. Також, при допущенні про розділення теплового потоку по ортогональних напрямках розглянуто покращення наближеного методу [10]. Найбільш детально розподіл температури у перерізі стрижня аналізується із застосуванням розв'язку [6].

За спрощених граничних умов  $\alpha_i = \text{const}$  і  $\Theta_i = \text{const}$  розподіл температури в прямокутнику у роботі [9] описано у вигляді багаточлена другого степеня.

Наближений метод розрахунку двовимірного стаціонарного температурного поля шихтованого пакету прямокутного перерізу при несиметричних умовах охолодження  $\alpha_1 = \alpha_2$ ,  $\alpha_3 = \alpha_4$ , але при спрощеній граничній умові  $\Theta_i = 0$  наведено у [4]. Розв'язок задачі отримано методом скінченних інтегральних перетворень (МСІП). Проте за результатами аналізу відзначено, що цей розв'язок у вигляді ряду по власних числах відповідного трансцендентного рівняння, яке зв'язує коефіцієнти тепловіддачі і теплопровідності, «має недостатню збіжність ряду».

МСІП застосовано і в галузевій методиці [5] розрахунку нагріву МС трансформатора. На відміну від [4], методика [5] враховує неоднорідні величини температур масла  $\Theta_i = \text{var}$ . Значення коефіцієнтів тепловіддачі  $\alpha_i$  на поверхнях прямокутника отримано на підставі експериментальних даних. Значення  $\Theta_i$  у досліджуваних перерізах по висоті стрижня МС визначаються з урахуванням розподілу температури масла у баці трансформатора залежно від виду системи охолодження. На жаль, саме виведення повного розв'язку задачі в [5] не представлено. Програмна реалізація наведеного алгоритму також показала порівняно слабку збіжність обчислень.

**Завдання досліджень.** Проведений аналіз вказує на необхідність подальшого вдосконалення методів розрахунку розподілу температури в перерізах стрижнів МС трансформаторів і реакторів.

Доцільно детально розглянути розв'язання крайової задачі для шихтованого пакету прямокутного перерізу по МСІП, отримати альтернативний аналітичний розв'язок методом розділення змінних (МРЗ), порівняти збіжність обчислень.

Для дослідження розподілу температур у шихтованих пакетах стрижнів МС трансформаторів з реальною східчастою формою зовнішньої межі та з можливою додатковою ізоляцією необхідно застосувати чисельні методи, наприклад, метод скінченних елементів (МСЕ). Методи чисельного аналізу також потрібно застосувати і для розрахунку температурного поля в шихтованих кругових вставках стрижня реактора, для яких характерна як анізотропія властивостей, так і значна нерівномірність виділення втрат в об'ємі.

**Постановка задачі для прямокутної області.** Задачу про розподіл перевищення температури над температурою навколишнього середовища для прямокутної області (рис. 1) формуємо у вигляді рівняння Пуассона з об'ємною щільністю  $q_v$  тепловиділення та із змішаними граничними умовами

$$\lambda_x \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + q_v = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = h_1 (\theta - \Theta_1) \text{ при } x = 0; \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} = -h_2 (\theta - \Theta_2) \text{ при } x = \tilde{X}; \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial y} = h_3 (\theta - \Theta_3) \text{ при } y = 0; \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = -h_4 (\theta - \Theta_4) \text{ при } y = \tilde{Y}, \quad (3)$$



де  $h_1 = \alpha_1 / \lambda_x$ ,  $h_2 = \alpha_2 / \lambda_x$ ,  $h_3 = \alpha_3 / \lambda_y$ ,  $h_4 = \alpha_4 / \lambda_y$ .

**Розв'язання методом скінченних інтегральних перетворень.** Для виключення диференціювання по змінній  $x$  із задачі (1)–(3) введемо скінченне інтегральне перетворення функції згідно з МСПІ [3]

$$\bar{\theta}(k, y) = \int_0^{\tilde{x}} \theta(x, y) \bar{K}(x, k) dx, \quad (4)$$

де ядро перетворення  $\bar{K}(x, k)$  є неперервна з першою та другою похідною функція.

На ядро перетворення накладаються умови, що витікають з (1) і (2):

$$\partial^2 \bar{K} / \partial x^2 + \mu^2 \bar{K} = 0, \quad (5)$$

$$\partial \bar{K} / \partial x = h_1 \bar{K} \text{ при } x=0, \quad \partial \bar{K} / \partial x = -h_2 \bar{K} \text{ при } x=\tilde{X}. \quad (6)$$

Розв'язком задачі (5), (6) є повна система функцій, що побудована на послідовності додатних власних чисел  $\mu_k$ . Тому, приймаючи  $\bar{K}(x, k) = \bar{K}_k(x)$ , отримуємо

$$\bar{K}_k(x) = \cos \mu_k x + (h_1 / \mu_k) \sin \mu_k x, \quad (7)$$

де  $\mu_k$  – корені трансцендентного рівняння, яке одержуємо при підстановці виразу (7) в крайові умови (6)

$$\text{ctg} \mu_k \tilde{X} = \frac{\mu_k^2 - h_1 h_2}{(h_1 + h_2) \mu_k}. \quad (8)$$

Враховуючи отриману систему функцій (4), перетворення (4) записується у вигляді

$$\bar{\theta}_k(y) = \int_0^{\tilde{x}} \theta(x, y) \bar{K}_k(x) dx. \quad (9)$$

Застосовуючи перетворення (9) для задачі (1) – (3) та виконуючи інтегрування рівняння (1) по частинах і враховуючи властивість (5), отримуємо задачу для функції  $\bar{\theta}_k(y)$  у вигляді рівнянь

$$\frac{\partial^2 \bar{\theta}_k}{\partial y^2} - \varepsilon_k^2 \bar{\theta}_k + D_k = 0, \quad \left( \varepsilon_k^2 = \mu_k^2 \frac{\lambda_x}{\lambda_y} \right) \quad (10)$$

та граничних умов

$$\frac{\partial \bar{\theta}_k}{\partial y} = h_3 (\bar{\theta}_k - \bar{\Theta}_3) \text{ при } y=0, \quad \frac{\partial \bar{\theta}_k}{\partial y} = -h_4 (\bar{\theta}_k - \bar{\Theta}_4) \text{ при } y=\tilde{Y}. \quad (11)$$

Для визначення постійного члена  $D_k$  у рівнянні (10) використовуємо умови (6) для ядра перетворення

$$D_k = \frac{\lambda_x}{\lambda_y} \left( \bar{K}(x, k) \frac{\partial \theta(x, y)}{\partial x} - \theta(x, y) \frac{\partial \bar{K}(x, k)}{\partial x} \right) \Big|_0^{\tilde{x}} + \frac{\bar{q}_v}{\lambda_y} = \frac{\lambda_x}{\lambda_y} \left( \bar{K}_k(\tilde{X}) \Theta_2 h_2 + \Theta_1 h_1 \right) + \frac{q_v I_k}{\lambda_y}. \quad (12)$$

Величини перетворених функцій-констант визначаються за формулами

$$\bar{q}_v = \int_0^{\tilde{x}} q_v \bar{K}(x, k) dx = q_v I_k, \quad \bar{\Theta}_3 = \Theta_3 I_k, \quad \bar{\Theta}_4 = \Theta_4 I_k, \quad (13)$$

$$\text{де } I_k = \int_0^{\tilde{x}} \bar{K}(x, k) dx = \frac{1}{\mu_k} \sin \mu_k \tilde{X} + \frac{h_1}{\mu_k^2} (1 - \cos \mu_k \tilde{X}). \quad (14)$$

Розв'язком (10) є сімейство функцій:

$$\bar{\theta}_k = C_{1k} ch \varepsilon_k y + C_{2k} sh \varepsilon_k y + \frac{D_k}{\varepsilon_k^2}. \quad (15)$$

Невідомі  $C_{1k}$ ,  $C_{2k}$  визначаються з системи лінійних алгебраїчних рівнянь, які отримуємо підстановкою (14) в граничні умови (11)

$$\begin{cases} h_3 C_{1k} - \varepsilon_k C_{2k} = -h_3 \left( \frac{D_k}{\varepsilon_k^2} - \bar{\Theta}_3 \right) \\ \left( \varepsilon_k sh \varepsilon_k \tilde{Y} + h_4 ch \varepsilon_k \tilde{Y} \right) C_{1k} + \left( \varepsilon_k ch \varepsilon_k \tilde{Y} + h_4 sh \varepsilon_k \tilde{Y} \right) C_{2k} = -h_4 \left( \frac{D_k}{\varepsilon_k^2} - \bar{\Theta}_4 \right) \end{cases} \quad (16)$$

Розв'язок основного рівняння (1) має вигляд ряду

$$\theta(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} \bar{\theta}_k K_k(x), \quad (17)$$

де  $K_k(x)$  – ядро зворотного перетворення, що відрізняється від ядра прямого перетворення нормуючим множником

$$K_k(x) = \frac{\bar{K}_k(x)}{N_k}, \quad N_k = \int_0^{\tilde{x}} \bar{K}_k^2(x) dx. \quad (18)$$

Остаточний розв'язок задачі (1) – (3) згідно з МСПП отримуємо у вигляді

$$\theta(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} \bar{\theta}_k(y) \bar{K}_k(x) / N_k, \quad (19)$$

де

$$\bar{\theta}_k(y) = \frac{\Delta_{1k}}{\Delta_{0k}} sh \varepsilon_k y + \frac{\Delta_{2k}}{\Delta_{0k}} ch \varepsilon_k y + \frac{D_k}{\varepsilon_k^2}; \quad (20)$$

$$N_k = \frac{X}{2} \left( 1 + \frac{h_1^2}{\mu_k^2} \right) + \left( 1 - \frac{h_1^2}{\mu_k^2} \right) \frac{\sin 2\mu_k \tilde{X}}{4\mu_k} + \frac{h_1}{\mu_k^2} \sin^2 \mu_k \tilde{X}; \quad (21)$$

$$\Delta_{0k} = h_3 A_{2k} + \varepsilon_k A_{1k}; \quad \Delta_{1k} = B_{1k} A_{2k} + \varepsilon_k B_{2k}; \quad \Delta_{2k} = h_3 B_{2k} - A_{1k} B_{1k}; \quad (22)$$

$$A_{1k} = \varepsilon_k sh \varepsilon_k \tilde{Y} + h_4 ch \varepsilon_k \tilde{Y}; \quad A_{2k} = \varepsilon_k ch \varepsilon_k \tilde{Y} + h_4 sh \varepsilon_k \tilde{Y}; \quad (23)$$

$$B_{1k} = -h_3 (D_k / \varepsilon_k^2 - \Theta_3 I_k); \quad B_{2k} = -h_4 (D_k / \varepsilon_k^2 - \Theta_4 I_k); \quad (24)$$

**Розв'язання методом розділення змінних.** Шукана функція представляється [3] у вигляді суми декількох функцій, що є розв'язком задач виду (1)–(3) з приведенням частини умов до однорідних

$$\theta(x, y) = \theta_x(x, y) + \theta_y(x, y) + \theta_o(x, y). \quad (25)$$

Так функція  $\theta_x(x, y)$  є розв'язком задачі (1) – (3) при  $\theta_1 = \theta_2 = 0$  і  $q_v = 0$

$$\lambda_x \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial y^2} = 0, \quad (26)$$

$$\frac{\partial \theta_x}{\partial x} = h_1 \theta_x \quad \text{при } x=0, \quad \frac{\partial \theta_x}{\partial x} = -h_2 \theta_x \quad \text{при } x=\tilde{X}, \quad (27)$$

$$\frac{\partial \theta_x}{\partial y} = h_3 (\theta_x - \Theta_3) \quad \text{при } y=0, \quad \frac{\partial \theta_x}{\partial y} = -h_4 (\theta_x - \Theta_4) \quad \text{при } y=\tilde{Y}. \quad (28)$$

Функція  $\theta_y(x, y)$  є розв'язком задачі (1) – (3) при  $\theta_3 = \theta_4 = 0$  і також при  $q_v = 0$

$$\lambda_x \frac{\partial^2 \theta_y}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 \theta_y}{\partial y^2} = 0, \quad (29)$$

$$\frac{\partial \theta_y}{\partial x} = h_1 (\theta_y - \Theta_1) \quad \text{при } x=0, \quad \frac{\partial \theta_y}{\partial x} = -h_2 (\theta_y - \Theta_2) \quad \text{при } x=\tilde{X}, \quad (30)$$

$$\frac{\partial \theta_y}{\partial y} = h_3 \theta_y \quad \text{при } y=0, \quad \frac{\partial \theta_y}{\partial y} = -h_4 \theta_y \quad \text{при } y = \tilde{Y}. \quad (31)$$

Функція  $\theta_o(x, y)$  є розв'язком задачі (1) – (3) при однорідних умовах  $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = \theta_4 = 0$ , але при  $q_v \neq 0$

$$\lambda_x \frac{\partial^2 \theta_o}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 \theta_o}{\partial y^2} + q_v = 0, \quad (32)$$

$$\frac{\partial \theta_o}{\partial x} = h_1 \theta_o \quad \text{при } x=0, \quad \frac{\partial \theta_o}{\partial x} = -h_2 \theta_o \quad \text{при } x = \tilde{X}, \quad (33)$$

$$\frac{\partial \theta_o}{\partial y} = h_3 \theta_o \quad \text{при } y=0, \quad \frac{\partial \theta_o}{\partial y} = -h_4 \theta_o \quad \text{при } y = \tilde{Y}. \quad (34)$$

МРЗ полягає в представленні шуканої функції у вигляді добутку функцій по кожній змінній

$$\theta(x, y) = X(x)Y(y). \quad (35)$$

Так підстановка (35) в рівняння (26) дає

$$\lambda_x X''Y + \lambda_y XY'' = 0, \quad (36)$$

$$\frac{X''}{X} = -\frac{\lambda_y Y''}{\lambda_x Y} = -\mu^2, \quad (37)$$

де  $\mu$  – число, що не залежить від змінних  $x, y$ .

З подвійної рівності (36) отримуємо рівняння (38) і (40)

$$X'' + \mu^2 X = 0, \quad (38)$$

$$\frac{\partial X}{\partial x} = h_1 X \quad \text{при } x=0, \quad \frac{\partial X}{\partial x} = -h_2 X \quad \text{при } x = \tilde{X}, \quad (39)$$

$$Y_k'' - \varepsilon_k^2 Y_k = 0, \quad (\varepsilon_k^2 = \mu_k^2 \lambda_x / \lambda_y). \quad (40)$$

Розв'язком задачі (38)–(39) є система функцій

$$X_k(x) = \cos \mu_k x + (h_1 / \mu_k) \sin \mu_k x, \quad (41)$$

де  $\mu_k$  – корені рівняння (8).

Розв'язком рівняння (40) є сімейство функцій

$$Y_k(y) = C_{1k} \operatorname{ch} \varepsilon_k y + C_{2k} \operatorname{sh} \varepsilon_k y. \quad (42)$$

Тому загальний розв'язок рівняння (26) має вигляд:

$$\theta_x(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} X_k(x)Y_k(y) = \sum_{k=1}^{\infty} X_k(x)(C_{1k} \operatorname{ch} \varepsilon_k y + C_{2k} \operatorname{sh} \varepsilon_k y). \quad (43)$$

Підстановка в граничні умови (28) розвинення функції (43) дає систему рівнянь

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{\infty} X_k(x)(h_3 C_{1k} - \varepsilon_k C_{2k}) = h_3 \Theta_3 \\ \sum_{k=1}^{\infty} X_k(x)(A_{1k} C_{1k} + A_{2k} C_{2k}) = h_4 \Theta_4 \end{cases}, \quad (44)$$

$$\text{де } A_{1k} = \varepsilon_k \operatorname{sh} \varepsilon_k \tilde{Y} + h_4 \operatorname{ch} \varepsilon_k \tilde{Y}, \quad A_{2k} = \varepsilon_k \operatorname{ch} \varepsilon_k \tilde{Y} + h_4 \operatorname{sh} \varepsilon_k \tilde{Y}. \quad (45)$$

У лівій частині рівнянь системи (44) представлено ряди Фур'є по повній системі ортогональних функцій  $X_k(x)$  на відріжку. Отже, вирази в дужках є коефіцієнтами розвинення в ряд Фур'є. Таким чином, для визначення невідомих  $C_{1k}, C_{2k}$  отримуємо наступну систему лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{cases} h_3 C_{1k} - \varepsilon_k C_{2k} = h_3 \Theta_3 I_k / N_k \\ A_{1k} C_{1k} + A_{2k} C_{2k} = h_4 \Theta_4 I_k / N_k \end{cases}, \quad (46)$$

$$\text{де коефіцієнти нормування } I_k = \int_0^{\bar{x}} X_k(x) dx, \quad N_k = \int_0^{\bar{x}} X_k^2(x) dx. \quad (47)$$

Розв'язок задачі (29) – (31) для  $\theta_y(x, y)$  здійснюється подібним чином з побудовою системи функцій по змінній  $y$ .

Розв'язок задачі (32) – (34) для  $\theta_o(x, y)$  використовує розвинення в ряд за системою функцій, які задовольняють умовам (33)

$$\theta_o(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} X_k(x) V_k(y). \quad (48)$$

Підставляючи даний вираз в (32) і визначаючи коефіцієнти ряду Фур'є, отримуємо рівняння для  $V_k(y)$

$$V_k''(y) - \varepsilon_k^2 V_k(y) = -\frac{q_v}{\lambda_y} \frac{I_k}{N_k}. \quad (49)$$

Розв'язком (49) є сімейство функцій

$$V_k(y) = C_{1k} \operatorname{ch}(\varepsilon_k y) + C_{2k} \operatorname{sh}(\varepsilon_k y) + \frac{q_v}{\lambda_y \varepsilon_k^2} \frac{I_k}{N_k}. \quad (50)$$

Повний розв'язок рівняння (32) має вигляд

$$\theta_o(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} X_k(x) \left( C_{1k} \operatorname{ch} \varepsilon_k y + C_{2k} \operatorname{sh} \varepsilon_k y + \frac{q_v}{\lambda_y \varepsilon_k^2} \frac{I_k}{N_k} \right). \quad (51)$$

Підстановка розвинення функції (51) в граничні умови (34) дає з використанням коефіцієнтів (47) систему рівнянь

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{\infty} X_k(x) \left( h_3 C_{1k} - \varepsilon_k C_{2k} + h_3 \frac{q_v}{\lambda_y \varepsilon_k^2} \frac{I_k}{N_k} \right) = 0 \\ \sum_{k=1}^{\infty} X_k(x) \left( A_{1k} C_{1k} + A_{2k} C_{2k} - h_4 \frac{q_v}{\lambda_y \varepsilon_k^2} \frac{I_k}{N_k} \right) = 0 \end{cases}. \quad (52)$$

На її основі отримуємо наступну систему для визначення коефіцієнтів  $C_{1k}, C_{2k}$

$$\begin{cases} h_3 C_{1k} - \varepsilon_k C_{2k} = h_3 \frac{q_v}{\lambda_y \varepsilon_k^2} \frac{I_k}{N_k} \\ A_{1k} C_{1k} + A_{2k} C_{2k} = -h_4 \frac{q_v}{\lambda_y \varepsilon_k^2} \frac{I_k}{N_k} \end{cases}. \quad (53)$$

Остаточний розв'язок задачі (1)–(3) методом розділення змінних має вигляд

$$\theta(x, y) = \theta_x(x, y) + \theta_y(x, y) + \theta_o(x, y); \quad (54)$$

$$\theta_x(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} X_k(x) \left( \frac{\Lambda_{1k}}{\Lambda_{0k}} \operatorname{sh} \varepsilon_k y + \frac{\Lambda_{2k}}{\Lambda_{0k}} \operatorname{ch} \varepsilon_k y \right) \frac{I_k}{N_k}; \quad (55)$$

$$\theta_y(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} X'_k(y) \left( \frac{\Lambda'_{1k}}{\Lambda'_{0k}} \operatorname{sh} \varepsilon'_k x + \frac{\Lambda'_{2k}}{\Lambda'_{0k}} \operatorname{ch} \varepsilon'_k x \right) \frac{I'_k}{N'_k}; \quad (56)$$

$$\theta_o(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} X_k(x) \left( \frac{\Omega_{1k}}{\Omega_{0k}} \operatorname{sh} \varepsilon_k y + \frac{\Omega_{2k}}{\Omega_{0k}} \operatorname{ch} \varepsilon_k y + 1 \right) \frac{q_v}{\lambda_y \varepsilon_k^2} \frac{I_k}{N_k}, \quad (57)$$

де

$$\Omega_{0k} = h_3 A_{2k} + \varepsilon_k A_{1k}; \quad \Omega_{1k} = h_3 (A_{1k} - h_4); \quad \Omega_{2k} = -(\varepsilon_k h_4 + h_3 A_{2k}); \quad (58)$$

$$\Lambda_{0k} = h_3 A_{2k} + \varepsilon_k A_{1k}; \quad \Lambda_{1k} = h_3 \Theta_3 A_{2k} + h_4 \Theta_4 \varepsilon_k; \quad \Lambda_{2k} = h_3 h_4 \Theta_4 - h_3 \Theta_3 A_{1k}; \quad (59)$$

$$A_{1k} = \varepsilon_k \operatorname{sh} \varepsilon_k \tilde{Y} + h_4 \operatorname{ch} \varepsilon_k \tilde{Y}; \quad A_{2k} = \varepsilon_k \operatorname{ch} \varepsilon_k \tilde{Y} + h_4 \operatorname{sh} \varepsilon_k \tilde{Y}; \quad (60)$$

$$N_k = \frac{\tilde{X}}{2} \left( 1 + \frac{h_1^2}{\mu_k^2} \right) + \left( 1 - \frac{h_1^2}{\mu_k^2} \right) \frac{\sin 2\mu_k \tilde{X}}{4\mu_k} + \frac{h_1}{\mu_k^2} \sin^2 \mu_k \tilde{X}; \quad (61)$$

$$I_k = \frac{\sin \mu_k \tilde{X}}{\mu_k} + \frac{h_1}{\mu_k^2} (1 - \cos \mu_k \tilde{X}). \quad (62)$$

Величини із штрихом в формулі (56) визначаються виразами (8), (10), (41), (58)–(62) взаємною заміною  $x$  та  $y$ ,  $\tilde{X}$  та  $\tilde{Y}$ ,  $\lambda_x$  та  $\lambda_y$ ,  $h_3$  та  $h_1$ ,  $h_4$  та  $h_2$ ,  $\Theta_3$  і  $\Theta_1$ ,  $\Theta_4$  і  $\Theta_2$ :

$$X'_k(y) = \cos \mu'_k y + \frac{h_3}{\mu'_k} \sin \mu'_k y; \quad (63)$$

$$\Lambda'_{0k} = h_1 A'_{2k} + \varepsilon'_k A'_{1k}; \quad \Lambda'_{1k} = h_1 \Theta_1 A'_{2k} + h_2 \Theta_2 \varepsilon'_k; \quad \Lambda'_{2k} = h_1 h_2 \Theta_2 - h_1 \Theta_1 A'_{1k}; \quad (64)$$

$$A'_{1k} = \varepsilon'_k \operatorname{sh} \varepsilon'_k \tilde{X} + h_2 \operatorname{ch} \varepsilon'_k \tilde{X}; \quad A'_{2k} = \varepsilon'_k \operatorname{ch} \varepsilon'_k \tilde{X} + h_2 \operatorname{sh} \varepsilon'_k \tilde{X}; \quad (65)$$

$$N'_k = \frac{\tilde{Y}}{2} \left( 1 + \frac{h_3^2}{(\mu'_k)^2} \right) + \left( 1 - \frac{h_3^2}{(\mu'_k)^2} \right) \frac{\sin 2\mu'_k \tilde{Y}}{4\mu'_k} + \frac{h_3}{(\mu'_k)^2} \sin^2 \mu'_k \tilde{Y}; \quad (66)$$

$$I'_k = \frac{\sin \mu'_k \tilde{Y}}{\mu'_k} + \frac{h_3}{(\mu'_k)^2} (1 - \cos \mu'_k \tilde{Y}). \quad (67)$$

$$\operatorname{ctg} \mu'_k \tilde{Y} = \frac{(\mu'_k)^2 - h_3 h_4}{(h_3 + h_4) \mu'_k}; \quad (\varepsilon'_k)^2 = (\mu'_k)^2 \frac{\lambda_y}{\lambda_x}. \quad (68)$$

Отримані розв'язки МСП та МРЗ є повними розв'язками задачі (1) – (3). Перший розв'язок МСП є простішим, вимагаючи визначення коренів тільки одного трансцендентного рівняння і підсумовування по одному ряду. Проте, як показали відповідні обчислення, розв'язок МСП має гіршу збіжність обчислень, що відповідає висновку роботи [4]. Так, для наведеного нижче прикладу для досягнення збіжності в третій значущій цифрі МСП вимагає 25 членів розвинення, МРЗ – 5.

**Метод скінченних елементів.** У даній статті представлено застосування МСЕ, реалізованого в програмному забезпеченні ANSYS [11].

На рис. 2 показано розподіл перевищень температур для прямокутної моделі групи пакетів, отриманий із застосуванням МСЕ з метою взаємної перевірки розробленої засобами ANSYS процедури чисельного моделювання та розрахунків, виконаних на основі викладених в статті аналітичних розв'язків задачі (1)–(3). Характер розподілу, абсолютні значення температур в тестовому прямокутнику на рис. 2, які отримані як чисельним моделюванням МСЕ, так і на основі розв'язку МРЗ, співпадають. Такі ж результати отримано з використанням аналітичного розв'язку МСП, однак, як вказано вище, із більшими обчислювальними затратами порівняно з МРЗ.

На рис. 3 показано результат моделювання МСЕ для реальної східчної геометрії групи пакетів, який не може бути отриманий аналітичними методами.

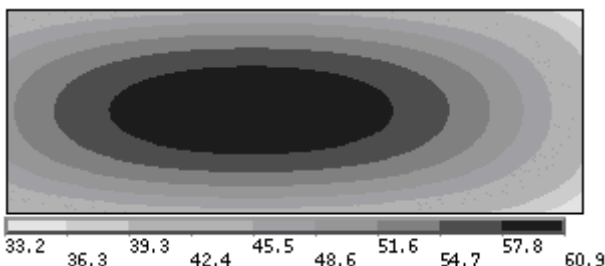


Рис. 2

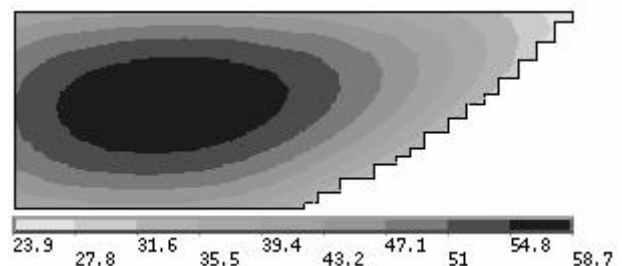


Рис. 3

Для східчастої моделі значення температур на зовнішній поверхні зменшилися в порівнянні з моделлю прямокутника. Область найбільших температур змістилася, максимальне значення зменшилося.

Як показано в таблиці, отримані найбільші (MAX) значення температур на сторонах і в середині прямокутної моделі по МРЗ і МСЕ відрізняються в третьому знаку.

Даним розрахунком проведена взаємна перевірка отриманих аналітичних розв'язків і реалізованої засобами ANSYS крайової задачі (1) – (3).

Точка області	Прямокутна модель		Східчаста модель
	МРЗ	МСЕ	МСЕ
MAX на $y = \tilde{Y}$	41.6	41.6	35.5
MAX на $y = 0$	51.0	51.0	51.1
MAX на $x = 0$	44.0	44.1	42.9
MAX на $x = \tilde{X}$	43.8	43.9	41.4
MAX в області	60.6	60.9	58.7

На рис. 4 показано отриманий за МСЕ розподіл перевищень температур при умові, що зовнішня поверхня стрижня ізолювана склобандажами. Наявність ізоляції призводить до зміщення зони найбільших температур до зовнішньої поверхні пакету одночасно із збільшенням абсолютних значень.

На рис. 5 представлено розподіл температур у половині перерізу стрижня з поздовжніми та поперечними каналами. Найбільші значення температур спостерігаються в групах пакетів, які віддалені від центральних і наближені до крайніх.

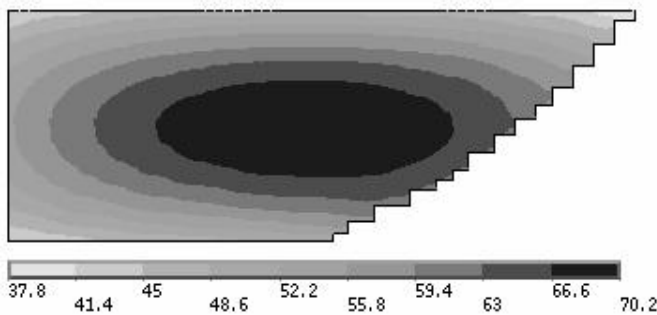


Рис. 4

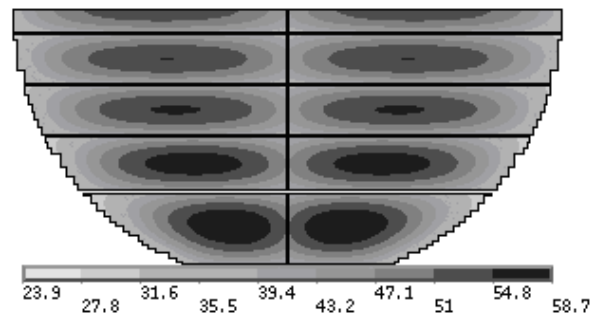


Рис. 5

**Розрахунок нагріву стрижня реактора методом скінчених елементів.** Застосування чисельних методів дозволяє проводити комплексний аналіз електромагнетних, механічних процесів в силових трансформаторах та реакторах. Так, в роботі [1] показано моделювання магнетного поля в області обмоток, в МС, в деталях пресування активних частин (у ярмових балках, пресувальних пластинах, в металевих пресувальних кільцях), в баці однофазних та трифазних силових трансформаторів і шунтувальних реакторів з повітряними проміжками в стрижні МС, що є основою для подальшого визначення втрат та нагрівів у вказаних частинах конструкції реактора. Для прикладу, на рис. 6 представлені геометрія МС і розрахований розподіл об'ємних втрат  $q_v$  (Вт/м<sup>3</sup>) в ярах та у вставках МС однострижневого шунтувального реактора. Кругові вставки прямокутного перерізу в стрижні МС набираються радіально шихтованими вертикальними пластинами е.т.с. Тому тепло-

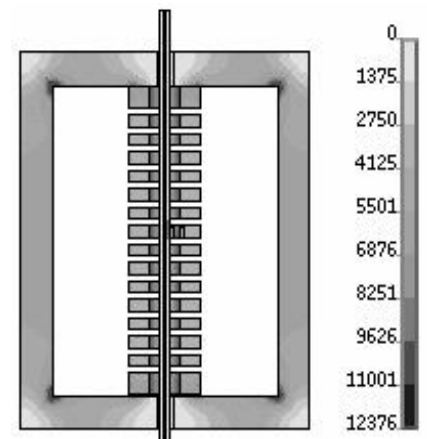


Рис. 6

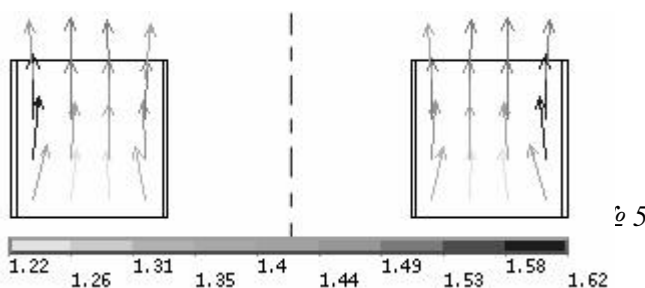


Рис. 7

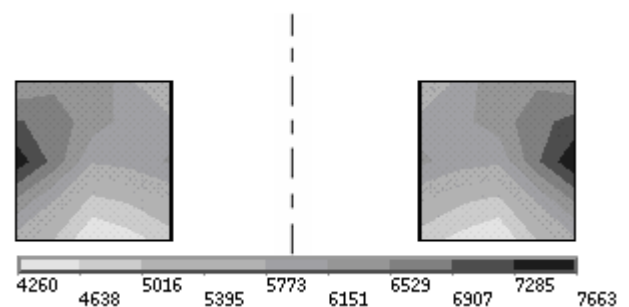


Рис. 8

провідність вставки анізотропна  $\lambda_r = \lambda_z \neq \lambda_\phi$ . На рис. 7 показано вектори магнетної індукції (Тл), а на рис. 8 – втрат (Вт/м<sup>3</sup>) в певному азимутному перерізі верхньої кругової вставки МС досліджуваного реактора.

Результати розрахунку тривимірного розподілу перевищення температури над охолоджуючим маслом у верхній вставці показані на рис. 9. Нагрів зовнішньої поверхні вставки мають значні нерівномірності внаслідок складного розподілу магнетної індукції, а отже і втрат, за рахунок тривимірного взаємного положення обвитки, вставок стрижня та торцевого ярма.

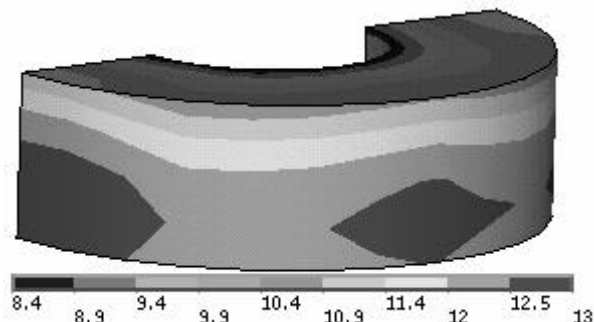


Рис. 9

**Висновки.** Представлено аналітичні розв'язки крайової задачі для визначення нагрівів пакетів у перерізах МС трансформаторів методом скінченних інтегральних перетворень та методом розділення змінних. Виконано взаємну перевірку розв'язків аналітичними методами і чисельним моделюванням методом скінченних елементів.

Отриманий аналітичний розв'язок методом розділення змінних має перевагу в збіжності обчислень, що може бути використано в програмних комплексах, де задача нагріву стрижнів МС трансформаторів може входити в перелік перевірних розрахунків і не вимагати при цьому значних затрат машинного часу.

Для детального аналізу нагріву частин МС трансформаторів і реакторів як із застосуванням плоских, так і тривимірних числових моделей доцільним є використання розроблених процедур числового моделювання МСЕ з використанням програмного забезпечення ANSYS.

1. Басова А.В., Жук В.В., Иванков В.Ф., Кокошин С.С., Химюк И.В. Анализ электромагнитных и механических процессов в силовых трансформаторах и реакторах методом конечных элементов // Техн. електродинаміка. Тем. вип. «Проблеми сучасної електротехніки». – 2008. – Ч. 3. – С. 9–14.
2. Готтнер Г. Нагревание и охлаждение электрических машин. – М.–Л.:Госэнергоиздат, 1961. – 264 с.
3. Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Дифференциальные уравнения математической физики. – М.: Гостехиздат, 1962. – 767 с.
4. Логинов В.С. Приближенный метод расчета температурных режимов магнитопроводов трансформаторов и бетатронов // Электричество. – 1986. – № 10. – С. 21–25.
5. Трансформаторы силовые масляные. Остовы. Методика теплового расчета [разработчик Вайсман Н.Г.] – М.: Стандартэлектро. – РД16 415-88 (РТМ16 800.681-79). – 47 с.
6. Buchholz H. Die zweidimensionale Wärmeströmung des Beharrungszustandes im rechteckigen Querschnitt geblätterter Eisenkörper bei flächenhaft, unstetig oder stetig verteilten Wärmequellen // Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik. – 1934. – Bd. 14. – 285 s.
7. Higgins E.T. Formulas for calculating temperature distribution in transformer cores and other electrical apparatus of rectangular cross section // AIEE Transactions, Electrical Engineering. – 1945. – Vol. 64. – Pp. 190–194.
8. Rele A. and Palmer S. Cooling of large transformer cores // IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems. – 1972. – Vol. PAS-91. – № 4. – Pp. 1527–1535.
9. Robert M. Del Vecchio, Bertrand Poulin, Pierre T. Feghali, Dilipkumar M. Shah and Rajendra Ahuja. Transformer design principles: with application to core-form transformers – Gordon and Breach Science Publishers, 2001. – 599 p.
10. Weh H. Die zweidimensionale Wärmeströmung im geschichteten Transformatorkern // Arch. Elektrotechn. 41(1953) 2. – S. 122–126.
11. ANSYS/Structural/Emag3D. Лицензионная версия.

Надійшла 24.03.10

**А.В.Волков**, докт.техн.наук (Запорожская государственная инженерная академия), **В.П.Метельский**, канд.техн.наук, **В.А.Волков** (Запорожский национальный технический университет)

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ И ЭНЕРГОЭФФЕКТИВНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ СИЛОВОГО АКТИВНОГО ФИЛЬТРА ДЛЯ ЧЕТЫРЕХПРОВОДНОЙ ТРЕХФАЗНОЙ СЕТИ ПЕРЕМЕННОГО НАПРЯЖЕНИЯ**

*Выполнен анализ электромагнитных процессов в силовом активном фильтре с релейно-векторным регулированием и осуществлена количественная оценка сетевого коэффициента мощности, асимметрии сетевых фазных токов и снижения сетевых потерь мощности в четырехпроводной сети переменного напряжения с использованием данного фильтра.*

*Виконано аналіз електромагнітних процесів в силовому активному фільтрі з релейно-векторним регулюванням та здійснено кількісну оцінку коефіцієнта потужності мережі, асиметрії фазних струмів мережі та зниження втрат потужності у чотирипровідній мережі змінної напруги з використанням даного фільтру.*

В связи с наблюдающимся в последние годы удорожанием электроэнергии все большее внимание в Украине и за рубежом уделяется энергосбережению в сетях электроснабжения. Общеизвестными основными направлениями решения указанной задачи энергосбережения являются: во-первых, компенсация реактивной мощности (РМ) и мощности искажений (МИ); во-вторых, симметрирование сетевых фазных токов (СФТ). При этом существующие технические средства для компенсации РМ представляют собой: батареи конденсаторов (подсоединенных постоянно или подключаемых периодически с помощью контакторов либо тиристорных коммутаторов), синхронные электрические машины (с регулируемым током возбуждения) или тиристорные компенсаторы реактивной мощности, а устройства для компенсации МИ выполняются на базе резонансных LC-фильтров высших гармоник [3]. В основу же существующих технических средств для симметрирования СФТ в четырехпроводной трехфазной сети переменного напряжения (ТСПН) положены трансформаторно-ключевые устройства и корректирующие устройства с электромагнитными или электрическими связями, устройства с пофазной коррекцией фазных токов (осуществляемой как с помощью подключаемых конденсаторов, так и посредством применения однофазных либо трехфазных тиристорных преобразователей [6], а также – поперечные фильтры с регулируемой индуктивностью [8]. Однако все выше перечисленные технические средства на практике оказываются недостаточно эффективными, так как не обеспечивают высокой точности и быстродействия: во-первых, компенсации РМ и МИ (при изменении во время эксплуатации текущих значений РМ и МИ, потребляемых трехфазными линейными и нелинейными активно-реактивными нагрузками); во-вторых, симметрирования СФТ (при варьировании в процессе эксплуатации степени несимметрии фазных токов несимметричных трехфазных нагрузок).

С появлением в последние годы силовых активных фильтров (САФ) и их промышленным освоением рядом инофирм (ABB, ABS Holdings, Danfoss, Nokian Capacitors и др.) стало возможным не только осуществлять компенсацию РМ и МИ, потребляемых из четырехпроводной ТСПН линейными и нелинейными трехфазными активно-реактивными нагрузками (ТАРН), но и одновременно симметрировать СФТ [2,4,9–11]. Несмотря на отмеченную техническую эффективность САФ, их практическое внедрение сдерживается недостаточностью существующих исследований энергоэффективности их применения. А именно, в известной научно-технической литературе до настоящего времени, несмотря на актуальность и востребованность практикой, вопросам достигаемого энергосбережения в четырехпроводной ТСПН с использованием САФ посвящены лишь единичные работы [2,4]. При этом в известных публикациях совершенно отсутствуют результаты исследований для четырехпроводной ТСПН в части: во-первых, количественной оценки достигнутых с использованием САФ сетевого коэффициента мощности и несимметрии СФТ; во-вторых, достигаемого энергосбережения в указанной сети при питании комбинированных (т.е. одновременно несимметричных, линейных и нелинейных) ТАРН и при несимметрии СФТ не только по амплитудам, но и по электрическим углам; в-третьих, электромагнитных процессов в упрощенной схеме САФ [10,11] (не содержащей подключе-



ния общей точки соединения конденсаторов, установленных на выходе фильтра, к нейтрали сети) с релейно-векторным регулированием [1] и энергоэффективности применения данной схемы и способа регулирования в четырехпроводной ТСПН.

Заметим, что упомянутые упрощенная схема и способ релейно-векторного регулирования на практике более предпочтительны для четырехпроводной ТСПН (по сравнению с более сложной схемой САФ и кросс-векторным управлением, рассмотренными в [4,10]). Во-первых, – из-за отсутствия необходимости перераспределения напряжения на последовательно соединенных конденсаторах (установленных на выходе фильтра) при компенсации тока нейтрали сети (что, в свою очередь, повышает быстродействие и точность симметрирования СФТ и компенсации МИ для несимметричных нелинейных трехфазных нагрузок). Во-вторых, – вследствие исключения при симметричной линейной трехфазной нагрузке инъекции постоянной и переменной составляющих тока (от общей точки соединения упомянутых последовательно соединенных конденсаторов фильтра) в нейтральный провод сети (что, в свою очередь, приводит к дополнительным потерям электроэнергии в сети).

Целью предложенной статьи является анализ электромагнитных процессов в упрощенной схеме САФ [10,11] с релейно-векторным регулированием [1] и количественная оценка сетевого коэффициента мощности, несимметрии СФТ и снижения сетевых потерь мощности, достигнутых с использованием данной схемы САФ для четырехпроводной ТСПН при питании несимметричных нелинейной и линейных ТАРН.

Исследуемая электрическая схема САФ показана на рис. 1 и содержит трехфазный параллельный активный фильтр АФ (соединенный своим выходом с его нагрузкой  $R_3$ ) и устройство компенсации тока нейтрали (УКТН). При этом упомянутая схема АФ состоит из трехфазного реактора  $L_3$ ; трехфазной мостовой схемы активного выпрямителя (АВ) на IGBT-транзисторах  $V_1 - V_6$ , шунтированных обратными диодами  $V_7 - V_{12}$ ; фильтрового конденсатора  $C_2$ ; системы управления АФ, выполненной на основе релейно-векторного регулирования [1]. В УКТН входят: IGBT-транзисторы  $V_{13}$  и  $V_{14}$ , шунтированные обратными диодами  $V_{15}$  и  $V_{16}$ , однофазный реактор  $L_4$ , компараторы К1, К2 и

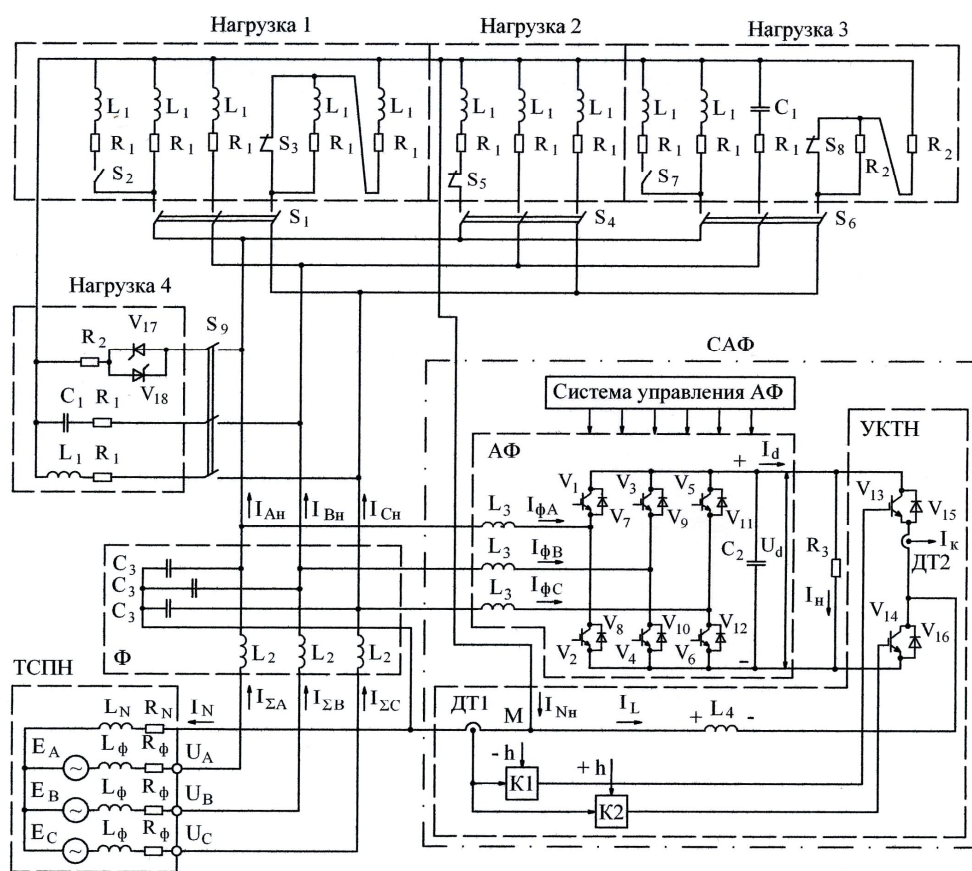


Рис. 1

датчик тока ДТ1, установленный в нейтральном проводе ТСПН. Для уменьшения в сетевых фазных токах высокочастотных составляющих, вызванных переключениями (с частотой от 1 до 10 кГц) силовых ключей  $V_1 - V_6$  и  $V_{13}, V_{14}$  в САФ, между ТСПН и АФ (с параллельно подключенными к последнему нагрузками 1–4) установлен трехфазный  $L_2 - C_3$  фильтр Ф.

Эффективность функционирования рассмотренной схемы САФ исследовалась для различных несимметричных нагрузок 1–4, снабженных нейтраль-

ным выводом, показанных на рис. 1 и характеризующихся следующими видами несимметрии:

– **в нагрузке 1** – амплитудной несимметрией токов для однофазных линейных нагрузок; указанная трехфазная активно-индуктивная нагрузка 1 подключается к ТСПН посредством выключателя  $S_1$ ; в ней амплитудная несимметрия фазных токов однофазных нагрузок (с соотношением между собой соответственно 2:1:0,5 для фаз  $A$ ,  $B$  и  $C$ ) задается с помощью одновременного замыкания выключателя  $S_2$  и размыкания выключателя  $S_3$ ;

– **в нагрузке 2** – обрывом одной из фаз трехфазной симметричной линейной нагрузки; данная трехфазная активно-индуктивная нагрузка 2 подключается к ТСПН посредством выключателя  $S_4$ ; обрыв фазы  $A$  нагрузки осуществляется путем размыкания выключателя  $S_5$ ;

– **в нагрузке 3** – одновременно амплитудной и фазовой несимметрией фазных токов однофазных линейных нагрузок; нагрузка 3 подключается к ТСПН выключателем  $S_6$ ; в ней фазовая несимметрия вызвана различным (активно-индуктивным, активно-емкостным и активным) характером однофазных нагрузок, а амплитудная несимметрия фазных токов однофазных нагрузок (с соотношением токов между собой 2:1:0,5 соответственно для фаз  $A$ ,  $B$  и  $C$ ) задается путем одновременного замыкания выключателя  $S_7$  и размыкания выключателя  $S_8$ ;

– **в нагрузке 4** – одновременно амплитудной и фазовой несимметрией фазных токов трехфазной нагрузки при введении нелинейности в одну из однофазных нагрузок; нагрузка 4 подключается к ТСПН посредством выключателя  $S_9$ ; введение нелинейности и создание амплитудной несимметрии для одной из однофазных нагрузок (в фазе  $A$ ) осуществляется путем одновременного изменения угла управления  $\alpha$  тиристорами  $V_{17}$  и  $V_{18}$  от нуля до 90 эл.град.

Проанализируем функционирование УКТН в два этапа: при работе с симметричными и несимметричными трехфазными нагрузками. На первом этапе при питании симметричной трехфазной нагрузки (например, нагрузки 1 при замкнутых состояниях выключателей  $S_1, S_3$  и разомкнутом  $S_2$ ) от симметричных синусоидальных сетевых фазных напряжений  $U_A, U_B, U_C$  в нейтральном проводе такой нагрузки отсутствует ток ( $I_{Nn}=0$ ). Также, очевидно, что при этом равен нулю ток  $I_N$ , протекающий в нейтрали питающей сети и контролируемый датчиком тока ДТ1. Оба компаратора К1 и К2 в этом случае формируют на своих выходах сигналы, которые обеспечивают закрытые состояния силовых ключей  $V_{13}$  и  $V_{14}$ , а, следовательно, – отсутствие тока ( $I_L=0$ ) через реактор  $L_4$ . Одновременно с этим посредством трехфазного АВ формируются близкие к синусоидальным сетевые фазные токи  $I_{\Sigma A}, I_{\Sigma B}, I_{\Sigma C}$ , а на выходе АВ – постоянное напряжение с полярностью, показанной в схеме на рис. 1 [1].

На втором этапе проанализируем функционирование УКТН при возникновении несимметрии в фазных токах трехфазной линейной нагрузки (например, вызванной замыканием выключателя  $S_2$  и размыканием выключателя  $S_3$ ), в результате которой в нейтральном проводе нагрузки ток  $I_{Nn} \neq 0$ . При этом на выходах компараторов К2 или К1 формируются сигналы, при которых открываются силовые ключи  $V_{14}$  или  $V_{13}$ , отрицательный или положительный потенциал с выхода АВ прикладывается к реактору  $L_4$ , через который протекает ток  $I_L$  такого направления и величины, который обеспечивает примерно равный нулю ток в нейтрали питающей сети. Последнее осуществляется за счет автоматической компенсации в узле М (от действия тока  $I_L$  реактора  $L_4$ ) текущего значения тока  $I_{Nn}$ , протекающего в нейтрали несимметричной трехфазной нагрузки:  $I_L \approx I_{Nn}$ . Аналогично функционирует УКТН при возникновении несимметрии фазных токов в нелинейной трехфазной нагрузке.

В результате описанного функционирования УКТН осуществляется эффективное подавление до нуля тока  $I_N$  в нейтрали четырехпроводной ТСПН, благодаря чему, очевидно, указанная четырехпроводная ТСПН (при отсутствии тока в ее нейтральном проводе) фактически становится эквивалентной трехфазной ТСПН (не имеющей конструктивно нулевого провода). Это, в свою очередь, является важной предпосылкой для обеспечения эффективного функционирования активного фильтра АФ (работа которого при питании от трехфазной ТСПН в достаточной мере уже исследована и характеризуется хорошими симметрирующими свойствами в отношении СФТ, быстродействующей и точной компенсацией РМ и МИ [1]).

При этом с помощью системы управления АФ (выполненной релейно-векторной согласно [1]) осуществляется во вращающейся ортогональной координатной системе «x-y», ориентированной осью «x» по обобщенному вектору сетевого напряжения  $\bar{U}$ , регулирование активной  $I_{\Sigma x}$  и реактивной  $I_{\Sigma y}$  проекций обобщенного вектора сетевого тока  $\bar{I}_{\Sigma}$  на заданном для них уровне  $I_{\Sigma x}^*$  и  $I_{\Sigma y}^*$  соответственно:

$$I_{\Sigma x} \approx I_{\Sigma x}^* \quad \text{и} \quad I_{\Sigma y} \approx I_{\Sigma y}^*. \quad (1)$$

В результате данной обработки проекций сетевого тока становятся симметричными и близкими по форме к синусоидальным текущие сетевые фазные токи  $I_{\Sigma A}, I_{\Sigma B}, I_{\Sigma C}$ , которые для указанного регулирования описываются следующими зависимостями [5]:

$$I_{\Sigma A} \approx I_{\Sigma}^* \cos \Theta_{I\Sigma}^*, \quad I_{\Sigma B} \approx I_{\Sigma}^* \cos(\Theta_{I\Sigma}^* - 2\pi/3), \quad I_{\Sigma C} \approx I_{\Sigma}^* \cos(\Theta_{I\Sigma}^* + 2\pi/3), \quad (2)$$

где  $I_{\Sigma}^*$  и  $\Theta_{I\Sigma}^*$  – заданные значения соответственно модуля и аргумента обобщенного вектора сетевого тока.

Заданные значения модуля  $I_{\Sigma}^*$  и аргумента  $\Theta_{I\Sigma}^*$  рассчитываются через заданные значения активной  $I_{\Sigma x}^*$  и реактивной  $I_{\Sigma y}^*$  проекций сетевого тока из соотношений [5]:

$$I_{\Sigma}^* = \sqrt{(I_{\Sigma x}^*)^2 + (I_{\Sigma y}^*)^2}, \quad \Theta_{I\Sigma}^* = \Theta_U + \varphi, \quad (3)$$

где  $\varphi$  – фазовый сдвиг между обобщенными векторами сетевого тока  $\bar{I}_{\Sigma}$  и напряжения  $\bar{U}$ ,  $\varphi = \arctg(I_{\Sigma y}^*/I_{\Sigma x}^*) + 0,5\pi [1 - \text{sign}(I_{\Sigma x}^*)]$ ;  $\Theta_U$  – аргумент обобщенного вектора сетевого напряжения  $\bar{U}$ , рассчитываемый в виде [5]:

$$\Theta_U = \arctg[(U_B - U_C)/\sqrt{3} U_A] + \pi [1 - \text{sign}(U_A)]/2. \quad (4)$$

Если заданное значение реактивной составляющей сетевого тока равно нулю  $I_{\Sigma y}^* = 0$ , то (2) преобразуется к следующему виду:

$$I_{\Sigma A} \approx |I_{\Sigma x}^*| \cos \Theta_{I\Sigma}^*, \quad I_{\Sigma B} \approx |I_{\Sigma x}^*| \cos(\Theta_{I\Sigma}^* - 2\pi/3), \quad I_{\Sigma C} \approx |I_{\Sigma x}^*| \cos(\Theta_{I\Sigma}^* + 2\pi/3). \quad (5)$$

Последние зависимости теоретически подтверждают возможность для четырехпроводной ТСПН с использованием рассмотренного САФ одновременно: во-первых, симметризовать СФТ (по амплитуде и с заданным фазовым сдвигом между собой, равным  $\pm 120$  эл.град.); во-вторых, приблизить форму СФТ к синусоидальной; в-третьих, эффективно компенсировать РМ и МИ, потребляемые подключенной к четырехпроводной ТСПН трехфазной нагрузкой; в-четвертых, с учетом последнего потреблять из питающей сети практически только активную мощность,  $S \approx P$  (где  $S$  и  $P$  – потребляемые из сети соответственно полная и активная мощности) и активную составляющую сетевого тока  $I_{\Sigma}^* \approx |I_{\Sigma x}^*|$ ; в-пятых, поддерживать между обобщенными векторами сетевых тока  $\bar{I}_{\Sigma}$  и напряжения  $\bar{U}$  фазовый сдвиг, равный  $\varphi \approx 0$  или  $\varphi \approx \pi$  – соответственно при потреблении из сети или при рекуперации активной энергии в сеть.

Для исследуемого электротехнического комплекса, показанного на рис. 1, была создана цифровая имитационная модель, на которой (для параметров САФ, Ф, ТСПН и нагрузок из табл. 1) рассчитаны протекающие в этом комплексе электромагнитные процессы. Временные диаграммы для нагрузок 1, 2, 3 и 4 показаны соответственно на рис. 2 – рис. 5 (на приведенных диаграммах переход к несимметричным режимам осуществляется при текущем времени  $t=0,02$  с). На временных диаграммах используются следующие обозначения:  $U_{An}, U_{Bn}, U_{Cn}$  – фазные напряжения нагрузки;  $I_{An}, I_{Bn}, I_{Cn}$  – фазные токи трехфазной нагрузки;  $I_{\phi A}, I_{\phi B}, I_{\phi C}$  – входные фазные токи выпрямителя;  $I_k$  – ток, контролируемый датчиком тока ДТ2;  $U_d$  и  $I_d$  – напряжение и ток на выходе выпрямителя соответственно;  $I_N$  и  $I_{Nn}$  – токи в нейтрали сети и нейтрали нагрузки соответственно;  $I_n$  – ток нагрузочного резистора  $R_3$ . Четырехпроводная ТСПН при моделировании задавалась (согласно схемы на рис. 1) последовательно подключенными: симметричными (со сдвигом на  $\pm 120$  эл.град., частотой 50 Гц и амплитудой 310 В) синусоидальными фазными ЭДС  $E_A, E_B, E_C$ , индуктивностями  $L_{\phi}$  и  $L_N$ , активными сопротивлениями  $R_{\phi}$  и  $R_N$  (параметры которых даны в табл. 1).

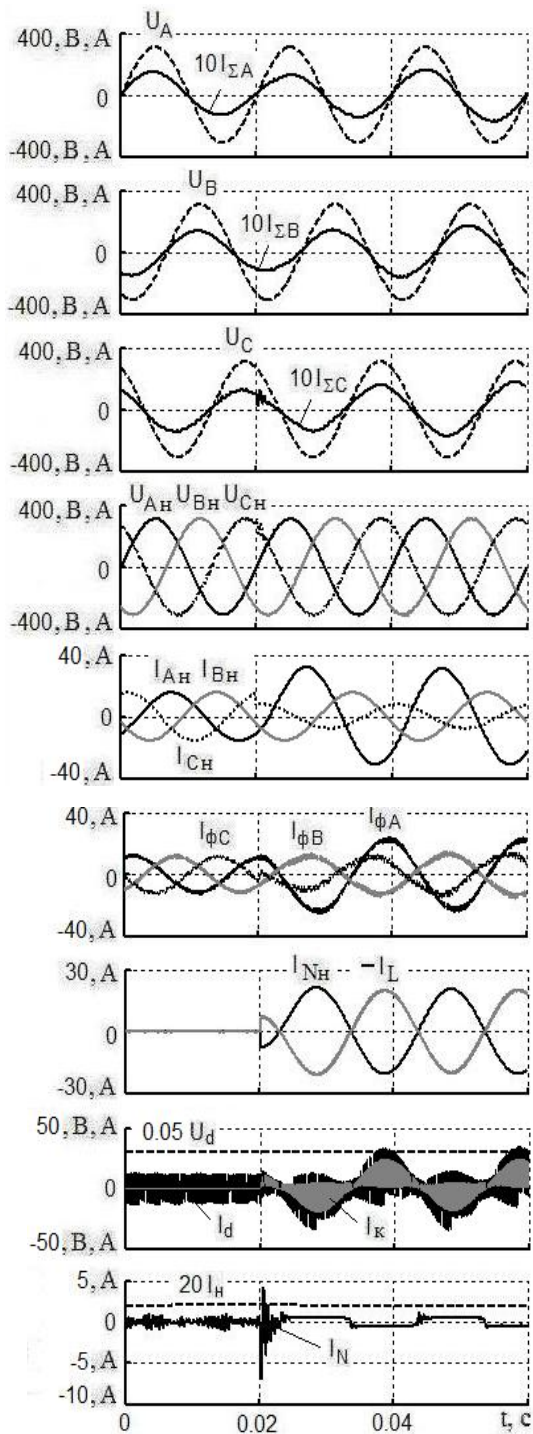


Рис. 2

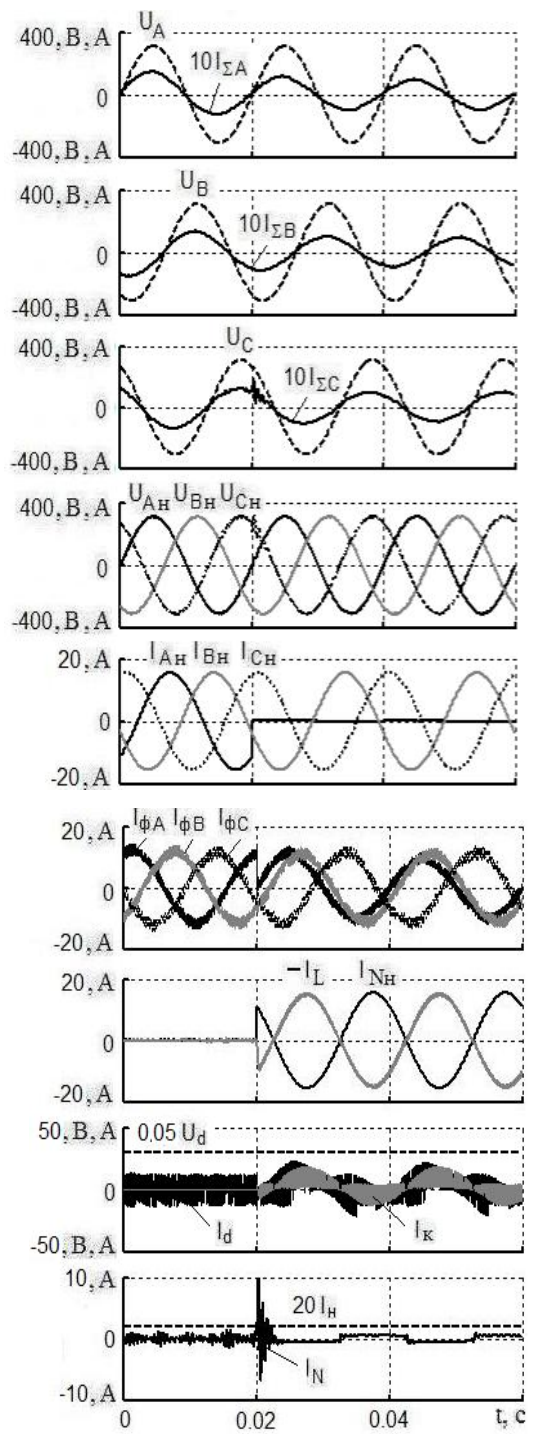


Рис. 3

Таблица 1

Параметр	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_\phi$	$R_N$	$L_1$	$L_2, L_3$	$L_4$	$L_\phi$	$L_N$	$C_1$	$C_2$	$C_5$	$V_1 - V_6, V_{13}, V_{14}$
Размерн.	Ом	Ом	кОм	Ом	Ом	мГн	мГн	мГн	мГн	мГн	мкФ	мкФ	мкФ	IGBT-модуль
Значение	14.1	20	6	0.01	0.015	45	1	10	0.05	0.02	226	1100	10	PM50C5D 120, 6IGBT 1200V, 50A

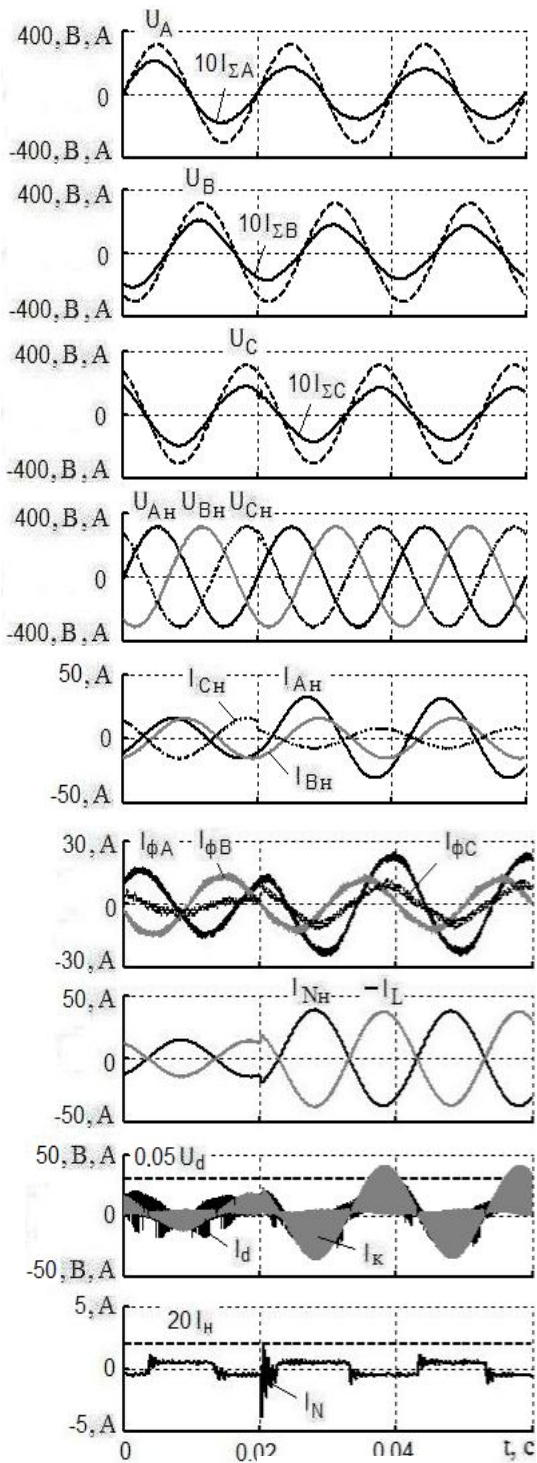


Рис. 4

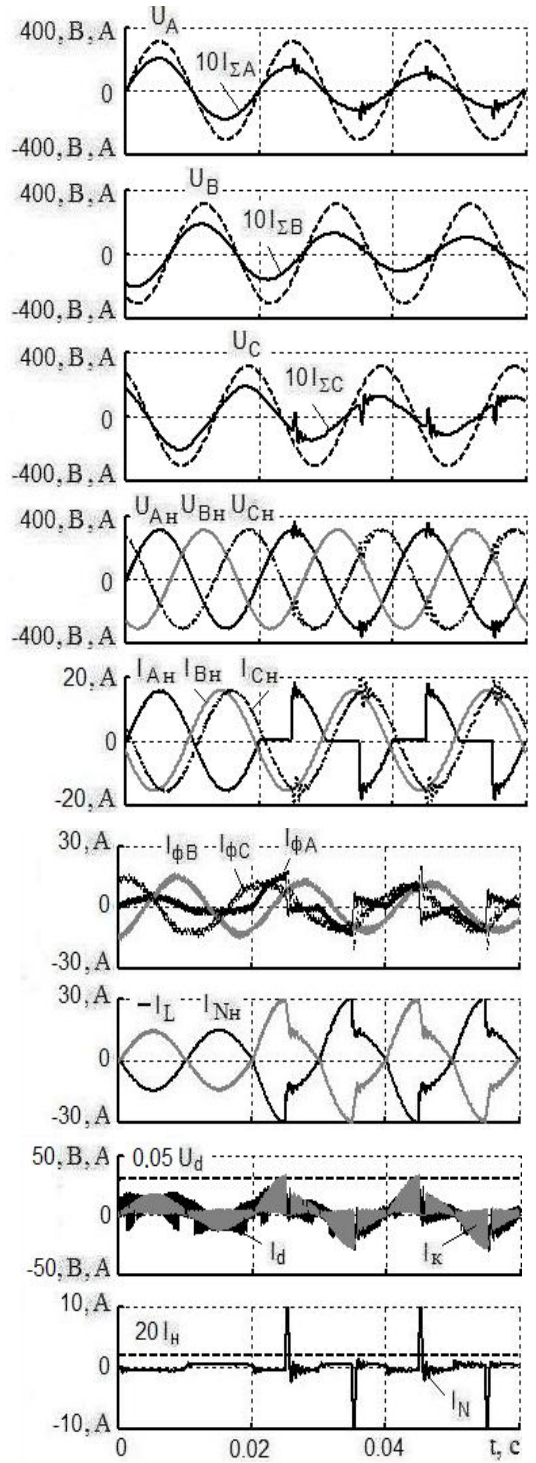


Рис. 5

С учетом [5] рассчитаны значения сетевого коэффициента мощности  $K_M$  и коэффициента мощности нагрузки  $K'_M$ :

$$K_M = \frac{P}{S} = \frac{\frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} (U_A I_{\Sigma A} + U_B I_{\Sigma B} + U_C I_{\Sigma C}) dt}{U_{\Delta d} I_{\Sigma \Delta d} + U_{Bd} I_{\Sigma Bd} + U_{Cd} I_{\Sigma Cd}}, \quad K'_M = \frac{P'}{S'} = \frac{\frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} (U_{Aн} I_{Aн} + U_{Bн} I_{Bн} + U_{Cн} I_{Cн}) dt}{U_{\Delta nd} I_{\Delta nd} + U_{Bnd} I_{Bnd} + U_{Cnd} I_{Cnd}}, \quad (6)$$

а также коэффициентов несимметрии  $K_{нт}$  и  $K'_{нт}$  соответственно для действующих значений сетевых токов  $I_{\Sigma \Delta d}, I_{\Sigma Bd}, I_{\Sigma Cd}, I_{\Sigma Nd}$  и токов трехфазных нагрузок  $I_{\Delta nd}, I_{Bnd}, I_{Cnd}, I_{Nnd}$ :

$$K_{нт} = \frac{3}{2} \left( \frac{I_{\Sigma д. max} - I_{\Sigma д. min}}{I_{\Sigma Ад} + I_{\Sigma Вд} + I_{\Sigma Сд}} \right), \quad K'_{нт} = \frac{3}{2} \left( \frac{I_{нд. max} - I_{нд. min}}{I_{Анд} + I_{Внд} + I_{Снд}} \right), \quad (7)$$

где  $U_{Ад}, U_{Вд}, U_{Сд}$  и  $U_{Анд}, U_{Внд}, U_{Снд}$  – действующие значения сетевых фазных напряжений  $U_A, U_B, U_C$  и фазных напряжений нагрузок  $U_{Ан}, U_{Вн}, U_{Сн}$  соответственно;  $S'$  и  $P'$  – соответственно полная и активная мощности, потребляемые трехфазной нагрузкой;  $T_1 = 0,02$  с – период вычисления (на интервале текущего времени  $t$  от 0,04 до 0,06 с на диаграммах рис. 2 – рис. 5) действующих значений фазных токов и напряжений, активных  $P, P'$  и полных  $S, S'$  мощностей, а также значений  $K_r$  и  $K'_r$  общего коэффициента гармоник (THD) для фазных (в фазе  $A$ ) сетевого тока и тока нагрузки соответственно;  $I_{\Sigma д. max}$  и  $I_{\Sigma д. min}$  – соответственно максимальное и минимальное действующие значения СФТ;  $I_{нд. max}$  и  $I_{нд. min}$  – соответственно максимальное и минимальное действующие значения фазных токов трехфазной нагрузки. Упомянутые вычисленные (для интервала времени от 0,04 до 0,06 с) сетевые параметры режима исследуемого электротехнического комплекса и параметры режима нагрузок 1–4 приведены в табл. 2 и табл. 3 соответственно.

**Таблица 2**

Вид нагрузки	Значения параметров (при $t \geq 0.04$ с)							
	$I_{\Sigma Ад}$	$I_{\Sigma Вд}$	$I_{\Sigma Сд}$	$I_{\Sigma Нд}$	$K_M$	$K_{нт}$	$K_r$	$K_c$
Размерность	А	А	А	А	о.е.	%	%	о.е.
нагрузка 1	11,90	11,90	11,92	0,5443	0,997	0,12	2,91	0,4484
нагрузка 2	6,658	6,569	6,912	0,4912	0,993	2,56	3,13	0,3211
нагрузка 3	11,25	11,59	11,38	0,5212	0,997	1,47	3,66	0,2314
нагрузка 4	7,691	7,513	7,945	2,346	0,975	2,77	6,48	0,2599

**Таблица 3**

Вид нагрузки	Значения параметров (при $t \geq 0.04$ с)						
	$I_{\Sigma Анд}$	$I_{\Sigma Внд}$	$I_{\Sigma Снд}$	$I_{\Sigma Ннд}$	$K'_M$	$K'_{нт}$	$K'_r$
Размерность	А	А	А	А	о.е.	%	%
нагрузка 1	21,96	10,99	5,49	14,52	0,7065	64,27	0,08
нагрузка 2	0	10,99	10,99	10,98	0,706	75	0,20
нагрузка 3	21,97	11,01	5,481	26,52	0,7485	64,3	0,08
нагрузка 4	7,810	10,99	11,06	16,64	0,7095	16,33	62,8

Обратим внимание, что введенный авторами в употребление коэффициент несимметрии ( $K_{нт}$  или  $K'_{нт}$ ) действующих фазных токов трехфазной системы ныне существующими стандартами на качество электроэнергии [7] не регламентируется. При этом предложено указанный коэффициент несимметрии токов вычислять через действующие значения измеренных (или рассчитанных) фазных токов ( $I_{\Sigma Ад}, I_{\Sigma Вд}, I_{\Sigma Сд}$  или  $I_{Анд}, I_{Внд}, I_{Снд}$ ) простым образом: в виде отношения половины разности между наибольшим и наименьшим действующими значениями фазных токов к среднему арифметическому значению всех действующих значений фазных токов. Для трехпроводных ТСПН диапазон изменения данного коэффициента изменяется от нуля (при равных действующих значениях токов  $I_{\Sigma Ад} = I_{\Sigma Вд} = I_{\Sigma Сд}$ ) до 0,75 (что соответствует полному отсутствию тока в одной из фаз). Такое вычисление коэффициента несимметрии фазных токов для трехфазной системы (принимая во внимание возможную на практике в значительной мере более несинусоидальную форму фазных токов по сравнению с формой фазных сетевых напряжений), на наш взгляд, оправдано, так как позволяет производить расчеты предложенного коэффициента несимметрии фазных токов из более простых и точных (вносящих меньшую погрешность расчета) математических зависимостей (чем это предложено в действующем стандарте [7] применительно к расчету коэффициента несимметрии по напряжению, осуществляемому через отношения составляющих обратной и нулевой последовательностей напряжения к составляющей прямой последовательности напряжения).

В заключение рассчитаем достигнутые с помощью предложенного САФ (в результате симметрирования СФТ и компенсации РМ и МИ) значения коэффициента снижения  $K_c$  потерь мощности

в четырехпроводной ТСПН из зависимости:

$$K_c = \frac{R_\phi(I_{\Sigma A_d}^2 + I_{\Sigma B_d}^2 + I_{\Sigma C_d}^2) + R_N I_{\Sigma N_d}^2}{R_\phi(I_{A_d}^2 + I_{B_d}^2 + I_{C_d}^2) + R_N I_{N_d}^2} = \frac{I_{\Sigma A_d}^2 + I_{\Sigma B_d}^2 + I_{\Sigma C_d}^2 + \xi I_{\Sigma N_d}^2}{I_{A_d}^2 + I_{B_d}^2 + I_{C_d}^2 + \xi I_{N_d}^2} \quad (8)$$

при различных соотношениях  $\xi = R_N / R_\phi$ .

Рассчитанные значения коэффициента снижения  $K_c$  потерь мощности в функции соотношения  $\xi$  показаны кривыми 1, 2, 3 и 4 на рис. 6 применительно к рассмотренным нагрузкам 1, 2, 3 и 4 соответственно, а также приведены в табл. 2 (при  $\xi=1,5$  для параметров ТСПН из табл. 1).

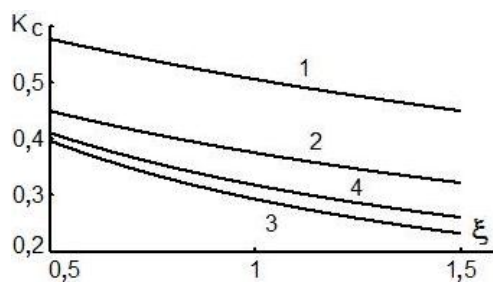


Рис. 6

**Выводы.** Проведены впервые исследования для упрощенной схемы САФ с релейно-векторным регулированием применительно к нелинейной и линейным ТАРН, характеризующимся несимметрией фазных токов этих нагрузок не только по амплитудам, но и по электрическим углам. Данные исследования свидетельствуют об эффективности симметрирования СФТ и компенсации РМ и МИ в четырехпроводных ТСПН с использованием указанного САФ, что подтверждается согласно табл. 2 следующими показателями: сетевым коэффициентом мощности  $K_M$ , составляющим для линейных нагрузок не менее 0,99, а для нелинейной нагрузки – не менее 0,975; коэффициентом несимметрии сетевых токов  $K_{нт}$  – менее, чем 2,8 %; общим сетевым коэффициентом гармоник (ТНД) тока  $K_r$  – не более, чем 3,66 % – для линейных нагрузок или 6,48 % – для нелинейных нагрузок. Установлено, что с помощью указанных регулирования и схемы САФ в четырехпроводной ТСПН достигается энергосбережение, характеризующееся значениями коэффициента снижения потерь мощности  $K_c$  в пределах от 0,2314 до 0,4484. При этом становится возможным (с учетом существенного уменьшения тока в нейтрали) снижение сечения нейтрального провода сети.

1. Волков А.В. Компенсация мощности искажений и реактивной мощности посредством активного фильтра с прогнозируемым релейным управлением // Электротехника. – 2008. – № 3. – С. 2–10.

2. Жемеров Г.Г., Домнин И.Ф., Ильина О.А., Тугай Д.В. Энергоэффективность коррекции фазы тока и компенсации пульсаций активной и реактивной мощностей в трехфазной системе электроснабжения // Техн. электродинамика. – 2007. – № 1. – С. 52–57.

3. Зиновьев Г.С. Основы силовой электроники: Учеб. пособие. – Изд. 2-е, испр. и доп. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2003. – 664 с.

4. Пивняк Г.Г. Современные частотно-регулируемые асинхронные электроприводы с широтно-импульсной модуляцией. – Днепропетровськ: НГУ, 2006. – 470 с.

5. Шидловский А.К. Стабилизация параметров электрической энергии в распределительных сетях. – К.: Наук. думка, 1989. – 312 с.

6. Ильина О.В. Энергозберігаючі напівпровідникові перетворювачі для комунальних мереж електропостачання: дис. ... канд. техн. наук. – Х., 2008. – 199 с.

7. ГОСТ 13109-97. Электрическая энергия. Совместимость технических средств электромагнитная. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения. – М.: Госстандарт, 1998. – 30 с.

8. Патент № 26699 РФ, МПК<sup>7</sup> H 02 J 3/26. Устройство для симметрирования токов и напряжений в трехфазной сети с нулевым проводом и саморегулируемой индуктивностью Заявка №2001130410/09 от 09.11.01. Опубл. 27.07.03.

9. Peng F. Harmonic and reactive power compensation based on the generalized instantaneous reactive power theory for three-phase four-wire systems // IEEE Trans Power Electronics. – 1998. – Vol. 13. – № 6. – Pp. 1174–1181.

10. Pettersson S. Applying an LCL-filter to a four-wire active power filter / 37<sup>th</sup> IEEE Power Electronics Specialists Conference. – 2006. – June, 18–22. – Pp. 1413–1419.

11. Shen D. Fixed-frequency space-vector-modulation control for three-phase four-leg active filters / IEEE Proc.-Electr. Power Appl. – 2002. – Vol. 149. – № 4. – Pp. 268–274.

Надійшла 20.05.2009

**А.И. Вовченко**, докт.техн.наук, **Л.З.Богуславский**, канд.техн.наук, **Л.Н.Мирошниченко**, канд.техн.наук (Институт импульсных процессов и технологий НАН Украины, Николаев)

## ТЕНДЕНЦИИ РАЗВИТИЯ МОЩНЫХ ВЫСОКОВОЛЬТНЫХ ГЕНЕРАТОРОВ ИМПУЛЬСНЫХ ТОКОВ В ИИПТ НАН УКРАИНЫ (ОБЗОР)

*Оглядова стаття містить результати досліджень зі створення потужних високовольтних генераторів імпульсних струмів в ІИПТ НАН України за останні 40 років. Наведено технічні характеристики та відмінні особливості кращих зразків діючого обладнання та напрями подальшого розвитку генераторобудування для електророзрядних технологій.*

*Обзорная статья содержит результаты исследований по созданию мощных высоковольтных генераторов импульсных токов в ИИПТ НАН Украины за последние 40 лет. Приведены технические характеристики и отличительные особенности лучших образцов действующего оборудования и направления дальнейшего развития генераторостроения для электроразрядных технологий.*

Вопросы энерго-и ресурсосбережения постоянно находятся в центре внимания работ, выполняемых в рамках комплексных научно-технических программ.

Повышение энергетической эффективности промышленного оборудования, снижение энергоемкости продукции, создание новых поколений высокоэффективных устройств и систем полупроводниковой преобразовательной техники всегда были одним из приоритетных направлений научных исследований институтов Академии наук Украины, занимающихся решением физико-технических проблем электроэнергетики [18]. Институт импульсных процессов и технологий НАН Украины не исключение: сорок лет научно-исследовательских работ в области создания высокоэффективных электроразрядных технологий (рис. 1) требовали для их реализации разработки уникального высоковольтного оборудования, ключевым элементом которого является генератор импульсных токов (ГИТ). За это время появились новые технологические направления и модернизировались имеющиеся; повышались требования к уровню удельных и технологических характеристик; совершенствовалась элементная база, что повлекло за собой необходимость включения в состав высоковольтного оборудования лучших образцов силовой электроники, микропроцессорной техники, магнитных материалов; повышались требования заказчиков к стабильности, контролю и регулированию процессов при минимальном субъективном воздействии (в идеале – создание интеллектуальных систем управления, исключающих вмешательство человека в технологический процесс).

Процесс развития теоретической и экспериментальной базы импульсного генераторостроения является постоянным и непрерывным (рис. 2).

В статье приведены технические характеристики и отличительные особенности лучших образцов оборудования общепромышленного применения, полученных в результате научных исследований по созданию мощных высоковольтных генераторов импульсных токов в ИИПТ НАН Украины за последние 40 лет. В течение этого периода развивались новые технологические направления и менялись требования к их техническим и технологическим характеристикам. Для реализации этих тре-

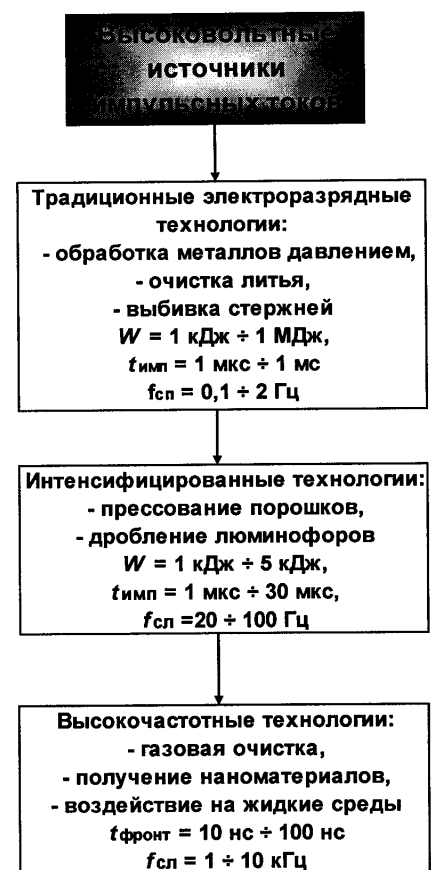


Рис. 1





Рис. 2

рудование, обеспечивающее необходимый электроразрядным технологиям уровень полезных мощностей – порядка десятка киловатт, рабочих напряжений до 50 киловольт, энергий в импульсе до сотен килоджоулей, частот следования импульсов до 2 Гц. Это были металлоемкие конструкции с удельными характеристиками порядка 250 кг/кВт. Основным энергетическим узлом ГИТ были ВТМ (высоковольтные трансформаторы-выпрямители масляные), которые были выполнены на селеновых выпрямительных столбах, весящих до сотни килограмм, с потерями мощности порядка 25–30% от потребляемой, а сердечники магнитных элементов были выполнены из электротехнической стали толщиной 0,35 мм. Потери в блоке составляли более 50%, процесс зарядки емкостного накопителя энергии был нерегулируемым, броски тока при включении достигали 5–10-кратных значений, вызывая аварийные провалы напряжения питающей сети. При такой организации зарядного процесса невозможно было стабилизировать частоту следования импульсов и технологический процесс был крайне нестабильным. Тем не менее, успешно развивались технологии, в которых допускалась неравномерная частота следования импульсов: очистка отливок, обеззараживание вод и утилизация отходов, штамповка деталей. Технологии, требующие стабильности частоты следования импульсов, работали с большим количеством брака (штамповка и очистка тонких и точных деталей, развальцовка труб).

Разработки ГИТ включали все уровни проектирования. В них принимали участие специалисты разных профилей: высоковольтники, электронщики, технологи, конструкторы, электромеханики, намотчики, спекальщики и др. Всего в разработке ГИТ было задействовано несколько научных отделов (силовой электроники, автоматики, конденсаторостроения) общей численностью до сотни человек и целый ряд вспомогательных структурных подразделений: технологический отдел, экспериментальное производство, опытный завод и т.д. Разрабатываемые изделия проходили межведомственные испытания, на них выпускалась полная конструкторская документация, технические условия, патентные формуляры. Благодаря этому серийный выпуск генераторов ГИТ31М, осуществляемый ОЗ ИИПТ НАНУ и МПО «Электрозавод» им.В.Куйбышева, трижды удостоивался государственного знака качества. Было выпущено более полутысячи таких генераторов, ряд из которых входили в состав серийных установок по очистке отливок, выпускаемых на заводе «Амурлитмаш» (Комсомольск на Амуре).

Основные технические параметры одного из первых серийных генераторов ГИТ 31М (таблица, п.1) были следующие:

– рабочее напряжение  $U_{\text{раб}} - 50$  кВ; частота следования импульсов  $f_{\text{сл}} -$  до 2 Гц; энергия в импульсе  $W - 2,5 \div 5$  кДж; полезная мощность  $P_{\text{пол}} - 10$  кВт; полная мощность  $S - 25$  кВА; потребляемый ток  $I - 37$  А; КПД – 70 %; коэффициент мощности – 0,4; габаритные размеры 1630x1800x1900 мм; масса – 2500 кг.

бований необходима разработка уникального высоковольтного оборудования, не имеющего аналогов в мировой практике: мощных высоковольтных генераторов импульсных токов для электроразрядных технологий. В ИИПТ созданы генераторы импульсных токов с мощностями до сотен киловатт, рабочим напряжением до сотен киловольт, частотой следования импульсов до десятков килогерц, энергией в импульсе до сотен килоджоулей.

До начала 70-х годов обрабатывались традиционные электрогидроимпульсные технологии, такие, как очистка отливок и штамповка, которые обеспечивались простыми и надежными генераторами импульсных токов амплитудой до сотен килоампер, длительностью десятки и сотни микросекунд с частотами следования импульсов до 2 Гц.

Сорок лет назад уровень развития элементной базы и теоретические наработки института позволили создать мощное высоковольтное обо-

	$P_{\text{пол.}}$ кВт	$P_{\text{уд.}}$ кг/кВт	масса, кг	$W$ , кДж	$f_{\text{сл.}}$ Гц	$t_{\text{имп.}}$ мкс	$t_{\text{фр.}}$ нс	$\cos \varphi$	КПД, %
ГИТ для традиционных технологий									
ГИТ31 М	10	250	2500	2,5–5	0,1–2	1–100		0,4	70
ГИТ38	80	60	4500	5–10	0,1–16	10–100		0,92	93
ГИТ50/40	40	72,5	2900	5–40	1–8	1–100		0,92	93
ГИТ для интенсифицированных технологий									
ВЧ ГИТ	100	52	5200	1–5	20–100	10–30		0,8	90
Малогабаритный ГИТ									
ГИТ М 50-5/4	10	40	400	5–100	2–16	10–100		0,78	85
Генератор импульсов с наносекундным фронтом									
ГИ НФ	10	7	70		до 10000	10–100	10– 100	0,8	75

Широкое внедрение электрогидроимпульсной технологии, ужесточение требований к качеству изделий (стабилизации процессов) привело к необходимости решения новых научных задач: уменьшить удельные массогабаритные показатели, снизить потери энергии, стабилизировать частоту следования импульсов, устранить провалы напряжения в сети, связанные с 5–10-кратными бросками тока в начале зарядного процесса.

Использование новой элементной базы (кремниевые выпрямительные столбы [16] взамен селеновых) позволило уменьшить потери в выпрямителе на 20–30%. Снижение удельных энергозатрат обеспечено благодаря замене зарядных устройств с активным либо индуктивным токоограничением на индуктивно-емкостные. Реализация резонансного процесса зарядки емкостных накопителей позволила увеличить коэффициент мощности на 30–40%. Обеспечение стабилизации частоты следования импульсов стало возможным благодаря использованию индуктивно-емкостного преобразователя (ИЕП) источника напряжения в источник тока [4], с помощью которого осуществляется линейное нарастание напряжения на емкостном накопителе [9]. Новое поколение ГИТ было выполнено моноблочным с параметрическим рядом мощностей от 40 до 80 кВт, что существенно расширило технологические возможности электроразрядных технологий [5].

Разработанный новый ряд генераторов на базе ИЕП и кремниевых выпрямителей-трансформаторов КВТМ 40/50 и КВТМ 80/50 имел лучшие энергетические характеристики (на 20 % – КПД и на 40 % – коэффициент мощности) и в 3–4 раза лучшие массогабаритные показатели (таблица, п. 2,3).

Интенсификация технологических процессов потребовала разработки специального оборудования под новый класс задач. Поэтому следующий этап в генераторостроении был направлен на создание ГИТ, обеспечивающего разряд емкостного накопителя с частотой 100 Гц. Новая разработка получила название высокочастотный (ВЧ) ГИТ [17]. Время заряда накопителя – 10 мс было соизмеримо с временем восстановления электрической прочности высоковольтных разрядников и основного технологического межэлектродного промежутка в рабочей жидкости. Для решения этой проблемы было создано зарядное устройство мощностью 100 кВт, рабочим напряжением 50 кВ с реактором на стороне выпрямленного тока [14]. Его зарядные характеристики обеспечили задержку нарастания рабочего напряжения на начальной стадии зарядного процесса емкостного накопителя до времени восстановления электрической прочности разрядных промежутков с последующим форсированным его ростом. Выделение энергии в рабочей жидкости распределено по пяти каналам с суммарной частотой до 100 Гц. Это обеспечивает восстановление разрядного промежутка в воде на каждом из каналов. Энергия в импульсе ГИТ в зависимости от частоты следования импульсов может варьироваться от 1 до 5 кДж. В ВЧ ГИТ использованы разработанные в институте накопители ИМК-70-0,1-УЗ ТУ 16 52.22.76, работающие при повышенной частоте следования импульсов. ВЧ ГИТ состоит из двух блоков: зарядного (3200 кг, 1450x1342x1835 мм) и высоковольтного (2000 кг, 800x2000x2100 мм). Удельные массогабаритные характеристики ВЧ ГИТ – 52 кг/кВт, КПД – 90% при коэффициенте мощности 0,8 (таблица, п.4).

Развитие силовой электроники, появление на рынке быстродействующих управляемых полупроводниковых приборов с расширенным диапазоном параметров позволило коренным образом

пересмотреть концепцию построения схмотехники зарядных устройств ГИТ [6,10,15]. Разработка мощных полупроводниковых приборов – тиристоров и транзисторов – позволила существенно уменьшить массогабаритные показатели ГИТ за счет использования звена промежуточного преобразования частоты (ППЧ) [2,8,13]. Кроме того, новое поколение полупроводниковых приборов позволило обеспечить регулирование необходимых параметров зарядных и технологических процессов [11].

По результатам исследований [2] был разработан регулируемый малогабаритный ГИТ и выпущена конструкторская документация ГИТ М 50 -5/4 -10 УХЛ 4 (комплект чертежей, технические условия, паспорт, программа и методика испытаний). Изготовлены опытные образцы унифицированных блоков зарядных устройств, включенных в состав ГИТ М 50. Блок-схема ГИТ представляет собой зарядное устройство емкостного накопителя энергии, состоящее из унифицированного блока промежуточного преобразователя частоты, индуктивно-емкостного преобразователя и выпрямителя-трансформатора, а также разрядное устройство (РУ) и систему управления. Основные параметры генератора приведены в таблице (п.5).

Преобразователи промышленной частоты могут быть разнообразными (электромашинными, тиристорными или транзисторными с мощностью на выходе не менее 20 кВт и возможностью регулировки выходной частоты в диапазоне от 1000 до 2000 Гц), однако для данных генераторов специально разработан преобразователь промышленной частоты. Габаритные размеры устройства – 180x445x350 мм, масса – 14 кг, выходная мощность – не менее 20 кВт. В основу работы унифицированного блока ППЧ положен принцип регулирования мощности путем пакетной передачи несущей высокой частоты (2 кГц), модулированной низкочастотными управляющими сигналами (20 Гц) регулируемой длительности. Силовая часть ППЧ представляет собой мостовой инвертор и выпрямитель с сетевым емкостным фильтром. В качестве силовых ключей использованы силовые модули на IGBT-транзисторах с параметрами 1200 В, 100 А. Система управления состоит из нескольких функциональных узлов – генератора и усилителя импульсов несущей частоты, усилителя сигнала токовой защиты (сигнала ошибки), узла индикации, состоящего из дешифратора и формирователя свечения линейки светодиодов, и однокристалльного программируемого микроконтроллера (ОМК), осуществляющего управление работой всей системы управления.

Высоковольтный блок выпрямителя-трансформатора изготовлен на базе современных магнитных и полупроводниковых элементов, имеющих незначительные потери на высокой частоте. Использование этих технических решений позволило почти на порядок уменьшить удельные массогабаритные характеристики зарядного блока по сравнению с ранее разработанными. Основные параметры ВТМ: рабочее напряжение – до 50 кВ, выходная мощность – до 20 кВт, масса – 67,4 кг; габаритные размеры – 450x356x516 мм. Блок ВТМ может меняться в зависимости от требований заказчика к выходным параметрам устройства. По требованию заказчика ГИТ может комплектоваться адаптивной системой управления [12].

Разработка ГИТ с адаптивными системами управления является следующим уровнем развития работ по совершенствованию устройств преобразовательной техники [12]. Для создания базы данных и базы правил, касающихся требований конкретных заказчиков, необходима соответствующая обработка данных технологического процесса.

На настоящем этапе развития генераторостроения в ИИПТ ведется разработка нового поколения высоковольтных генераторов импульсов с наносекундным фронтом нарастания рабочего напряжения и повышенной (до 10 кГц) частотой следования разрядных импульсов. Такие параметры являются необходимым условием для решения новых технологических задач, касающихся создания оборудования для газоочистки в системах одновременной электрофильтрации и озонирования промышленных газов, получения наноматериалов, активации жидких и газообразных сред. Для обеспечения этих технологических процессов необходимо формировать стримерные коронные либо объемные разряды. Такие разряды могут быть возбуждены и поддерживаться стабильными на специальных электродных системах при амплитуде импульса напряжения до 100 кВ, длительности положительной полуволны – 10–100 мкс при фронте менее 100 нс, частоте следования импульсов – (1–10) кГц и потребляемой мощности до 10 кВт.

Особенностью построения таких генераторов является отсутствие поэтапной компрессии импульсов, широко используемых в известных разработках [1]. Оригинальным в новом генераторе является принцип формирования заданной формы импульса в низковольтной части быстроедей-

вующего транзисторного преобразователя с последующей трансформацией его в нагрузку через согласованный высоковольтный высокочастотный импульсный трансформатор [3].

Блок-схема генератора показана на рисунке 3.

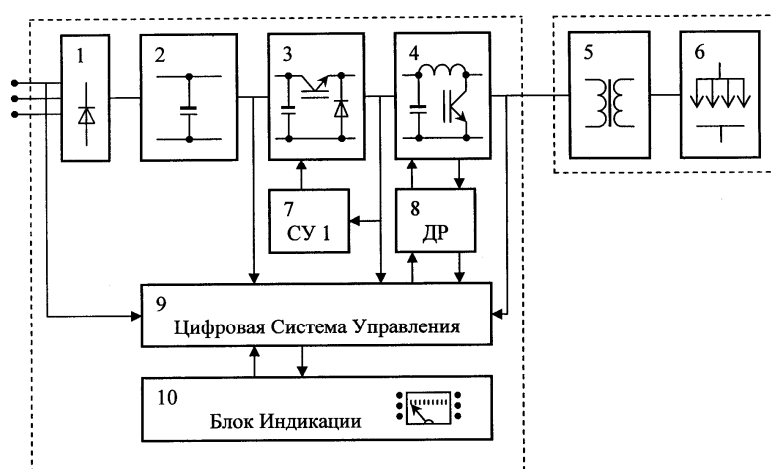


Рис. 3

Схема содержит сетевой выпрямитель 1, емкостной фильтр 2, чопперный регулятор напряжения 3, формирователь импульсов с наносекундным фронтом 4, высоковольтный импульсный трансформатор (ВИТ) 5. Нагрузкой генератора является электродная система. Система управления (СУ) генератора импульсов включает: систему управления чопперным регулятором 7, драйвер силового ключа 8, цифровую систему управления устройством 9, блок индикации 10. Импульс напряжения с наносекундным фронтом на первичной обмотке ВИТ формируется путем

коммутации предварительно заряженной емкости через индуктивное токоограничение на первичную обмотку ВИТ. Во время паузы между импульсами емкость перезаряжается через индуктивное токоограничение и первичную обмотку трансформатора, обеспечивая его размагничивание. При работе генератора импульсов необходима стабилизация выходного напряжения в диапазоне значений, меньших напряжения искрового пробоя межэлектродного промежутка, являющегося для силовой схемы аварийным режимом. Поскольку в данной схеме формирования импульсов невозможно изменение выходного напряжения ВИТ путем изменения алгоритма работы силового ключа ФИ (применение ШИМ, ЧИМ), в схеме применен высокочастотный регулятор напряжения питания ФИ. Контроллер напряжения СУ подключен к датчику тока на выходе ФИ для определения по току искрового пробоя на электродах фильтра с целью автоматической подстройки питающего напряжения в меньшую сторону для обеспечения устойчивой работы генератора. Основные параметры генератора импульсов с наносекундным фронтом приведены в таблице (п.6).

#### Выводы.

За сорок лет лидирующего положения ИИПТ НАН Украины в области создания мощных высоковольтных генераторов импульсных токов для электроразрядных технологий достигнут существенный прогресс в улучшении массогабаритных и энергетических характеристик ГИТ. Массогабаритные характеристики за этот период за счет использования в ЗУ звена промежуточной частоты улучшились на порядок, все созданные и в настоящее время работающие ГИТ имеют резонансную передачу энергии в зарядных контурах ГИТ, что обеспечивает максимально высокие энергетические характеристики (0,8–0,9) ЗУ. Проведенные разработки по повышению частоты следования импульсов позволили увеличить ее с уровня 1–2 Гц до 10 кГц. Важная технологическая характеристика – длительность фронта разрядного импульса в последних разработках сокращена до уровня 100 нс. Созданы ГИТ с адаптивными системами управления. Тенденции дальнейшего развития работ в области современного генераторостроения направлены на дальнейшее повышение технологических показателей, их стабильности, надежности оборудования, снижение материалоемкости, эксплуатационных расходов и удельных энергозатрат, улучшение уровня сервиса, экологической безопасности. Совершенствование оборудования приведет к улучшению приведенных показателей. На следующем этапе ожидается улучшение удельных массогабаритных показателей до уровня 5 кг/кВт, частоты преобразования – до 50–100 кГц, частоты следования импульсов – до 50 кГц, фронта импульса – до 10 нс.

1. Бойко Н. Научные основы создания электротехнологических установок для высоковольтных импульсных воздействий / Дис...докт.техн.наук: 05.09.13. – Харьков, 2003. – 564 с.

2. *Вовк И.Т.* Тенденции развития силового высоковольтного оборудования для ЭГИ // Техн. електродинаміка. – 2002. – №2. – С. 63–67.
3. *Вовченко А.И.* Высоковольтный высокочастотный импульсный источник питания для возбуждения и поддержки стримерного коронного разряда систем одновременной электрофльтрации и озонирования промышленных газов // Техн. електродинаміка. Тем. вип. „Силовая електроніка та енергоефективність”. – 2009. – Ч.4. – С. 35–38.
4. *Волков И.В., Губаревич В.Н., Исаков В.Н., Кабан В.П.* Принципы построения и оптимизации схем индуктивно-емкостных преобразователей. – Киев: Наук. думка, 1981. – 176 с.
5. *Исследовать и создать ряд высокоэффективных унифицированных блоков генераторов импульсных токов электрогидроимпульсных установок / Отчет о НИР (промеж.) / ПКБ Электрогидравлики АН Украины, рук. Друмирецкий В.Б. – № ГР 80004130, инв. 02840033252. – Николаев, 1983. – 193 с.*
6. *Исследовать процессы в зарядном устройстве ГИТ с промежуточным преобразованием частоты и схемах с постоянной потребляемой мощностью / Отчет о НИР (заключ.) / ИИПТ НАН Украины; рук. Мирошниченко Л.Н. – №ГР 01860023363; инв. № 02890068050. – Николаев, 1988. – 170 с.*
7. *Исследовать процессы в мощных высоковольтных высокочастотных источниках питания и разработать унифицированные зарядные устройства ГИТ для электроразрядных технологий (заключит.) / ИИПТ НАН Украины, рук. Мирошниченко Л. – № ГР 0102U004556, инв. 0205U006043. – Николаев, 2005. – 144 с.*
8. *Исследовать резонансные свойства транзисторных блоков для унифицированного ряда импульсных высоковольтных источников питания / Отчет о НИР (заключ.) / ИИПТ НАН Украины; рук. Мирошниченко Л.Н. – №ГР 01910009373; инв. № 03929001162. – Николаев, 1992. – 215 с.*
9. *Курач А.М., Мирошниченко Л.Н.* Разработка блоков ЗУ параметрического ряда ГИТ ЭГУ // Теория, эксперимент, практика разрядно-импульсных технологий: Сб. науч. трудов. – К.: Наук. думка, 1987. – С.161–163.
10. *Мирошниченко Л.М.* Аналіз варіантів побудови потужних високовольтних високочастотних трансформаторів для електроразрядних технологій // Зб. наук. праць НУК. – Миколаїв: НУК, 2004. – №4(397). – С. 130–136.
11. *Мирошниченко Л.Н.* Зарядные устройства ГИТ с промежуточным преобразованием частоты // Техн. електродинаміка. Тем. вип. „Силовая електроніка та енергоефективність”. – 2001. – Ч.1. – С. 13–16.
12. *Мирошниченко Л.Н.* Зарядные устройства ГИТ с адаптивными системами управления // Техн. електродинаміка. Тем. вип. „Силовая електроніка та енергоефективність”. – 2006. – Ч.5. – С. 19–22.
13. *Мирошниченко Л.Н.* К вопросу особенностей создания мощных высоковольтных высокочастотных зарядных устройств ГИТ // Техн. електродинаміка. – 2000. – №5. – С. 52–55.
14. *Мирошниченко Л.Н.* Оптимизация элементов зарядных устройств ГИТ // Энергетическое оборудование высоковольтных импульсных установок. Сб. науч. трудов. – К.: Наук. думка, 1986. – С. 28–33.
15. *Мирошниченко Л.Н., Блинцов В.С., Касьянов Ю.И.* Резонансные зарядные устройства ГИТ. – К.: Наук. думка, 1990. – 116 с.
16. *Провести исследования и разработать на основе кремниевых выпрямительных столбов ряд малогабаритных зарядно-выпрямительных устройств для электрогидравлических установок / Отчет о НИР (заключ.) / ПКБ Электрогидравлики АН Украины; рук. Заварихин В.А. – №ГР74005410. – Инв. Б542826. – Николаев, 1976. – 130 с.*
17. *Создать генератор импульсных токов для ЭГИ установок с интенсифицированными процессами с частотой до 100 Гц, энергией в импульсе до 2 кДж, рабочим напряжением 50 кВ / Отчет о НИР (заключит.) / ПКБ Электрогидравлики АН Украины, рук. Курач А.М. – №ГР 78004366, инв. Б897036. – Николаев, 1980. – 226 с.*
18. *Шидловський А.К., Липківський К.О.* Розвиток досліджень по перетворенню та стабілізації параметрів електромагнітної енергії в Інституті електродинаміки НАН України // Техн. електродинаміка. – 2007. – №3. – С. 11–26.

Надійшла 04.01.2010

УДК 621.317

И.А.Брагинец, канд.техн.наук, Е.А.Зайцев (Ин-т электродинамики НАН Украины, Киев)

## ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ФАЗОВОГО ЛАЗЕРНОГО ДАТЧИКА ВИБРАЦИЙ

*Рассмотрена блок-схема фазового лазерного датчика вибрации, предназначенного для измерения перемещений и низкочастотных вибраций диффузно-отражающих объектов. Проведен выбор частоты дискретизации аналого-цифрового преобразователя с учетом частотных характеристик фильтра нижних частот. Оценена случайная погрешность с учетом влияния помех. Приведены результаты экспериментальных исследований макета лазерного датчика вибраций.*

*Розглянуто блок-схему фазового лазерного сенсора вібрації, призначеного для вимірювання переміщень та низькочастотних вібрацій дифузійно-відбиваючих об'єктів. Проведено вибір частоти дискретизації аналого-цифрового перетворювача із урахуванням частотних характеристик фільтра нижніх частот. Оцінено випадкову похибку вимірювання, обумовлену впливом завад. Наведено результати експериментальних досліджень макета лазерного сенсора вібрації.*

Современные технологии требуют непрерывного мониторинга состояния оборудования, в частности, амплитуды и частоты вибраций его составляющих. Подобные наблюдения используют в различных областях: в энергетике (вибрации лопаток газовых турбин), в авиастроении (биение турбин), в машиностроении (вибрация станков и биение деталей), в автомобильной промышленности (вибрации отдельных узлов и всего автомобиля в целом) и т.д.

Для контроля параметров вибрации используют методы, подразделяемые на две группы. К первой относятся контактные, подразумевающие механическую связь датчика с исследуемым объектом; ко второй – бесконтактные, т.е. не связанные с объектом механической связью. В первой группе наиболее простыми являются методы измерения вибрации с помощью пьезоэлектрических датчиков [11]. Они позволяют проводить измерения с высокой точностью в диапазоне низких частот и относительно больших амплитуд вибрации. Недостатками таких датчиков являются: искажение формы сигнала, влияние самого датчика на характер вибрации, что вносит дополнительную погрешность измерения. Кроме того, механическая связь датчика с исследуемым объектом не всегда допустима. Поэтому в последние годы основное внимание уделяется разработке бесконтактных методов измерения параметров вибрации [19,20]. Достоинством этих методов является отсутствие воздействия на исследуемый объект и малая инерционность. Среди последних большое распространение получили оптические методы. К измерителям вибрации, реализующих оптический метод, относятся лазерные датчики вибраций, работающие в довольно широком диапазоне амплитуд вибраций – от единиц микрометров до десятков сантиметров на расстоянии нескольких сантиметров и более от объекта измерения. Принцип действия бесконтактных измерителей чаще всего основан на применении эффекта Доплера. Такие устройства позволяют измерять амплитуду и фазу вибраций, но с их помощью затруднено исследование сложных и больших по амплитуде вибраций. В качестве недостатков следует отметить достаточно дорогостоящую и сложную оптическую часть. Кроме того, жесткие требования предъявляются к пространственной и временной когерентности лазерного источника излучения и к качеству поверхности исследуемого объекта.

В связи с вышеизложенным, целесообразным является использование фазового метода, основанного на высокочастотной модуляции интенсивности лазерного излучения с последующим измерением фазового сдвига огибающей принятого излучения. В приборах такого типа вибрации исследуемой поверхности приводят к фазовой модуляции высокочастотной огибающей принимаемого оп-

тического сигнала [11]. Использование алгоритма преобразования Гильберта позволяет выделить фазовую модуляцию исследуемого сигнала и существенно уменьшить влияние "паразитной" амплитудной модуляции на результат измерения [2]. Основными преимуществами таких приборов в отличие от рассмотренных выше являются: высокая помехоустойчивость при наличии промышленных электромагнитных полей и радиационного излучения; независимость показаний от температуры поверхности объекта измерения [1]; отсутствие контакта с поверхностью, что важно при наличии агрессивных сред; расстояние до измеряемой поверхности может достигать десятка метров; измерения производятся от диффузно-отражающих объектов.

В статье обосновывается выбор частоты дискретизации исходя из заданных динамических характеристик используемого трехзвенного  $RC$ -фильтра (максимальная частота измеряемых вибраций  $f_{\max} = 1000$  Гц) и принятого критерия качества, когда дальнейшее увеличение частоты дискретизации с целью уменьшения случайной погрешности уже практически не приводит к нужному эффекту, а увеличивается только число выборок.

На рис. 1 показана блок-схема лазерного датчика вибраций, описанного в [2]. На схеме приняты следующие обозначения: Об – объектив; КО – контролируемый диффузно-отражающий объект; ЛИ – полупроводниковый лазерный излучатель; ФП – фотоприемник;  $\Gamma_{\omega}$  – генератор модулирующих колебаний;  $\Gamma_T$  – гетеродин; 31, 32 – зеркала; СМ1, СМ2 – смесители; ФВ – перестраиваемый фазовращатель; ФД – фазовый детектор; ФНЧ1 и ФНЧ2 – фильтры нижних частот; ДУ – дифференциальный усилитель; АЦП – аналого-цифровой преобразователь напряжения; ОЗУ – оперативное запоминающее устройство; Инт – интерфейс; МС – микропроцессорная система; ПК – персональный компьютер.

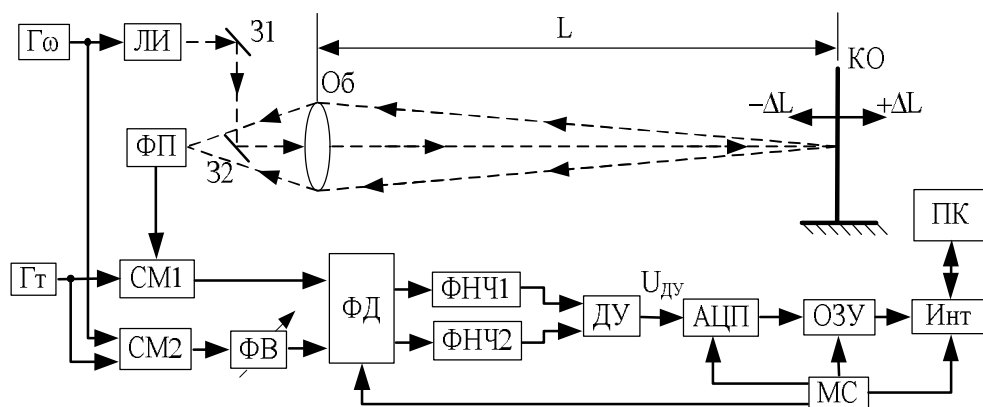


Рис. 1

Принцип работы такого датчика вибраций состоит в следующем. На контролируемый объект через Об направляется лазерное излучение, модулированное по интенсивности. Оптический сигнал, отраженный от КО, попадает на ФП. При этом фазовый сдвиг выходного напряжения ФП относительно опорного пропорционален измеряемому расстоянию  $L$  до КО. В схеме устройства используется преобразование выходного напряжения ФП и опорного сигнала, которое осуществляется с помощью смесителей СМ1 и СМ2 и гетеродина  $\Gamma_T$ . В ФД формируются квадратурные составляющие исследуемого сигнала, которые поступают на ФНЧ1 и ФНЧ2. В схеме используются трехзвенные фильтры нижних частот. Деление общей постоянной времени фильтра более чем на 3–4 звена уже не дает заметного выигрыша в подавлении помех [2]. ФНЧ используются для выделения постоянной составляющей выходного сигнала ФД и подавления пульсаций сигнала промежуточной частоты 80 кГц, а также для осуществления процедуры осреднения результатов измерений. Определение фазового сдвига осуществляется с помощью преобразования Гильберта. Подстраивая ФВ, добиваемся того, чтобы постоянная составляющая выходного напряжения ДУ при отсутствии вибраций была близка к нулю. Такая подстройка позволяет существенно уменьшить влияние нестабильности амплитуды исследуемого сигнала, обусловленной кратковременной нестабильностью мощности лазерного излучателя. При наличии вибраций контролируемого объекта точное значение выходного напряжения ДУ определяется как [2]

$$U_{\text{ДУ}} = \sqrt{2}U_m \sin[\Delta\varphi + \varphi(t)], \quad (1)$$

где  $U_m$  – амплитуда входного сигнала ДУ;  $\Delta\varphi$  – некомпенсированное значение фазового сдвига,  $\Delta\varphi \ll 1$ ;  $\varphi(t)$  – фазовый сдвиг, определяемый вибрациями контролируемого объекта, пропорциональный перемещениям  $\pm\Delta L$ . При наличии малых вибраций, т.е.  $|\varphi(t)| \ll 1$ , выражение (1) можно записать в виде

$$U_{дв} \approx \sqrt{2}U_m [\Delta\varphi + \varphi(t)]. \quad (2)$$

Применив быстрое преобразование Фурье к (2), определим амплитудный спектр  $A(f)$  сигнала  $U_{дв}$ .

Для адаптивной компенсации помехи из спектра исследуемого сигнала  $A(f)$  вычитаем спектр сформированной гармонической составляющей помехи  $A'_{шг}(f)$ . Эта составляющая определяется при отсутствии вибраций КО и показывает гармоники в спектральной составляющей гармонической помехи, возникающей в приборе под действием сетевых наводок, промышленных помех и т.п. После проведения вычитания получаем спектр исследуемого сигнала  $A_c(f)$ . Применение алгоритма адаптивной компенсации помехи позволило уменьшить влияние этой помехи в 4 раза.

Дискретизация модулированного по фазе сигнала  $U_{дв}$  осуществляется АЦП, включенным на выходе ДУ. Для определения интервала дискретизации  $\Delta t_D$  АЦП, как правило, используют теорему Котельникова. Однако последняя неприменима для данного случая из-за неограниченности спектров реальных сигналов и невозможности создания идеального фильтра [6,9,10,12,13,15]. Также применение теоремы не позволяет определять стохастические характеристики погрешностей при дискретизации и наличии широкополосных помех. Кроме того, вносятся дополнительные погрешности из-за конечности времени наблюдения информационного сигнала. Интервал между отсчетами является неопределенным, так как граничная частота принимается до некоторой степени приближенной. В связи с этим частота дискретизации определяется приближенно и при завышенном значении может привести к избыточности и высоким требованиям к аппаратуре. Занижение частоты дискретизации приводит к метрологической недостоверности результатов измерения, т.е. к потере метрологической информации об объекте наблюдения. Исходя из сказанного выше, для определения  $\Delta t_D$  лучше использовать корреляционный метод [5]. Данный метод основан на том, что  $\Delta t_D$  определяется по величине автокорреляционной функции (АКФ) сигнала, а АКФ и спектр сигнала связаны между собой формулой Виннера-Хинчина [6]. Преимущество метода заключается в том, что он распространяется на сигналы с неограниченным спектром [3]. Для определения АКФ сигнала на входе АЦП рассмотрим подробнее ФНЧ, состоящий из трех последовательно включенных одинаковых RC-звеньев, и процессы, протекающие в нем.

Коэффициент передачи такого фильтра  $K(j\omega) = \dot{U}_x / \dot{U}_y$  (где  $\dot{U}_x$  – входное воздействие;  $\dot{U}_y$  – выходная величина фильтра). Применив метод узловых потенциалов, с учетом схемы получим

$$K(j\omega) = \left[ (j\omega RC)^3 + 6j\omega RC + 5(j\omega RC)^2 + 1 \right]^{-1}, \quad (3)$$

где  $\omega = 2\pi f$  – угловая частота среза фильтра;  $RC$  – постоянная времени одного звена фильтра.

Разложив знаменатель  $K(j\omega)$  на простейшие дроби, запишем коэффициент передачи в операторной форме с учетом [8]

$$K(s) = \left[ (1 + T_1 s)(1 + T_2 s)(1 + T_3 s) \right]^{-1}, \quad (4)$$

где  $s = j\omega RC$ ,  $T_1 = 5,1RC$ ,  $T_2 = 0,64RC$ ,  $T_3 = 0,31RC$ .

Найдем оригинал выражения (4) [8]

$$y(t) = \frac{T_1}{(T_1 - T_2)(T_1 - T_3)} e^{-T_1^{-1}t} + \frac{T_2}{(T_2 - T_1)(T_2 - T_3)} e^{-T_2^{-1}t} + \frac{T_3}{(T_3 - T_1)(T_3 - T_2)} e^{-T_3^{-1}t}. \quad (5)$$



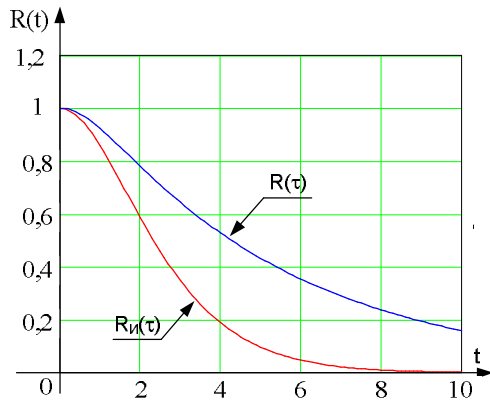


Рис. 2

Для простоты анализа примем  $RC=1$ . После несложных математических преобразований, учитывая (5) и при условии, что  $y(t) > 0$ , корреляционная функция будет иметь вид

$$R(\tau) = 0,02 \cdot e^{-3,2\tau} - 0,17 \cdot e^{-1,6\tau} + e^{-0,2\tau}, \quad (6)$$

где  $\tau$  – интервал корреляции.

На рис. 2 показаны вычисленная в соответствии с (6) корреляционная функция фильтра, используемого в схеме измерителя вибрации, и корреляционная функция  $R_H(\tau)$  идеального согласованного 3-звенного фильтра [14].

Рассмотрим дисперсию процесса, протекающего на выходе трехзвенного  $RC$ -фильтра нижних частот. Для этого воспользуемся тем, что [7]

$$M_{ij} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N R_{ij} \sqrt{M_2\{\xi_i\} \cdot M_2\{\xi_j\}} = \sigma \sum_i \sum_j R_{ij}, \quad (7)$$

где  $N$  – количество выборок за время наблюдения процесса  $T$ ;  $i, j$  – индексы двумерного массива  $M_{ij}$ ;  $M_2\{\xi_i\} = M_2\{\xi_j\} = \sigma$  – центральный момент второго порядка случайной величины  $\xi$ .

Для численных вычислений в стандартном математическом пакете формулу (7) с учетом (6) представим в виде

$$M_{ij}(\alpha, N) = \sigma \cdot \sum_i \sum_j (0,02 \cdot e^{-3,2\alpha i} - 0,17 \cdot e^{-1,6\alpha i} + e^{-0,2\alpha i}), \quad (8)$$

где  $\alpha$  – масштабный коэффициент времени;  $\sigma = 0,01$  – дисперсия шума, действующего в системе (получено экспериментально).

$N$	$\alpha$	$\xi_p$	$\xi_H$
250	4	0,085	0,063
500	2	0,078	0,045
750	1,5	0,076	0,039
1000	1	0,074	0,032
2000	0,5	0,072	0,022

Результаты вычислений дисперсии процесса при различных значениях  $N$  и  $\alpha$  приведены в таблице, где приняты следующие обозначения:  $\xi_p$  – СКО случайной погрешности для реального фильтра, используемого в схеме;  $\xi_H$  – СКО случайной погрешности для идеального согласованного трехзвенного ФНЧ и помехи типа "белый" шум.

В результате проведенных исследований при моделировании в стандартном математическом пакете было установлено, что целесообразным является выбор количества выборок  $N$  в диапазоне 500...1000 и  $\alpha=1...2$ . Исходя из этого и, задавшись  $\alpha=1,5$ , получим, что частота дискретизации

$$f_d = [\alpha \cdot \tau_f]^{-1} = 74 \text{ кГц}, \quad (9)$$

где  $\tau_f$  – масштабный коэффициент времени, полученный экспериментально,  $\tau_f = 9$  мс.

При этом время измерения  $T_H = N / f_d = 0,01$  с при  $N=750$ .

С выхода АЦП выборки сигнала с частотой дискретизации  $f_d = 74$  кГц пересылаются в ОЗУ под управлением МС, после чего по параллельному интерфейсу поступают в ПК, где осуществляется окончательная обработка данных [2].

Экспериментальные исследования датчика показали, что использование АЦП AD676 совместно с пересылкой по LPT порту [4] позволило увеличить частоту опроса ОЗУ до 13 кГц за счет организации непосредственного обмена данными между АЦП и ПК по сравнению с ранее используемым портом [2], в котором частота опроса составляла 833 Гц.

Для уменьшения случайной погрешности рассматриваемого оптико-электронного прибора важно обеспечение максимально возможного соотношения между полезным сигналом и шумами на выходе фотоприемника. В результате несложных математических вычислений с использованием [17] было получено отношение сигнал/шум  $\rho$  на выходе фотоприемника ФП, равное 1000.

Длина волны огибающей модулированного лазерного излучения  $\lambda \approx 6000$  мм. Тогда погрешность одного измерения при определении амплитуды вибрации  $\Delta A = \lambda / 2\pi \cdot \rho \approx 1,1$  мм. Учитывая, что измерения между собой коррелированы и число измерений  $N=750$ , погрешность определения амплитуды вибрации  $\Delta A_{\Sigma} = \Delta A \cdot N \approx 0,076$  мм (таблица) при времени измерения 0,01 с. Для уменьшения этой погрешности необходимо увеличить число осреднений, а, соответственно, и время измерения, в  $n$  раз таким образом, чтобы  $\Delta A_{\text{сл}} < \Delta A_{\text{сл.доп}}$ , где  $\Delta A_{\text{сл.доп}}$  – допустимое значение случайной погрешности определения амплитуды вибрации. Например, если допустимая погрешность определения амплитуды  $\Delta A_{\text{сл.доп}} = 0,01$  мм, то  $n = (\Delta A_{\Sigma} / 0,01)^2 = 57$ , а время измерения при этом составит примерно 0,6 с.

Рассмотрев особенности построения и функционирования лазерных датчиков вибраций, основанных на применении фазового метода измерения расстояний, можно сделать выводы.

1. При реализации аналого-цифровой части целесообразно использовать 16-разрядный АЦП фирмы Analog Device с максимальной частотой дискретизации исследуемого сигнала, равной  $f_{\text{д max}} = 100$  кГц [18].

2. Использование ЛРТ порта и выбранной структуры АЦП позволило расширить частотный диапазон вибраций до 1000 Гц, осуществить оценку амплитуд исследуемых колебаний с разрешающей способностью  $\sigma \leq 0,01$  мм (при отсутствии помех).

3. Предельный порог обнаружения вибраций с учетом помех составил 0,06 мм.

1. Брагинец И.А., Кононенко А.Г., Масюренко Ю.А., Ниженский А.Д. Исследование лазерных измерителей расстояния до нагретых объектов // Праці Інституту електродинаміки НАН України. – 2005. – № 2 (11). – Частина 2. – С. 114–117.

2. Брагинец И.А., Кононенко А.Г., Масюренко Ю.А., Ниженский А.Д. Лазерный измеритель низкочастотных вибраций // Техн. електродинаміка. – 2006. – № 5. – С. 74–76.

3. Григоренко А.М. Некоторые вопросы теории технической информации. – М.: Из-во "ЮБЕКС", 1998. – 84 с.

4. Гук М.Ю. Аппаратные интерфейсы ПК. – СПб.: Питер, 2002. – 528 с.

5. Железнов Н.А. Исследование ортогональных разложений стохастических сигналов с пограничным спектром // Труды ЛКВВИА. – 1957. – Вып. 191.

6. Кавалеров Г.И., Мандельштам С.М. Введение в информационную теорию измерений. – М.: Энергия, 1974. – 375 с.

7. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники / В 2-х кн. Кн. 1. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Сов. радио, 1974. – 552 с.

8. Макаров И.М., Менский Б.М. Линейные автоматические системы (элементы теории, методы расчета и справочный материал) / 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1982. – 504 с.

9. Малов В.С., Куппершмидт Я.А. Телеизмерения. – М.: Энергия, 1975. – 351 с.

10. Мановцев А.П. Основы радиотелеметрии. – М.: Энергия, 1973. – 592 с.

11. Приборы и системы для измерения вибраций, шума и удара. В 2-х кн. Кн. 2. / Под ред. В.В.Клюева. – М.: Машиностроение, 1978. – 439 с.

12. Садовский А.С. Приемо-передающие радиоустройства и системы связи: Учеб. пособие для студентов. – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – 243 с.

13. Темников Ф.Е., Афонин В.А., Дмитриев В.И. Технические основы информационной техники. – М.: Энергия, 1979. – 512 с.

14. Тихонов В.И. Выбросы случайных процессов. – М.: Наука, 1970. – 392 с.

15. Харкевич А.А. О теореме Котельникова // Радиотехника. – 1958. – Т. 13. – С. 3–10.

16. Швецкий Б.И. Электронные измерительные приборы с цифровым отсчетом / 2-е изд. – К.: Техніка, 1970. – 268 с.

17. Якушенков Ю.Г. Теория и расчет оптико-электронных приборов / 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1989. – 360 с.

18. Analog Device, 16-Bit 100 kSPS, Sampling ADC, REV. A, print USA, pp. 16.

19. <http://www.polytec.com>

20. <http://www.snsy.com.ua>

Надійшла 18.12.09