



# ТЕХНІЧНА ЕЛЕКТРОДИНАМІКА

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ • ВІДДІЛЕННЯ ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИХ ПРОБЛЕМ ЕНЕРГЕТИКИ

ТЕОРЕТИЧНА ЕЛЕКТРОТЕХНІКА  
ТА ЕЛЕКТРОФІЗИКА

ПЕРЕТВОРЕННЯ ПАРАМЕТРІВ  
ЕЛЕКТРИЧНОЇ ЕНЕРГІЇ

ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНЕ  
ПЕРЕТВОРЕННЯ ЕНЕРГІЇ

ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЧНІ СИСТЕМИ  
ТА УСТАНОВКИ

ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНІ СИСТЕМИ  
В ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЦІ

**№ 3**  
**2024**

## РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ\*

**Кириленко О.В.** головний редактор,  
академік НАН України  
**Шидловський А.К.** академік НАН України  
**Блінов І.В.** докт.техн.наук  
**Буткевич О.Ф.** заступник головного  
редактора, професор  
академік НАН України  
**Жаркін А.Ф.** докт.техн.наук  
**Кенсицький О.Г.** член-кор. НАН України  
**Кондратенко І.П.** член-кор. НАН України,  
**Кузнецов В.Г.** заступник головного  
редактора, професор  
**Липківський К.О.** професор  
член-кор. НАН України  
**Мазуренко Л.І.** академік НАН України  
**Михальський В.М.** докт.техн.наук  
**Стогній Б.С.** член-кор. НАН України  
**Шаповал І.А.** член-кор. НАН України  
**Шидловська Н.А.** член-кор. НАН України  
**Щерба А.А.** докт.техн.наук  
**Юрченко О.М.** відповідальний секретар  
**Городжа Л.В.** канд.техн.наук

## EDITORIAL BOARD\*

**Kyrylenko O.V.** Editor-in-Chief,  
Member of NAS.Ukraine  
**Shydlovskiy A.K.** Member of NAS Ukraine  
**Blinov I.V.** Dr.Sc. (Eng.)  
**Butkevych O.F.** Deputy Editor-in-Chief, Professor  
**Zharkin A.F.** Member of NAS Ukraine  
**Kensitskyi O.H.** Dr.Sc. (Eng.)  
**Kondratenko I.P.,** Corresponding Member of NAS Ukraine  
**Kuznetsov V.H.** Corresponding Member of NAS Ukraine  
**Lypkivskiy K.O.** Deputy Editor-in-Chief,  
Professor  
**Mazurenko L.I.** Professor  
**Mykhaskyi V.M.** Corresponding Member of NAS Ukraine  
**Stohnii B.S.** Member of NAS Ukraine  
**Shapoval I.A.** Dr.Sc. (Eng.)  
**Shydlovska N.A.** Corresponding Member of NAS Ukraine  
**Shcherba A.A.** Corresponding Member of NAS Ukraine  
**Yurchenko O.M.** Dr.Sc. (Eng.)  
**Gorodzha L.V.** Executive Managing Editor,  
Ph.D.

\* Члени редакційної колегії працюють у Інституті електродинаміки НАН України, Київ  
Editorial board members work in the Institute of electrodynamics of NAS Ukraine, Kyiv

## INTERNATIONAL EDITORIAL BOARD

**Kyrylenko O.V.** Member of NAS Ukraine, Institute of electrodynamics of NAS Ukraine, Kyiv  
**Shydlovskiy A.K.** Member of NAS Ukraine, Institute of electrodynamics of NAS Ukraine, Kyiv  
**Hubanski S.** Professor, Chalmers University of Technology, Sweden  
**Zhuikov V.Ya.** Professor, National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv  
**Zagirnyak M.V.** Professor, The Kremenchuk M.Ostrogradskiy National University, Ukraine  
**Clare Jon C.** Professor, The University of Nottingham, Great Britain  
**Kulyk M.M.** Member of NAS Ukraine, Institute of General Energy of NAS Ukraine, Kyiv  
**Oleshchuk V.** Professor, Institute of Power Engineering of AS Moldova, Kishinev  
**Pavlik M.** Member of NAS Ukraine, Technical University of Lodz, Poland  
**Peresada S.M.** Professor, National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv  
**Pivniak H.H.** Member of NAS Ukraine, National Mining University, Dnipropetrovsk, Ukraine  
**Rozov V.Yu.** Corresponding Member of NAS Ukraine, State Institution "Institute of Technical Problems of Magnetism of the NAS Ukraine, Kharkiv  
**Rossi K.** Professor, The University of Bologna, Italy  
**Sokol Ye.I.** Corresponding Member of NAS Ukraine, National Technical University "Kharkiv Polytechnical Institute", Ukraine, Kharkiv  
**Stakhiv P.H.** Professor, National University "Lviv Polytechnica", Ukraine, Lviv  
**Strzelecki R.** Professor, Gdansk University of Technology, Poland  
**Vasko P.F.** Dr.Sc. (Eng.), Institute of Renewable energy of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv

Журнал "Технічна електродинаміка" включено до Переліку наукових фахових видань України категорія «А», представлений у загальнодержавній реферативній базі даних "УКРАЇНІКА НАУКОВА" та у міжнародних наукометричних базах даних SCOPUS, COMPENDEX, EBSCO, PROQUEST, CROSSREF, INDEX COPERNICUS, DOAJ.

### Адреса редакції:

03057, м. Київ, проспект Берестейський, 56,  
Інститут електродинаміки НАН України.

Тел. (044) 366 26 57. Email: [ted@ied.org.ua](mailto:ted@ied.org.ua) <https://techned.org.ua>

## ЗМІСТ

**Теоретична електротехніка та електрофізика**

|  |    |
|--|----|
| ЩЕРБА А.А., ПОДОЛЬЦЕВ О.Д., ГУТОРОВА М.С. Комп'ютерне моделювання електричних процесів під час виникнення часткових розрядів у сучасній полімерній ізоляції силових кабелів.....   | 3  |
| БЕЗПРОЗВАННИХ Г.В. Дисипація енергії низькомолекулярними речовинами під час зондування електричним полем багатожильних кабелів атомних електричних станцій .....   | 12 |
| ПАЛЬЧИКОВ О.О. Визначення впливу розподілу зовнішнього електричного поля опорно-стрижневого ізолятора на його сухорозрядну напругу .....   | 19 |
| <b>Перетворення параметрів електричної енергії</b>   |    |
| БОЙКО В.С. Комутуюча напруга трифазного двомостового компенсаційного перетворювача .....   | 25 |
| ЛИПКІВСЬКИЙ К.О., МОЖАРОВСЬКИЙ А.Г. Узагальнення основних положень декомпозиції трансформаторно-ключових виконавчих структур регуляторів напруги з дискретно-разовим керуванням напівпровідниковими елементами.....            | 36 |
| <b>Електромеханічне перетворення енергії</b>   |    |
| ВАСЬКОВСЬКИЙ Ю.М., НЕСТЕРЕНКО Д.С. Порівняльний аналіз малогабаритних високошвидкісних синхронних магнітоелектричних двигунів .....  | 41 |
| КРАСНОШАПКА Н.Д., ПУШКАР М.В., ПЕЧЕНИК М.В., ГОЛОВЕШКІН Д.О., КИПІЧЕНКО В.В. Стійкість робочих режимів автономних асинхронних генераторів із самозбудженням.....   | 47 |
| ШУРУБ Ю.В., ДУДНИК А.О., РУДЕНСЬКИЙ А.А. Синтез типових цифрових астатичних регуляторів промислових електроприводів .....  | 54 |
| ХУДЯЄВ О.А., ПШЕНИЧНИКОВ Д.О., КЛЕПЬКОВ В.Б., ОБРУЧ І.В. Динамічна модель ітераційного електропривода подачі з двома гвинтовими передачами для прецизійних верстатів та обробних центрів .....                                 | 61 |
| <b>Електроенергетичні системи та установки</b>   |    |
| ПАРУС Є.В., БЛІНОВ І.В., МІРОШНИК В.О., РИБІНА О.Б., ОЛЕФІР Д.О., СИЧОВА В.В. Модель оптимального розподілу гідроресурсів ГЕС з резервуванням потужностей для надання допоміжних послуг автоматичного відновлення частоти..... | 73 |
| <b>Електротехнологічні комплекси та системи</b>  |    |
| ВОЙКО М.І. Sub-nanosecond switching of high-voltage trigatrons.....  | 83 |
| <b>Інформаційно-вимірювальні системи в електроенергетиці</b>   |    |
| БОРЦОВ П.І., БРАГИНЕЦЬ І.О., МАСЮРЕНКО Ю.О., МЕЛЬНИК В.Г. Особливості побудови імпедансометричних каналів для роботи на низьких та інфранизьких частотах.....  | 89 |
| До 70-річчя академіка НАН України А.Ф. ЖАРКІНА.....  | 96 |

CONTENTS

**Theoretical electrical engineering and electrophysics**

SHCHERBA A.A., PODOLTSEV O.D., HUTOROVA M.S. Computer simulation of electrical processes when appearing partial discharges in modern polymer insulation of power cables ..... 3

BEZPROZVANNYCH G.V. Energy dissipation by low molecular substances during electric field probing of multi-core cables of nuclear power plants ..... 12

PALCHYKOV O.O. Determination of the influence of the distribution of the external electric field of the support rod insulator on its dry discharge voltage ..... 19

**Conversion of electric energy parameters**

BOIKO V.S. Commutating voltage of three-phase double-bridge compensating converter ..... 25

LYPKIVSKIY K.O., MOZHAROVSKIY A.G. Generalization of the main provisions of the decomposition of transformer-and-switches executive structures of voltage regulators with discrete time control of semiconductor elements ..... 36

**Electromechanical energy conversion**

VASKOVSKY Yu.M., NESTERENKO D.S. Comparative analysis of synchronous magnetoelectric motors for driving an unmanned aircraft of the quadrocopter type ..... 41

KRASNOSHAPKA N.D., PUSHKAR M.V., PECHENIK M.V., GOLOVESHKIN D.O., KIPICHENKO V.V. Stability of operating modes of autonomous self-excited induction generators ..... 47

SHURUB Yu.V., DUDNYK A.O., RUDENSKIY A.A. Synthesis of typical digital astatic regulators of industrial electric drives ..... 54

KHUDIAYEV O.A., PSHENYCHNYKOV D.O., KLEPIKOV V.B., OBRUCH I.V. Dynamic model of an iterative electric feed drive with two screw gears for precision machine tools and machining centers ..... 61

**Electric power systems and installations**

PARUS Ye.V., BLINOV I.V., MIROSHNYK V.O., RYBYNA O.B., OLEFIR D.O., SYCHOVA V.V. Model of optimal allocation of hydro-resources of HPP with capacity reservation for automatic asymmetrical frequency restoration ..... 73

**Electrotechnological complexes and systems**

BOIKO M.I. Sub-nanosecond switching of high-voltage trigatrons ..... 83

**Information Measuring Systems in Electric Power Engineering**

BORCHSHOV P.I., BRAHYNETS I.O., MASIURENKO Yu.O., MELNYK V.G. Features of construction of impedansometric channels for work at low and infrared frequencies ..... 89

**To the 70th anniversary of Academician of NAS of Ukraine A.F. ZHARKIN ..... 96**

Науковий редактор К.О. ЛИПКІВСЬКИЙ  
Редактори І.О. БРАГІНЕЦЬ, І.М. КУЧЕРЯВА

**КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ ПРОЦЕСІВ ПІД ЧАС ВИНИКНЕННЯ ЧАСТКОВИХ РОЗРЯДІВ У СУЧАСНІЙ ПОЛІМЕРНІЙ ІЗОЛЯЦІЇ СИЛОВИХ КАБЕЛІВ**

А.А. Щерба<sup>\*</sup>, академік НАН України, О.Д. Подольцев<sup>\*\*</sup>, докт. техн. наук,

М.С. Гуторова<sup>\*\*\*</sup>, канд. техн. наук

Інститут електродинаміки НАН України,  
пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна.

E-mail: [anat.shcherba@gmail.com](mailto:anat.shcherba@gmail.com); [podoltsev.alexander@gmail.com](mailto:podoltsev.alexander@gmail.com); [ma\\_gu@ukr.net](mailto:ma_gu@ukr.net).

*Розроблено Simulink-модель сучасної полімерної ізоляції силових кабелів з газовим мікровключенням сферичної форми, в якому виникають високочастотні часткові розряди (ЧР). У процесі чисельних розрахунків та дослідженні таких порогових електрофізичних процесів, як ЧР у твердій полімерній ізоляції, враховувалися величина напруги на початку появи ЧР і за його загасання, залежність падіння напруги на мікровключенні від його розмірів та тривалість часу між розрядами, необхідна для формування у цьому газовому мікровключенні вільних електронів як необхідної умови для появи наступного ЧР. За результатами проведених розрахунків досліджено такі електрофізичні залежності, що виникають під час протікання ЧР, як вплив розмірів включення, амплітуди та частоти прикладеної синусоїдної напруги на вказані характеристики. Виявлено, що у разі збільшення діаметра  $d$  газового мікровключення зростають такі число розрядів за період і величина заряду одного ЧР, причому ця величина зростає пропорційно степеневій функції  $d^{1,5+2}$ . Під час підвищення напруги на ізоляції кабелю зростає число ЧР за період, що викликає зростання інших характеристик, а у разі збільшення частоти прикладеної напруги практично пропорційно зростає середнє значення струму ЧР. Отримуючи результати розрахунку рівня ЧР, що виникають у разі прикладання високочастотної напруги, можна отримувати результати для основних характеристик ЧР, що виникають на інших частотах, зокрема на промисловій частоті 50 Гц, прогнозуючи технічний стан ізоляції щодо залишкової тривалості її безаварійної експлуатації. Бібл. 18, рис. 6, табл. 1.*

**Ключові слова:** силовий кабель, тверда електроізоляція, газове мікровключення, часткові розряди, електрофізичні характеристики часткових розрядів, Simulink-модель.

Необхідність підвищення безпеки і надійності високовольтної (ВВ) ізоляції кабельних ліній електропередачі (ЛЕП), турбо- і гідрогенераторів, потужних електромашин та іншого електрообладнання енергооб'єктів України у даний воєнний період загострює актуальність розробки нових підходів до мобільного моніторингу технічного стану такої ізоляції задля визначення доцільності та умов подальшого використання зазначених енергооб'єктів. Прийняття рішення про необхідність додаткового технічного обслуговування, ремонту та заміни ВВ обладнання задля запобігання його аварійного виходу із експлуатації в першу чергу базується на отриманні об'єктивної оцінки технічного стану його ізоляції на основі виявлення та ідентифікації наявних в ній мікродефектів і прогнозування її залишкового ресурсу (терміну безпечної експлуатації) [1].

Зазвичай у промислово розвинених країнах Європи, Америки та Азії дослідження технічного стану ізоляції ВВ кабелів та іншого енергетичного обладнання проводять планово в стаціонарних лабораторіях. Вчені Інституту електродинаміки НАН України (м. Київ), ПАТ "Завод Південкабель" (м. Харків), НТУ України "Київський політехнічний інститут ім. І.Сікорського" та НТУ "Харківський політехнічний інститут" розробили електротехнологічний комплекс серійного виробництва і сертифікації вітчизняних кабельних систем світового рівня з твердою структурно зміцненою так званою "зшитою" поліетиленовою (ЗПЕ) ізоляцією на напругу до 400 кВ [2]. Зараз ПАТ "Завод Південкабель", на території якого створено цей комплекс, є єдиним в Україні виробником новітньої вітчизняної кабельно-провідникової продукції (КПП) на всі класи напруги до 400 кВ для потужних енергооб'єктів критичної інфраструктури України та об'єктів спеціального призначення. Вказану КПП ви-

користуються також задля відновлення роботи промислових і комунальних енергетичних об'єктів нашої Батьківщини, зруйнованих російським агресором.

Для випробування такої КПП синусоїдною напругою до 500 кВ згідно стандарту СОУ-Н МЕВ 40.1-37471933-49:2011 [3] з визначенням електричних характеристик її ЗПЕ ізоляції для міжнародної сертифікації на ПАТ "Завод Південкабель" створено електротехнічну систему (ЕТС) з послідовним резонансним індуктивно-ємнісним контуром (ІСК) добротністю від 20 до 40 за протікання синусоїдного струму частотою 50 Гц. Для створення такого резонансного ІСК використовується ємність ВВ кабелю довжиною 0,1–1 км і регульована індуктивність двох індукторів фірми Hipotronics (США) масою по 18 т кожний [2]. Така ЕТС підключається до напруги 380 В трифазної електромережі частотою 50 Гц, а для додаткового підвищення в ній напруги використовується автотрансформатор Пашена і узгоджувальний однофазний трансформатор.

Аналогічну структуру мають ЕТС таких відомих виробників високовольтної КПП, як АВВ (Німеччина), Nexans (Франція), Bruggkabel (Бельгія), Sumitomo Electric (Японія) та Okonite (США) [2]. Такі ЕТС забезпечують досить точне (з похибкою, меншою 2 пКл) вимірювання рівня часткових розрядів (ЧР) у ВВ ізоляції сучасної КПП. Їхньою найбільш важливою властивістю є реалізація параметричної стабілізації струму в електричних колах навантаження навіть за швидкого змінення його електричного опору. Так навіть у разі виникнення електропробою ВВ ізоляції під час її випробування підвищеною напругою в ЕТС із резонансним ІСК добротністю  $Q = 40$  напруга на ній швидко зменшується теж в 40 разів, відповідно зменшуючи струм в ізоляції, що запобігає виникненню аварійних режимів [2].

Відомо, що поява ЧР у сучасній ВВ ізоляції є однією з перевірених ознак наявності в ній мікродефектів (в першу чергу газових мікровключень в мікротріщинах і післятріпінгових порожнинах), які зменшують її надійність і залишковий безпечний ресурс, а для спрощення теоретичних і практичних досліджень щодо оцінки такого ресурсу розроблено багато математичних моделей [4–8]. Найбільш відомою і поширеною є математична модель з трьома ємностями, запропонована Уайтхедом у 1951 році [9], яка в даний час успішно використовується задля дослідження перехідних електричних процесів у ВВ ізоляції у разі появи в ній ЧР та задля оцінки її залишкового безпечного ресурсу [10, 11].

Проте на даний час ЕТС всіх світових виробників використовують резонансні ІСК на частоті 50 Гц, на якій ємнісний електричний опір сучасної ЗПЕ ізоляції ВВ КПП є досить великим, що вимагає створення реактору з таким же великим індуктивним опором на цій же частоті. Так сучасний кабель довжиною 500 м зі ЗПЕ ізоляцією на напругу до 330 В на частоті 50 Гц буде мати ємнісний електричний опір близько 13 кОм. Для реалізації послідовного резонансного ІСК треба створити реактор з таким же індуктивним опором 13 кОм, здатним пропускати струм до 40 А. При цьому кабель і реактор повинні пропускати потужність до 20 МВА, що є досить складною технічною проблемою [2].

ЕТС трансформаторного типу практично неможливо використати для створення як мобільних, так і стаціонарних установок для діагностики ЧР у ВВ ізоляції енергооб'єктів, оскільки виникнення електропробою в ізоляції не зменшує прикладену до неї напругу в таких ЕТС і викликає недопустимо великий (по суті аварійний) струм короткого замикання.

В той же час було виявлено, що зі зростанням частоти  $f$  прикладеної напруги така важлива характеристика як середнє значення струму ЧР зростає приблизно пропорційно цій частоті [12]. Тому отримані результати щодо впливу частоти струму на характеристики ЧР дають змогу за результатами вимірювання рівня ЧР на високій частоті перераховувати ці характеристики на частоту 50 Гц та прогнозувати таким чином технічний стан і залишковий безпечний ресурс ізоляції силових кабелів та інших енергооб'єктів за напругах і струмах промислової частоти 50 Гц.

Задля аналізу протікання імпульсних високочастотних електромагнітних процесів у ВВ ізоляції у разі появи ЧР використовувався чисельний розрахунок електричного поля на основі методу скінченних елементів, як у роботі [12]. Перевагою такого підходу є можливість отримувати розподіл електричного поля у включенні та з'ясувати його стан перед електричним пробоем. У такий моделі пробій газового включення в діелектрику моделюється шляхом значного збільшення електропровідності газу. Недоліком такого аналізу є складність розрахунку та великі часові й комп'ютерні затрати.

Задля удосконалення ємнісної моделі ЧР доцільно враховувати одночасний вплив декількох важливих факторів, які визначають такі електричні процеси в ізоляції, як залежність напруги появи ЧР і напруги його загасання від розміру газового включення в ізоляції та наявності необхідного проміжку часу для виникнення вільних електронів у включенні, як необхідної умови для появи наступного розряду, що особливо важливо під час дослідження ЧР на високій частоті прикладеної напруги. Проте в опублікованих джерелах дослідження з одночасним врахуванням вищезазначених факторів не проводилися.

Тому **мета даної роботи** полягала в: 1) розробці уточненої математичної моделі електричних процесів у разі виникнення ЧР у газовому мікровключенні полімерної ізоляції силових кабелів, що одночасно враховує декілька факторів; 2) реалізації цієї моделі в пакеті програм Matlab/Simulink та 3) визначення за допомогою комп'ютерного моделювання основних характеристик таких ЧР і впливу на них розміру включення, амплітуди та частоти прикладеної напруги.

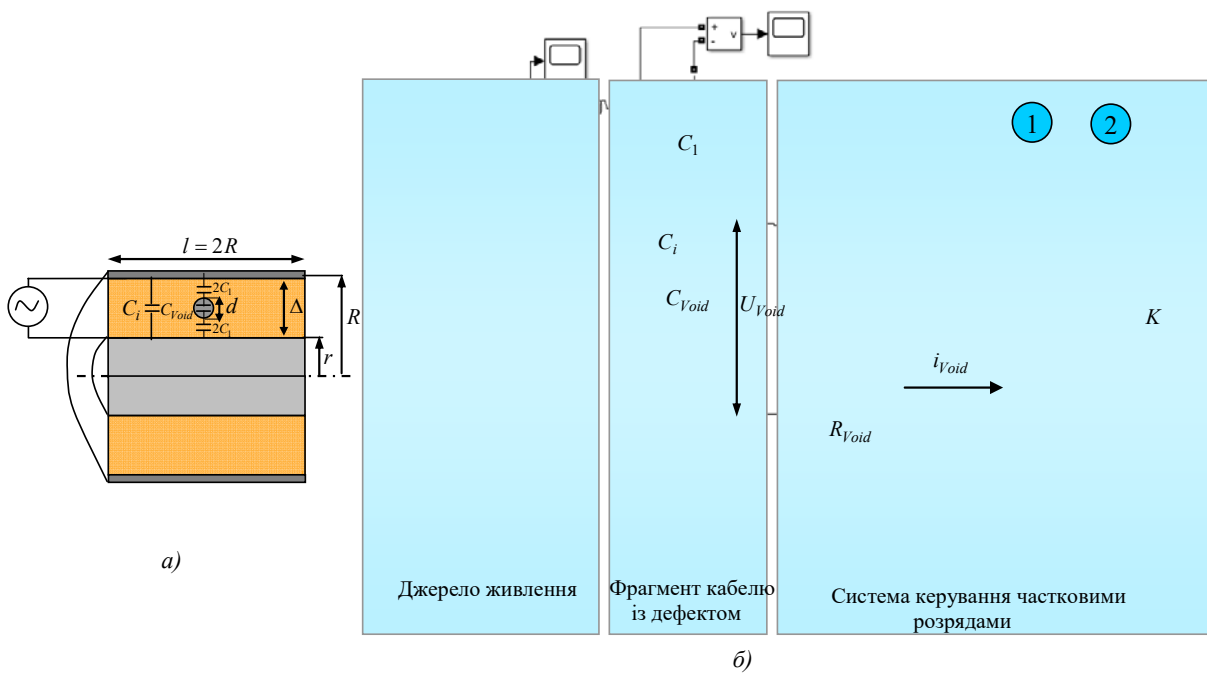
**1. Simulink-модель електричних процесів під час виникнення ЧР в об'ємі полімерної ізоляції силового кабелю за наявності газового дефекту.**

У роботі як модельний зразок розглядався фрагмент силового кабелю із полімерною ізоляцією на напругу 20 кВ, схематично показаний на рис. 1, а. Припускалося, що ізоляція мала дефект у вигляді газового мікровключення сферичної форми із діаметром  $d$ , в якому у разі підключення до джерела синусоїдної напруги виникали ЧР. На рисунку наведено також ємнісне еквівалентне коло такого фрагменту. В цьому колі  $C_{Void}$  – ємність включення,  $C_1$  – ємність ізоляції між включенням і електродами,  $C_i$  – ємність робочої ізоляції фрагменту кабелю (див. рис. 1, а).

У роботі використовувалися наступні вирази для розрахунку значень цих величин [15]:

$$C_{Void} = \epsilon_0 d, \quad C_1 = C_{Void} k / (1 - k), \quad \text{де } k = 1,23d / \Delta, \quad C_i = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r l}{\ln(R/r)}. \quad (1)$$

Значення ємності  $C_1$  вибиралося за умови, що напруга на включенні за різних значеннях його діаметру  $d$  буде дорівнювати падінню напруги на сферичному повітряному включенні, яке розташовано у нескінченному об'ємі полімерної ізоляції із відносним значенням  $\epsilon_r = 2,3$  в однорідному електричному полі.



**Рис. 1**

Simulink-модель вибраного фрагменту кабелю із дефектом наведено на рис. 1, б, на якому показано модель високовольтного джерела живлення гармонічної напруги, модель фрагменту кабелю із дефектом у вигляді сферичного включення та систему керування процесом виникнення та загасання ЧР у цьому включенні. Це здійснюється за допомогою комутатора  $K$ , у разі включенні якого ємність  $C_{Void}$ , що відповідає включенню, розряджається на еквівалентний опір  $R_{Void}$ . У разі виключення  $K$  ємність  $C_{Void}$  заряджається від джерела живлення.

Для керування роботою цього комутатора необхідно враховувати наступне. Відомо, що існують дві умови, необхідні для виникнення ЧР у газовому включенні в діелектрику [14].

Перша умова полягає в тому, що напруженість електричного поля у включенні  $E_{void}$  має перевищувати певне початкове значення напруженості пробую газозового середовища  $E_{inc}$ . Це значення розраховується за допомогою емпіричного виразу [12, 13]

$$E_{inc} = 24,2p(1 + 8,6/\sqrt{pd}), \quad (2)$$

де напруженість  $E_{inc}$  вимірюється в [В/м];  $p$  – тиск газу у включенні [Па];  $d$  – діаметр включення [м].

Другою умовою виникнення ЧР є наявність достатньої кількості електронів, необхідних для початку іонізації газу у включенні. Вони виникають завдяки процесам фотоіонізації в газі, фотоіонізації в матеріалі ізоляції та завдяки їхньої емісії з поверхні ізоляції у включення. Для виникнення цих електронів необхідний певний час, який може дорівнювати  $\tau_e = 0,1 \div 3$  мс [12, 14].

Вказані умови повинні враховуватися у комп'ютерній моделі ЧР.

Задля оцінки значення напруги  $U_{Void}$ , що прикладена до газового включення в ізоляції кабелю, що знаходиться під напругою  $U_0$ , у роботі використовується відомий вираз для поля у включенні сферичної форми, розташованому в діелектрику із однорідним полем  $E_0$  [15]

$$E_{Void} = \frac{3\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2} E_0, \quad (3)$$

де  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  – відносні значення діелектричної проникності відповідно включення і діелектрику. Приймаючи  $\varepsilon_1 = 1$ ,  $\varepsilon_2 = 2,3$  (поліетилен), а також, що  $U_{Void} = E_{Void}d$ ,  $U_0 = E_0\Delta$ , із (3) отримуємо

$$U_{Void} = 1,23 \frac{d}{\Delta} U_0. \quad (4)$$

Виходячи з виразу (4), значення  $C_1$  в (1) розраховується за умови, щоб за різних значеннях діаметра включення напруга на ньому відносилася до напруги  $U_0$  так, як у виразі (4).

Це є першим уточненням вдосконаленої моделі ЧР, яке дає можливість дослідити вплив розміру включення на основні характеристики ЧР.

Друге уточнення пов'язане із урахуванням значень напруги початку та загасання ЧР. Напруга початку ЧР  $U_{inc}$ , враховуючи вираз (2), дорівнює

$$U_{inc} = E_{inc}d = 24,2pd(1 + 8,6/\sqrt{pd}). \quad (5)$$

На рис. 2 наведено залежності напруг за виразами (4) та (5) від діаметру включення за різних значень прикладеної до кабелю напруги  $U_0$ . З цього рисунку видно, що існує критичне значення розміру включення – приблизно 0,2 мм для кабелю, що розглядається, коли за номінальної напруги 20 кВ ЧР у включеннях меншого розміру не виникають, оскільки напруга на цьому включенні згідно виразу (4) не буде перевищувати напругу початку ЧР, представлену у виразі (5). У включеннях більшого розміру умова виникнення ЧР, коли  $U_{Void} \geq U_{inc}$ , завжди буде виконуватися і будуть виникати розряди. Значення напруги загасання ЧР задавалося співвідношенням  $U_{ext} = (0,3 \div 0,9)U_{inc}$  [16].

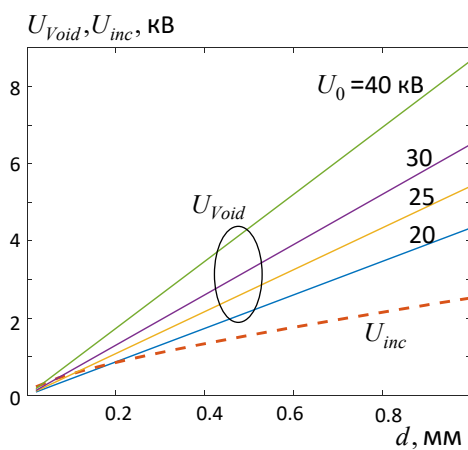


Рис. 2

Третє уточнення пов'язане із врахуванням проміжку часу  $\tau_e$ , необхідного для виникнення початкових електронів, що є особливо важливим під час розрахунку ЧР, що виникають за дії високочастотної напруги.

**Основні характеристики ЧР.** Як основні характеристики ЧР, що розраховуються за допомогою розробленої моделі, в роботі розглядаються наступні:

- 1)  $n_T$  – число ЧР за час, що дорівнює періоду  $T = 1/f$  змінення прикладеної синусоїдної напруги;
- 2)  $q_T$  – сумарний заряд, що виділяється у включенні внаслідок ЧР за період  $T$ ;
- 3)  $q_{PD} = q_T/n_T$  – заряд ЧР, що відповідає одному частковому розряду у включенні;

4)  $I_{PD} = fq_T = fn_Tq_{PD}$  – середнє значення електричного струму, що протікає у включенні внаслідок виникнення ЧР. Саме від величини такого струму буде залежати характер руйнування діелектрика внаслідок ЧР.



## 2. Параметричний аналіз електричних процесів у разі виникнення часткових розрядів.

Розрахунки за різних значень параметрів еквівалентного електричного кола проводилися за допомогою побудованої Simulink-моделі, показаної на рис.1, б. Ураховувалося, що величини ємностей  $C_{Void}$  та  $C_1$  залежать від діаметру включення  $d$  (згідно (1)), а ЧР виникає, коли напруга на включенні перевищує  $U_{Void} \geq U_{inc}$ , де  $U_{inc}$  розраховувалося за виразом (5), і загасає, коли напруга на включенні  $U_{Void} \leq U_{ext}$ , де  $U_{ext} = (0,3 \div 0,9) U_{inc}$ . Значення цих двох напруг задавалися в блоці 1 на рис. 1, б. Також задавалося значення мінімально-допустимого часу  $\tau_e$  у блоці затримки 2 на рис. 1, б.

Під час розрахунку задавалися наступні значення основних параметрів в моделі: для кабелю –  $r = 6,5$  мм,  $R = 14,5$  мм,  $\Delta = 8$  мм. Значення ємностей розраховувалися за виразами (1). Значення  $R_{Void}$  задавалося за умови, що  $\tau_{PD} = C_{Void} R_{Void} = 1$  мкс. Тиск у включенні визначався згідно виразу (5) і було отримано  $p = 0,43 \cdot 10^5$  Па. Прикладена напруга  $U_0 = 25$  кВ (діюче значення), а частота  $f = 50$  Гц.

*Вплив напруги загасання на характеристики ЧР.*

На рис. 3 наведено результати розрахунку ЧР для двох значень напруги загасання  $U_{ext} = 0,3U_{inc}$  та  $U_{ext} = 0,6U_{inc}$  за  $d = 0,3$  мм,  $U_0 = 25$  кВ.

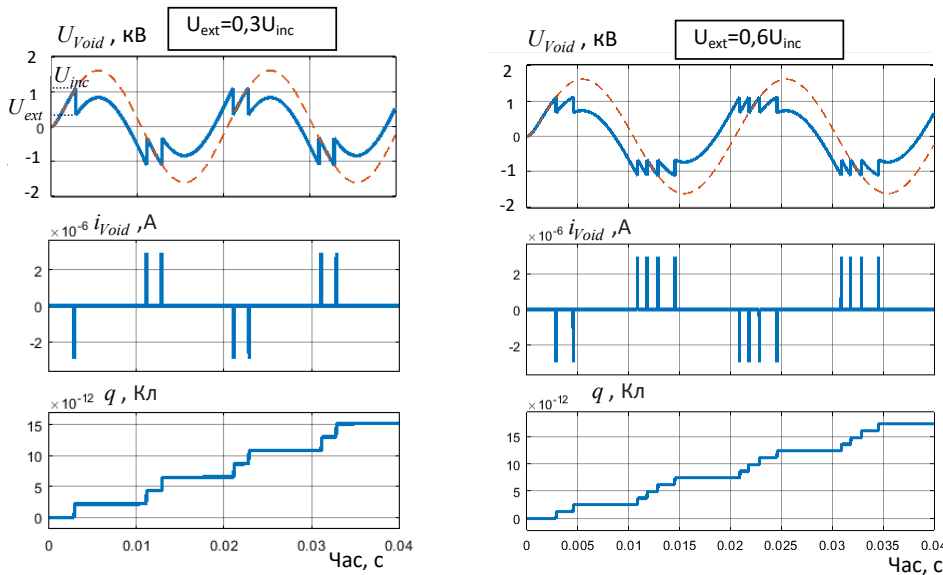


Рис. 3

На цих рисунках синьою лінією показано зміння у часі напруги на включенні  $U_{Void}$ , а червоною лінією для порівняння додатково показано таку напругу за умови, що ЧР не буде виникати у включенні. Також на цьому рисунку показано зміння у часі електричного струму у включенні  $i_{Void}(t)$  та електричного заряду

$$q = \int_0^t |i_{Void}| dt.$$

З цього рисунку видно, що за  $U_{ext} = 0,3U_{inc}$  характеристики ЧР будуть наступні:  $n_T = 4$ ,  $q_T = 8,5$  пКл,  $q_{PD} = 2,1$  пКл, а за  $U_{ext} = 0,6U_{inc}$  –  $n_T = 8$ ,  $q_T = 10,5$  пКл,  $q_{PD} = 1,3$  пКл. Отже у разі збільшення  $U_{ext}$  число ЧР за період  $n_T$  зростає, що призводить до зменшення заряду одного ЧР  $q_{PD}$ . Сумарний заряд  $q_T$ , що характеризує руйнування діелектрику, при цьому зростає.

*Вплив діаметру включення на характеристики ЧР.*

Аналізуючи вплив діаметру включення  $d$  зазначимо, що із ростом  $d$  збільшується як напруга на включенні, так і напруга виникнення ЧР (див. рис. 2). При цьому напруга на включенні збільшується швидше, що призводить до росту заряду ЧР – величина  $q_{PD}$ . Для оцінки характеру залежності  $q_{PD}(d)$  запишемо, враховуючи (1) та (5), наступний вираз:

$$q_{PD} = C_{Void} U_{inc} = 24,2 \varepsilon_0 p d^2 (1 + 8,6 / \sqrt{pd}). \quad (6)$$

З (6) можна встановити, що в залежності від співвідношення складових у дужках величина заряду буде зростати пропорційно або як  $q_{PD} \approx d^{1,5}$ , або як  $q_{PD} \approx d^2$ .

На рис. 4 наведено результати розрахунку ЧР для двох значень діаметру включення:  $d = 0,3$  та  $1$  мм, а в таблиці наведено основні характеристики ЧР за різних значень  $d$ .

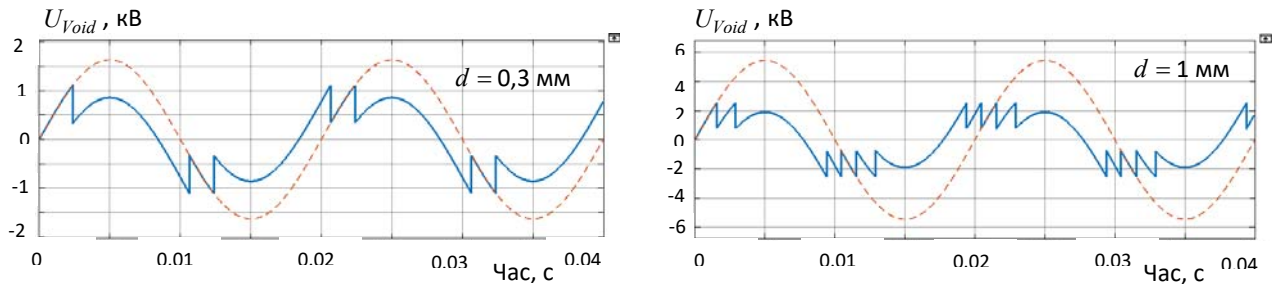


Рис. 4

| $d$ , мм       | 0,2 | 0,3 | 0,6 | 1    |
|----------------|-----|-----|-----|------|
| $n_T$          | 4   | 4   | 8   | 8    |
| $q_T$ , пКл    | 4,5 | 8,5 | 57  | 150  |
| $q_{PD}$ , пКл | 1,1 | 2,1 | 7,1 | 18,7 |

З цих результатів видно, що зростання розміру дефекту приводить до зростання всіх наведених вище чотирьох характеристик ЧР (значення струму  $I_{PD} = fq_T$  також зростає завдяки росту  $q_T$ ), і характер такого зростання відповідає виразу (6).

Вплив амплітуди та частоти напруги на характеристики ЧР. На рис. 5 наведено результати розрахунку ЧР для трьох діючих значень прикладеної напруги  $U_0 = 20, 30$  та  $50$  кВ на частоті  $50$  Гц, звідки видно, що через збільшення напруги збільшується число ЧР за період – величина  $n_T$ . При цьому заряд одного ЧР –  $q_{PD}$  зали-

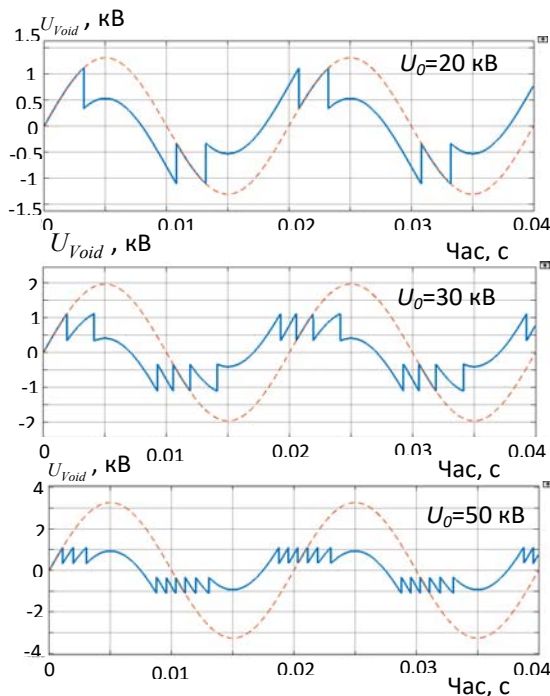


Рис. 5

шається майже незмінним. Отже, у разі збільшення напруги саме внаслідок зростання числа  $n_T$  зростає  $q_T$  і електричний струм ЧР, який змінюється пропорційно  $I_{PD} \sim q_T$ .

На рис. 6 показано результати розрахунку ЧР для трьох значень частоти прикладеної напруги  $f = 1, 20$  і  $50$  кГц за  $U_0 = 25$  кВ,  $d = 0,3$  мм,  $\tau_e = 1$  мкс.

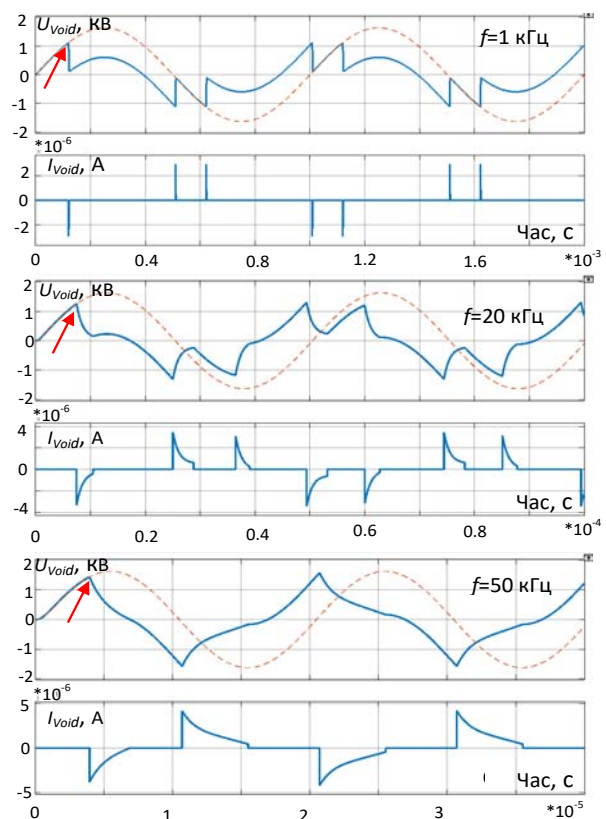


Рис. 6

Слід зазначити, що протікання ЧР у діелектрику характеризується двома власними часовими константами –  $\tau_{PD} = C_{Void}R_{Void}$  та  $\tau_e$ .

За умови, коли  $\tau_e, \tau_{PD} \ll T$ , значення частоти напруги  $f$  слабо впливає на число ЧР за період –  $n_T$  та на величину одного ЧР –  $q_{PD}$ . За високої частоти, коли значення цих констант наближається до значення періоду  $T$ , число ЧР за період зменшується. Це можна з'ясувати із даних рис. 6, значення  $q_T$  змінюється слабо, оскільки за високої частоти внаслідок затримки у часі ємність включення заряджається до більшої напруги, що показано на рис. 6 червоними стрілками. Середнє значення струму ЧР, тобто величина  $I_{PD} = fq_T$ , буде зростати приблизно пропорційно частоті. Отже, у порівнянні зі струмом на частоті 50 Гц можна записати, що

$$I_{PD}(f) \cong I_{PD_{50\text{Гц}}} \frac{f}{50}. \quad (7)$$

Слід зазначити, що отримані характеристики, що відображаються цим виразом, за результатами вимірювання рівня ЧР на високій частоті (доцільність використання якої розглянуто в роботі [16], а в публікації [17] обґрунтовано концепцію реалізації ВВ височастотних ЕТС резонансного типу і в роботі [18] представлено методику визначення та аналізу робочих характеристик таких ЕТС) можна перераховувати потім для промислової частоти 50 Гц і здійснювати таким чином прогнозування технічного стану сучасної ВВ ізоляції силових кабелів та інших енергооб'єктів, які використовують напругу і струм промислової частоти.

**Висновки.** В роботі вдосконалено Simulink-модель сучасної ВВ полімерної ізоляції силових кабелів та інших енергооб'єктів, у газових мікровключеннях якої можуть виникати часткові розряди. Враховуються залежність напруги на включенні від його діаметру, значення напруг початку та закінчення розряду, а також тривалість часу, необхідна для формування у включенні вільних електронів як необхідної умови для появи наступного часткового розряду.

Задля кількісної оцінки ЧР наведено основні його характеристики і за результатами проведених комп'ютерних розрахунків визначено вплив діаметру включення, амплітуди та частоти прикладеної синусоїдної напруги на ці характеристики. Показано, що у разі збільшення діаметру включення  $d$  зростають число розрядів за період і величина заряду одного ЧР, яка зростає приблизно пропорційно  $d^{1.5+2}$ . Через збільшення напруги на кабелі зростає число ЧР, що виникають за один період, та інші характеристики ЧР. У разі збільшення частоти прикладеної напруги середнє значення струму ЧР зростає майже пропорційно цій частоті.

Отримані результати щодо впливу частоти прикладеної напруги на характеристики ЧР дають змогу перераховувати результат вимірювання рівня ЧР під час дії напруги високої частоти на результат впливу такої ж напруги промислової частоти 50 Гц і прогнозувати таким чином змінення технічного стану ВВ ізоляції силових кабелів та інших енергооб'єктів, які використовують напругу і струм промислової частоти.

*Дослідження виконані за Проектом № 2022.01/0211 "Розробка мобільної системи формування напруги зі змінними параметрами для моніторингу безпеки і надійності високовольтного електрообладнання енергетичних об'єктів критичної інфраструктури України", який фінансується Національним фондом досліджень України.*

1. Shahsavarian T., Yue Pan, Zhang Z. Review of Knowledge-Based Defect Identification via PRPD Patterns in High Voltage Apparatus. *IEEE Access*. 2021. Vol. 9. Pp. 77705–77728. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3082858>.

2. Золотарев В.В., Щербань М.А., Гурин А.Г., Супруновская Н.И., Чопов Е.Ю., Обозный А.Л. Электротехнологический комплекс производства кабельных систем на напряжение до 400 кВ. К.: Про формат, 2017. 594 с.

3. Проектування кабельних ліній напругою до 330 кВ. Настанова (зі змінами). СОУ-Н МЕН 40. 1-37471933-49:2011 К.: ДП "НЕК "Укренерго", 2017. 139 с.

4. Kumar H., Shafiq M., Kauhaniemi K., Elmusrati M. A Review on the Classification of Partial Discharges in Medium-Voltage Cables: Detection, Feature Extraction, Artificial Intelligence-Based Classification, and Optimization Techniques. *Energies*. 2024. Vol. 17(5). 1142. DOI: <https://doi.org/10.3390/en17051142>.

5. Densley J. Ageing mechanisms and diagnostics for power cables – An overview. *IEEE Elect. Insul. Mag.* 2001. Vol. 17. No 1. Pp. 14–22. DOI: <https://doi.org/10.1109/57.901613>.

6. Eigner A., Rethmeier K. An overview on the current status of partial discharge measurements on AC high voltage cable accessories. *IEEE Elect. Insul. Mag.* 2016. Vol. 32. No 2. Pp. 48–55. DOI: <https://doi.org/10.1109/MEI.2016.7414231>.
7. Shahsavarian T., Shahrtash S.M. Modelling of aged cavities for partial discharge in power cable insulation. *IET Sci., Meas. Technol.* 2015. Vol. 9. No 6. Pp. 661–670. DOI: <https://doi.org/10.1049/iet-smt.2014.0222>.
8. Eyring H. Dielectric breakdown of solids (Whitehead S.). *J. Chem. Educ.* 1952, 29, 108. DOI: <https://doi.org/10.1021/ed029p108.2>.
9. Xiaohua Zhang, Bo Pang, Yaxin Liu, Shaoyu Liu, Peng Xu, Yan Li, Yifan Liu, Leijie Qi, Qing Xie. Review on Detection and Analysis of Partial Discharge along Power Cables. *Energies*. 2021. Vol. 14(22). 7692. DOI: <https://doi.org/10.3390/en14227692>.
10. Norasage Pattanadech, Rainer Haller, Stefan Kornhuber, Michael Muhr. Partial Discharges. Detection, Identification and Localization. Wiley, 2023. 339 p. DOI: <https://doi.org/10.1002/9781119568414>.
11. Albarracin R., Rodriguez-Serna J.M., Masud A.A. Finite-element-analysis models for numerical simulation of partial discharges in spherical cavities within solid dielectrics: A review and a novel method. *High Voltage*. 2020. Vol. 5. Issue 5. Pp. 556–568. DOI: <https://doi.org/10.1049/hve.2019.0392>.
12. Niemeyer L. A generalized approach to partial discharge modeling. *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*. 1995. Vol. 2. Issue 4. Pp. 510–528. DOI: <https://doi.org/10.1109/94.407017>.
13. Umar Musa, Abdullahi A. Mati, Abdullahi Abubakar Mas'ud. An improved technique for quantifying PD activity in cross-linked polyethylene (XLPE) power cables. *Measurement*. 2023. Vol. 211. 112633. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2023.112633>.
14. Illias H., Jian L.T., Ab Haim abu Bakar, Hazlie Mokhlis. Partial Discharge Simulation under Various Applied Voltage Waveforms. IEEE International Conference on Power and Energy (PECon), Kota Kinabalu, Malaysia, 02–05 December 2012. Pp. 967–972. DOI: <https://doi.org/10.1109/PECon.2012.6450358>.
15. Bleaney B.I., Bleaney B. Electricity and Magnetism. Oxford, UK: Clarendon Press, 1965. 778 p.
16. Кучинский Г.С. Частичные разряды в высоковольтных конструкциях. Л.: Энергия, 1979. 224 с.
17. Щерба А.А., Вінниченко Д.В., Супруновська Н.І. Наукова концепція розробки високовольтних електротехнічних систем резонансного типу з швидкодіючими керуванням і параметричною стабілізацією режимів навантаження. *Техн. електродинаміка*. 2024. № 2. С. 30–41. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2024.02.030>.
18. Щерба А.А., Подольцев О.Д., Супруновська Н.І., Вінниченко Д.В. Визначення та аналіз робочих характеристик високовольтних електротехнічних систем на основі високодобротного резонансного LC-контуру. *Техн. електродинаміка*. 2024. № 1. С. 3–11. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2024.01.003>.

## COMPUTER SIMULATION OF ELECTRICAL PROCESSES WHEN APPEARING PARTIAL DISCHARGES IN MODERN POLYMER INSULATION OF POWER CABLES

A.A. Shcherba, O.D. Podoltsev, M.S. Hutorova

Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine,  
Beresteiskyi Ave., 56, Kyiv, 03057, Ukraine.

E-mail: [anat.shcherba@gmail.com](mailto:anat.shcherba@gmail.com); [podoltsev.alexander@gmail.com](mailto:podoltsev.alexander@gmail.com); [ma\\_gu@ukr.net](mailto:ma_gu@ukr.net).

*A Simulink model of modern polymer insulation of power cables with a spherical gas micro-inclusion, in which high-frequency partial discharges (PDs) occur, has been developed. The magnitude of the voltage both at the beginning of the PD appearance and during its decay was taken into account during numerical calculations and research of such threshold electro-physical processes as PD in solid polymer insulation. The dependence of the voltage drop on the gas micro-inclusion on its size, as well as the time interval between discharges, which is necessary for the formation of free electrons in this gas micro-inclusion, as a necessary condition for the appearance of the next PD, was also taken into account. Based on the results of the calculations, the electro-physical dependences that occur during the PD, such as the influence of the size of the inclusion, the amplitude and frequency of the applied sinusoidal voltage on the above-mentioned characteristics were investigated. It has been revealed that with an increase in the diameter  $d$  of a gas microinclusion, such characteristics as the number of discharges per period and the charge of one PD also increase, and this charge increases in proportion to a power function  $d^{1.5+2}$ . When the voltage on the cable insulation increases, the number of PDs per period increases, which causes an increase in other characteristics, and when the frequency of the applied voltage increases, the average value of the PDs current increases almost proportionally to the increase in this frequency. Having obtained the results of the calculation of the level of PDs that occur when high-frequency voltage is applied, it is possible to obtain results for the main characteristics of PDs that occur at other frequencies, in particular at the industrial frequency of 50 Hz, which will make it possible to predict the technical condition of the insulation in terms of the residual resource of its trouble-free operation. References 18, figures 6, table 1.*

**Key words:** power cable, solid electrical insulation, gas micro-inclusions, partial discharges, electro-physical characteristics of partial discharges, Simulink model.

1. Shahsavarian T., Yue Pan, Zhang Z. Review of Knowledge-Based Defect Identification via PRPD Patterns in High Voltage Apparatus. *IEEE Access*. 2021. Vol. 9. Pp. 77705–77728. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3082858>.
2. Zolotarev V.M., Shcherba M.A., Gurin A.G., Suprunovska N.I., Chopov Ye.Yu., Obozny A.L. Electrotechnological complex for the production of cable systems for voltages up to 400 kV. Kyiv: Pro format, 2017. 594 p. (Rus)
3. Design of cable lines with a voltage of up to 330 kV. Standard (with changes). SOU-N MEV 40. 1-37471933-49:2011. Kyiv: SE NEC Ukrenergo, 2017. 139 p. (Ukr)
4. Kumar H., Shafiq M., Kauhaniemi K., Elmusrati M. A Review on the Classification of Partial Discharges in Medium-Voltage Cables: Detection, Feature Extraction, Artificial Intelligence-Based Classification, and Optimization Techniques. *Energies*. 2024. Vol. 17(5). 1142. DOI: <https://doi.org/10.3390/en17051142>.
5. Densley J. Ageing mechanisms and diagnostics for power cables – An overview. *IEEE Elect. Insul. Mag.* 2001. Vol. 17. No 1. Pp. 14–22. DOI: <https://doi.org/10.1109/57.901613>.
6. Eigner A., Rethmeier K. An overview on the current status of partial discharge measurements on AC high voltage cable accessories. *IEEE Elect. Insul. Mag.* 2016. Vol. 32. No 2. Pp. 48–55. DOI: <https://doi.org/10.1109/MEI.2016.7414231>.
7. Shahsavarian T., Shahrtash S.M. Modelling of aged cavities for partial discharge in power cable insulation. *IET Sci., Meas. Technol.* 2015. Vol. 9. No 6. Pp. 661–670. DOI: <https://doi.org/10.1049/iet-smt.2014.0222>.
8. Eyring H. Dielectric breakdown of solids (Whitehead S.). *J. Chem. Educ.* 1952, 29, 108. DOI: <https://doi.org/10.1021/ed029p108.2>.
9. Xiaohua Zhang, Bo Pang, Yaxin Liu, Shaoyu Liu, Peng Xu, Yan Li, Yifan Liu, Leijie Qi, Qing Xie. Review on Detection and Analysis of Partial Discharge along Power Cables. *Energies*. 2021. 14. 7692. DOI: <https://doi.org/10.3390/en14227692>.
10. Norasage Pattanadetch, Rainer Haller, Stefan Kornhuber, Michael Muhr. Partial Discharges. Detection, Identification, and Localization. Wiley, 2023. 339 p. DOI: <https://doi.org/10.1002/9781119568414>.
11. Albarracin R., Rodriguez-Serna J.M., Masud A.A. Finite-element-analysis models for numerical simulation of partial discharges in spherical cavities within solid dielectrics: A review and a novel method. *High Voltage*. 2020. Vol. 5. Issue 5. Pp. 556–568. DOI: <https://doi.org/10.1049/hve.2019.0392>.
12. Niemeyer L. A generalized approach to partial discharge modeling. *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*. 1995. Vol. 2. Issue 4. Pp. 510–528. DOI: <https://doi.org/10.1109/94.407017>.
13. Umar Musa, Abdullahi A. Mati, Abdullahi Abubakar Mas'ud. An improved technique for quantifying PD activity in cross-linked polyethylene (XLPE) power cables. *Measurement*. 2023. Vol. 211. 112633. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2023.112633>.
14. Illias H., Jian L.T., Ab Haim abu Bakar, Hazlie Mokhlis. Partial Discharge Simulation under Various Applied Voltage Waveforms. IEEE International Conference on Power and Energy (PECon), Kota Kinabalu, Malaysia, 02–05 December 2012. Pp. 967–972. DOI: <https://doi.org/10.1109/PECon.2012.6450358>.
15. Bleaney B.I., Bleaney B. Electricity and Magnetism. Oxford, UK: Clarendon Press, 1965. 778 p.
16. Kuchinskii G.S. Partial discharges in high-voltage structures. Leningrad: Energiya, 1979. 224 p. (Rus)
17. Shcherba A.A., Vinnychenko D.V., Suprunovska N.I. Scientific concept for the creation of high-voltage electrical systems of a resonance type with high-speed control and parametric stabilization of load modes. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2024. No 2. Pp. 30–41. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2024.02.030> (Ukr)
18. Shcherba A.A., Podoltsev O.D., Suprunovska N.I., Vinnychenko D.V. Determining and analysing performance characteristics of high-voltage electrotechnical systems based on a series resonant LC-circuit with a high Q-factor. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2024. No 1. Pp. 3–11. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2024.01.003> (Ukr)

Надійшла 20.05.2024

## ДИСИПАЦІЯ ЕНЕРГІЇ НИЗЬКОМОЛЕКУЛЯРНИМИ РЕЧОВИНАМИ ПІД ЧАС ЗОНДУВАННЯ ЕЛЕКТРИЧНИМ ПОЛЕМ БАГАТОЖИЛЬНИХ КАБЕЛІВ АТОМНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ СТАНЦІЙ

Г.В. Безпрозванних\*, докт. техн. наук  
Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут",  
вул. Кирпичова, 2, Харків, 61002, Україна.  
E-mail: [Hanna.Bezprozvannukh@khpі.edu.ua](mailto:Hanna.Bezprozvannukh@khpі.edu.ua)

*Запропоновано модель кусково-однорідного між-фазного простору багатожильних кабелів з урахуванням впливу тріщин, орієнтованих уздовж силових ліній електричного поля. Тріщини заповнено низькомолекулярними речовинами. Розглянуто випадок зондувального електричного поля за умови значної тангенціальної компоненти. Визначено еквівалентні значення тангенсу кута діелектричних втрат за різних параметрів низькомолекулярних речовин у тріщинах поліетиленової ізоляції провідника перерізом 2,5 мм<sup>2</sup>. Еквівалентний тангенс кута діелектричних втрат зростає у (3-20) разів під час змінення дисипації електричної енергії низькомолекулярними речовинами від 10% до 100% у тріщині, що становить 1% від товщини неушкодженої ділянки поліетиленової ізоляції. Отримано розподіл електричного поля для загального випадку накопичення низькомолекулярних продуктів у капілярах, утворених щілиноподібними зазорами між ізольованими жилами. Сильне електричне поле в меншій частині зазору між ізольованими жилами, яке виникає за потенціалу жили 1 кВ, сприяє поглиненню капіляром продуктів розкладання як твердої поліетиленової ізоляції, так і водяної пари з атмосфери у разі неекранованих конструкцій багатожильних кабелів. Несиметрична конфігурація зондувального електричного поля зі значною тангенціальною складовою дає змогу виявити низькомолекулярні продукти розкладання твердої полімерної ізоляції, наявність яких є ознакою її старіння. Відмінності, що експериментально спостерігаються у величині  $\text{tg}\delta$  за різних схем обстеження багатожильних кабелів, пов'язані більшою мірою з нерівномірним розподілом по перерізу кабелю речовин, що розсіюють електричну енергію, а не зі зміною структури зондувального електричного поля. Бібл. 11, рис. 5.*

**Ключові слова:** багатожильні кабелі атомних електричних станцій, низькомолекулярні речовини, зондувальне електричне поле, тангенс кута діелектричних втрат.

### Вступ.

Безпечна та ефективна експлуатація атомних електричних станцій (АЕС) України є однією з найважливіших проблем, що стоїть перед сучасною прикладною наукою.

На даний час одним з пріоритетних напрямків модернізації діючих АЕС є продовження строку їхньої експлуатації [1, 2]. Зазвичай, розрахунковий термін експлуатації ядерних реакторів становить 30-40 років. Дані Міжнародного агентства з атомної енергії (МАГАТЕ) показують, що станом на квітень 2022 року у світі 133 атомні енергоблоки експлуатувалися більше 40 років, тоді як 164 блоки перевищили 30 років експлуатації. Рівень технологічного розвитку окремих країн проявляється в різних підходах до вирішення питань терміну експлуатації атомної енергетики. Так, Франція є одним із піонерів, яка поставила питання про продовження терміну експлуатації атомних енергоблоків до 80-и років. Наразі у Франції працює 56 атомних реакторів та 14 – остаточно виведенні з експлуатації.

Задля обґрунтування можливості продовження строку експлуатації енергоблоків АЕС необхідно виконати значний обсяг науково-технічних робіт з різних аспектів технології для забезпечення експлуатації енергоблоків. Безпека АЕС повністю залежить від безперебійної роботи вимірювального та контрольного обладнання. З метою продовження терміну експлуатації АЕС понад 40 років та будівництвом нових блоків АЕС із строком експлуатації 60 років необхідно проводити дослідження у сфері управління старінням та кваліфікації обладнання, у тому числі й кабелів АЕС [3–8]. У цьому контексті електричні кабелі АЕС є критично важливими компонентами через їхню дуже значну кількість в межах всього об'єкту з надскладною задачею їхньої заміни. На одному блоці АЕС зазвичай знаходиться близько 1500 км силових, контрольних, контрольно-вимірювальних та інших кабелів у більш ніж 25000 ланцюгах, багато з яких вичерпали встановлений ресурс, інші наближаються до завершення планових термінів експлуатації [9].

---

© Безпрозванних Г.В., 2024

\* ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9584-3611>

Наслідки старіння кабелів, особливо деградація електроізоляційних матеріалів, поступово відчуваються в усьому світі з початку експлуатації АЕС. Деградація матеріалів продовжуватиметься у міру старіння АЕС. Продовження ліцензій на експлуатацію атомних енергоблоків пов'язано з працездатністю кабелів у тому числі. Непередбачена та неконтрольована структурна деградація кабелів, що експлуатуються на АЕС, може призвести до значної втрати резервів безпеки. Це потребує продовження робіт щодо оцінки технічного стану кабелів АЕС [9].

**Постановка проблеми.** Конструктивною особливістю багатожильних кабелів (контрольних і силових) є неоднорідність діелектрику в ізоляційних проміжках між жилами, жилами та екранами [9–11]. У контрольних кабелях між ізолюваними жилами є повітряні щілиноподібні зазори (мікрокапіляри), що володіють гігроскопічними властивостями (тобто здатністю поглинати водяні пари з атмосфери у разі неекранованих конструкцій кабелів та низькомолекулярної речовини розкладання самої полімерної ізоляції). У силових кабелях з паперово-масляною ізоляцією крім мікронеоднородностей, обумовлених різницею властивостей клітковини і просочення, є макронеоднорідності властивостей фазної та поясної ізоляції, міжфазного заповнення.

Так, у багатожильних контрольних кабелях ряд ізолюваних жил стикаються одна з одною, утворюючи діелектричні клини (див. рис. 3, а). У вільному просторі між жилами повинно знаходитися повітря. В той же час експерименти свідчать, що діелектричні втрати у край нерівномірно розподіляються по перерізу багатожильних кабелів, які тривалий час працювали, зокрема, в гермопроходках на АЕС [10]. Якщо розсіювання енергії змінного електричного поля пов'язувати з низькомолекулярними домішками (наприклад, продуктами розкладу полімерів в результаті термічного або радіаційного старіння, парами води, адсорбованими окисненою поверхнею електричної ізоляції жил, особливо мікрокапілярів, що утворюються в зоні їхнього контакту), то ці домішки розподіляються переважно по периферії кабелю (ближче до металевої або полімерної оболонки), а не в центрі кабелю. Відмінність за величиною тангенса кута діелектричних втрат становить від 2 до 10 разів залежно від того, на внутрішніх або зовнішніх повивах концентрується електричне поле, що зондує.

Причина полягає в утворенні низькомолекулярних речовин (НМР) розкладання ізоляції, що мають ще гідрофільні властивості – здатність поглинати атмосферну вологу. У разі прикладання змінного зондувального електричного поля за умови нормального до меж поділу середовищ напряму силових ліній у зоні контакту ймовірність виявлення домішок мала. Послідовно з відносно тонким шаром домішки включена тверда ізоляція жил з високими діелектричними властивостями. Падіння напруги на шарі домішки мале, і навколо жили практично створюється радіальне електричне поле, що є неефективним для виявлення домішок. Відповідно, схеми обстеження "кожна жила – проти всіх інших" призводять до виникнення навколо обстежуваної жили практично радіального поля, що є малопродатним та неефективним для виявлення НМР.

**Метою даної роботи** є визначення впливу поверхневих шарів з низькомолекулярними речовинами з підвищеними втратами на загальний тангенс кута діелектричних втрат за умови тангенціального зондувального електричного поля під час обстеження кабелів задля підвищення ефективності виявлення ознак старіння ізоляції багатожильних кабелів АЕС.

**Випадок зондувального електричного поля за умови значної тангенціальної складової під час обстеження кабелів.** Цей випадок у чистому вигляді спостерігається для тріщин в ізоляції, заповнених низькомолекулярними речовинами (рис. 1). На рис. 1

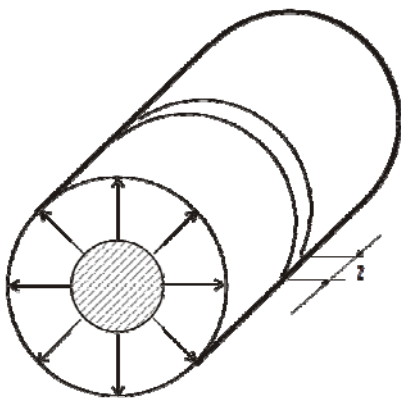


Рис. 1

представлено модель тріщини ( $z$ ) в ізоляції, орієнтованої вздовж силових ліній поля (випадок тангенціального поля).

Ємності нормальної ("неушкодженої") частини ізоляції ( $C$ ) та тріщини ( $C_z$ ) у цьому випадку включаються паралельно. Виражаючи ці величини через геометричні розміри, знаходиться результуючий тангенс кута діелектричних втрат

$$C = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 \cdot l}{\ln(R_2 / R_1)}, \quad C_z = \frac{2\pi\epsilon_z\epsilon_0 \cdot z}{\ln(R_2 / R_1)},$$

де  $l$  – довжина нормальної частини ізоляції;  $z$  – довжина тріщини;  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м – електрична стала;  $\epsilon$ ,  $\epsilon_z$  – діелектричні проникності ізоляції та НМР у тріщині;  $R_1$ ,  $R_2$  – радіуси жили та ізоляції.

Позначемо  $tg\delta$  та  $tg\delta_z$  – тангенси кутів діелектричних втрат неушкодженої частини ізоляції та тріщини, заповненої НМР. Тоді для паралельного включення виділених фрагментів

$$tg\delta_e = \frac{C}{C+C_z} tg\delta + \frac{C_z}{C+C_z} tg\delta_z.$$

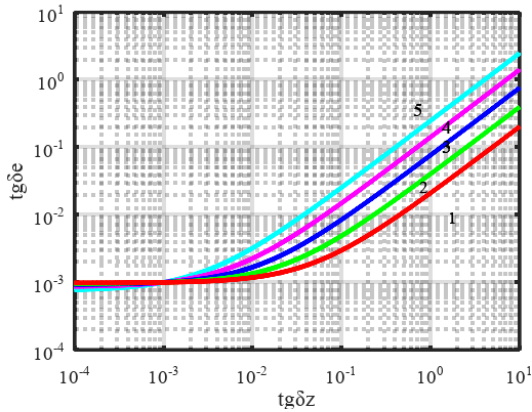


Рис. 2

На рис. 2 наведено еквівалентні значення тангенсу кута діелектричних втрат за різних параметрів НМР у тріщинах поліетиленової ізоляції провідника перерізом  $2,5 \text{ мм}^2$ . Криві відповідають тріщині довжиною  $z$ : 1 – 0,1 мм; 2 – 0,2 мм; 3 – 0,4 мм; 4 – 0,8 мм; 5 – 1,6 мм. Довжина ділянки із суцільною ізоляцією – 10 мм.

За  $tg\delta_z=10\%$  результуючий тангенс кута діелектричних втрат зростає в 3 рази за товщини тріщини всього 0,1 мм: це становить 1% від товщини неушкодженої ділянки ізоляції. За  $tg\delta_z=100\%$  результуючий тангенс кута діелектричних втрат зростає у 20 разів.

У разі ширині тріщин менше 0,1 мкм, вони мають гігроскопічні властивості, тобто поглинатимуть пари води та НМР з атмосфери.

Підвищена напруженість поля в тріщинах сприятиме їхньому виявленню, наприклад, шляхом вимірювання тангенсу кута діелектричних втрат. Виникнення часткових розрядів у мікротріщинах – малоімовірне. По-перше, через те, що напруженість поля на поверхні нормальних ділянок ізоляції виявляється вищою, а по-друге, через утруднення розвитку лавинного розряду в мікротріщинах. Щоправда, останнє твердження не завжди справедливе: у випадку руху електронів у сильному електричному полі поверхневих зарядів мікротріщини швидше набувають енергію, достатню для здійснення ударної іонізації повітря та ініціювання часткових розрядів. У будь-якому випадку, відмінність властивостей ізоляції буде свідченням старіння кабелів, природу якого можна буде визначити методами діагностики за  $tg\delta$ .

**Низькомолекулярні продукти у капілярі між ізолюваними жилами.** На поверхні ізоляції кожної внутрішньої жили (рис. 3, а) багатожильного кабелю утворюються ділянки підвищеної напруженості електричного поля в області зазорів (рис. 3, а, б). Напруженість електричного поля максимальна в мінімальному зазорі  $\Delta x$  між поверхнями, ізоляції жил, що майже стикаються (рис. 3, а, точки а і е) і мінімальна в максимальному зазорі (точки б, с і d). Низькомолекулярні полярні речовини розкладання ізоляції можуть втягуватися в область сильного електричного поля та накопичуватися в зоні зазору.

Форма поверхні відкладень приймається як меніск радіуса  $RL$  (рис. 3, б). Нехай  $\alpha$  – кут, під яким із центру жили видно край меніска, і  $\epsilon$  параметром НМР. Тоді через цей параметр знайдуться координати центру циліндричної поверхні меніска ( $XCL, YCL$ ) та його радіус  $RL$

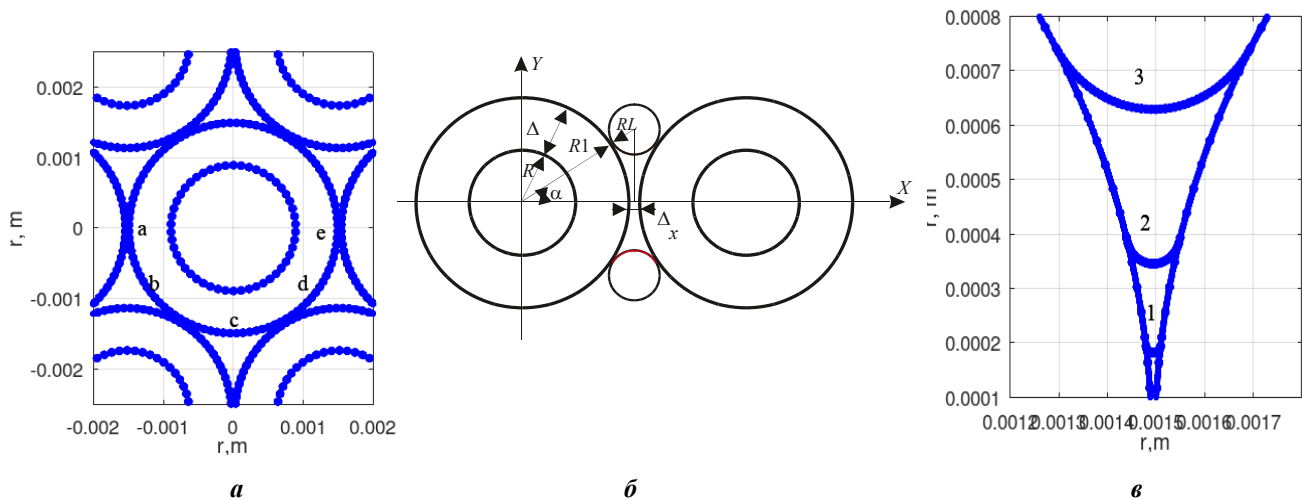


Рис. 3



$$X_{CL} = R_1 + \Delta_x / 2, \quad Y_{CL} = X_{CL} \cdot \operatorname{tg} \alpha,$$

$$RL = \frac{X_{CL}}{\cos \alpha} - R_1.$$

На рис. 3, б показано область капіляра між ізолюваними жилами та його розміри, а також позначено:  $R$  – радіус жили;  $\Delta$  – товщина ізоляції;  $R_1$  – радіус жили з ізоляцією;  $\Delta x$  – товщина зазору між жилами;  $RL$  – радіус меніска НМР у зазорі.

Розглянуто три ступені заповнення капіляра НМР (рис. 3, в), що відповідають значенням параметра  $\alpha$ : крива 1 –  $\alpha = \pi/24$ ; крива 2 –  $\alpha = \pi/12$  та крива 3 –  $\alpha = \pi/6$ .

На рис. 4 представлено розгортки напруженості електричного поля по жилах ( $E1$ ,  $E2$ ), їхньої ізоляції ( $Ei1$ ,  $Ei2$ ) та поверхні НМР (LMP) за різного ступеню заповнення капіляра:

крива 1 –  $\alpha = \pi/24$ ; крива 2 –  $\alpha = \pi/12$ ; крива 3 –  $\alpha = \pi/6$ . Чисельний розрахунок електричного поля виконано методом вторинних джерел [10]. Сильне електричне поле в меншій частині зазору, яке виникає за потенціалів жил близько одного кіловольта, не викликає проявів часткового розряду [10], але сприяє поглиненню капіляром продукту розкладання твердої поліетиленової ізоляції.

Напруженість електричного поля в області меніска зменшується у міру заповнення капіляра і збільшення радіуса меніска. Отже, втягування низькомолекулярних полярних продуктів в область сильного поля капіляра йде інтенсивно на самому початку старіння кабелів, а потім – сповільнюється. Такий характер залежності від часу накопичення НМР має і явище поглинання НМР криволінійною поверхнею меніска: спочатку кривизна поверхні меніска значна (позиція 1 на рис. 3, в), а потім зменшується (позиції 2, 3 на рис. 3, в).

Під дією виниклої різниці тисків  $\Delta p$  під меніском рідина починає підніматися у капілярі до тих пір, поки гідростатичний тиск стовпа рідини, що піднявся, не буде дорівнювати тиску Лапласа (можна дати посилання, наприклад, на *Сумм Б.Д. Основы коллоидной химии. М.: Академия, 2006, 240 с.* <https://obuchalka.org/2015051884838/osnovi-kolloidnoi-himii-summ-b-d-2007.html>)

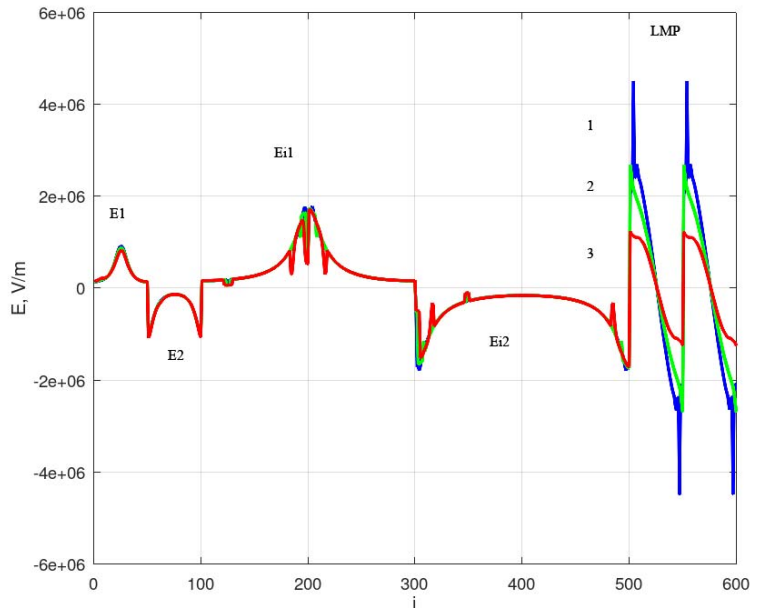


Рис. 4

$$p_{\text{л}} = \frac{2\sigma_p}{R_L},$$

де  $\sigma_p$  – коефіцієнт поверхневого натягу НМР, Н/м<sup>2</sup>. Тут  $R_L = RL$  – радіус меніска НМР (рис. 3, б).

Висота підняття стовпа рідини у капілярі також зростає із збільшенням коефіцієнта поверхневого натягу рідини. В той же час у процесі старіння твердої неполярної полімерної ізоляції відбувається підвищення її гідрофільних властивостей, що обумовлює зменшення кривизни поверхні меніска.

Після заповнення зазору  $\Delta x$  між ізолюваними жилами та утворення меніска, конденсація НМР, тобто перехід в рідину, прискорюється: позначається поглинаюча дія криволінійної поверхні меніска через збільшення сил міжмолекулярної взаємодії НМР у пароподібному та рідкому стані. Надалі, у міру зростання радіуса кривизни меніска  $RL$  тиск капілярного всмоктування  $\Delta p$  зменшується, і процес конденсації НМР уповільнюється.

Процес накопичення НМР у капілярі між ізолюваними жилами характеризується кількома стадіями. Спочатку він протікає повільно до заповнення зазору та утворення поверхні меніска. Потім накопичення НМР прискорюється через сильне електричне поле в крайових зонах меніска і тиску капілярного всмоктування. На завершальній стадії швидкість конденсації НМР знову зменшується, через що їхня концентрація у пароподібному стані збільшується. Прискорити конденсацію НМР у капілярах можна за допомогою сильного зовнішнього поля. Для цього вимірювання  $\operatorname{tg} \delta$  слід вести за наявності постійної складової напруги. Якщо введення постійної складової напруги призводить до зростання  $\operatorname{tg} \delta$  ізоляційних проміжків, це означає процес конденсації в них НМР. Сучасні

вимірювальні прилади (наприклад, вимірювач імпедансу Е7-14) дають змогу проводити вимірювання  $tg\delta$  за постійної складової напруги до 200 В. При цьому рівень змінної складової напруги становить 0,04 (низький рівень) або 2 (високий рівень).

Розподіл діелектричних втрат за перерізом багатожильних кабелів знаходиться шляхом

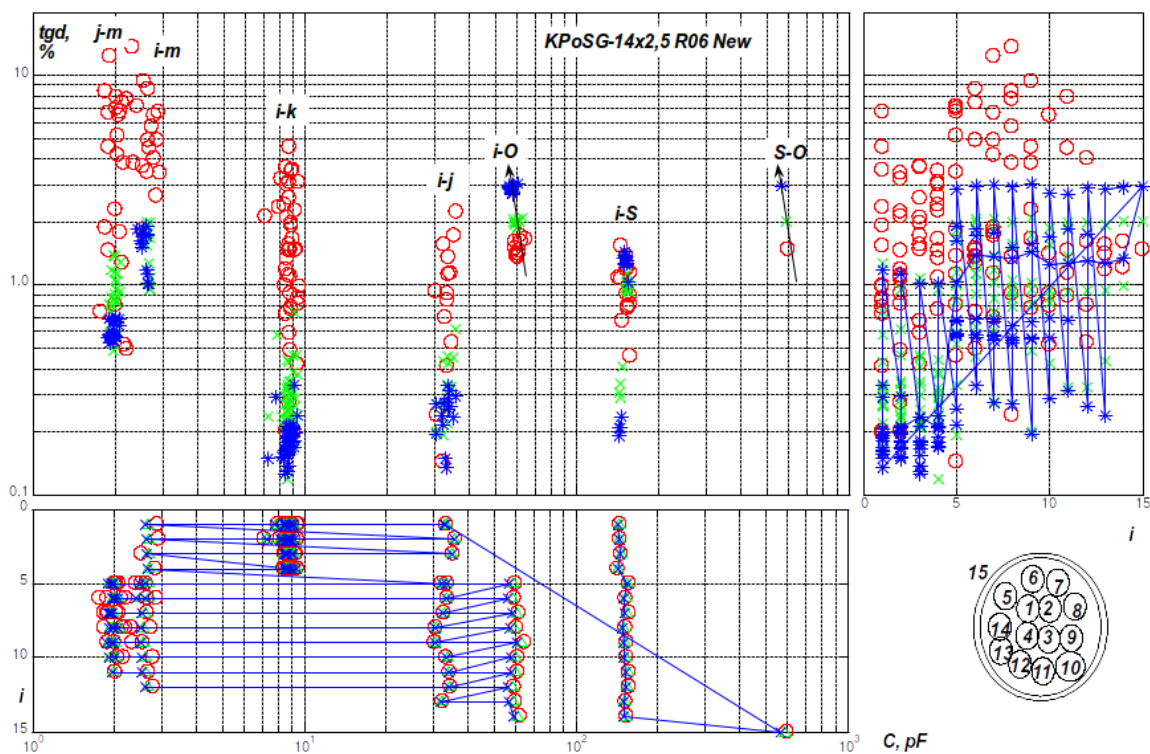


Рис. 5

вимірювань параметрів – ємності та тангенсу кута діелектричних втрат – усіх ізоляційних проміжків (типу «жила-жила», «жила-екран», «жила-оболонка» та ін.).

**Експериментальне виявлення накопичення НМР у багатожильних кабелів АЕС.** На рис. 5 показано  $C$ - $tg\delta$ - $i$  діаграму зразка контрольного двохповивного 14-жильного кабелю КПОСГ-14х2,5 гермозони АЕС, що містить внутрішню захисну оболонку із полівінілхлоридного пластику та зовнішню – із свинцю. Схему зразка наведено у четвертому квадранті діаграми. Цифрами позначено: 1–4 – жили першого повива; 5–14 – жили другого повива; 15 – свинцева оболонка кабелю. Характерні області діаграми:  $S-O$  – всі жили разом проти оболонки;  $i-S$  – кожна жила окремо проти всіх інших та оболонки;  $i-O$  – кожна жила проти оболонки;  $i-j$  – сусідні жили першого та другого повивів;  $i-k$  – жили першого повива через одну від сусідньої;  $i-m$  – жили першого повива щодо оболонки;  $j-m$  – жили другого повива через одну-дві від сусідньої.

Вимірювання проведено для 3-х значень частоти зондувального електричного поля (рис. 5): 100 Гц (кружки червоного кольору), 1 кГц (хрестики зеленого кольору) та 10 кГц (зірочки синього кольору).

Складна конфігурація зондувального електричного поля містить значну тангенціальну складову напруженості поля на межах поділу середовищ, яка викликає підвищені втрати в шарах поверхневих забруднень. Завдяки несиметричній конфігурації поля вдається помітити низькомолекулярні продукти розкладання твердої полімерної ізоляції – ознаки її старіння.

Порівняння тангенсів кутів діелектричних втрат різних проміжків дає можливість виявити, у тому числі, і наявність низькомолекулярних речовин, що розсіюють енергію змінного електричного поля, та розподілення їх у внутрішньому просторі кабелю. Зазвичай НМР мають менший опір, тому виявляють себе у підвищених значеннях  $tg\delta$  на низьких частотах (у даному випадку на частоті 100 Гц) (рис. 5, області  $j-m$ ,  $i-m$ ,  $i-j$ ). Полярні групи, властиві, наприклад, ПВХ ізоляції, або ті, які з'являються в процесі окислення поліетилену, виявляються в підвищених значеннях  $tg\delta$  на високих частотах (у даному випадку на частоті 10 кГц) (рис. 5, область  $i-S$ ).

**Висновки.** Розсіювання енергії змінного електричного поля на ділянці конструкції кабелю пропорційно накопиченій енергії та тангенсу кута діелектричних втрат цієї ділянки. За відсутності в

повітряних зазорах низькомолекулярних речовин розсіювання енергії цими ділянками кабелю не відбувається. Роль повітряних проміжків між ізолюваними жилами у конструкції кабелів зводиться до зменшення втрат електричної енергії, через що тангенс кута діелектричних втрат системи ізолюваних жил повинен бути меншим, ніж власне самої твердої полімерної ізоляції жил. Під час спостереження зворотної картини в повітряних проміжках присутні речовини (можливо у вигляді поверхневих забруднень), що розсіюють електричну енергію змінного поля. В результаті тангенс кута діелектричних втрат системи ізолюваних жил виявляється вищим, ніж власне твердої ізоляції жил.

Кабелі, у яких виявлено велику неоднорідність розподілу діелектричних втрат по перерізу, повинні розглядатися як сумнівної якості через високу ймовірність знаходження в них також тріщин в ізоляції, через які НМР, у тому числі продукти окиснення мідних провідників, свинцевої оболонки потрапляють у міжфазний простір і призводять до підвищених значень  $tg\delta$  кабелів гермозони АЕС.

1. International Atomic Energy Agency. Ageing Management for Nuclear Power Plants: International Generic Ageing Lessons Learned (IGALL). Safety Reports Series. No 82 (Rev. 1). Vienna: IAEA, 2020. 120 p.

2. Шугайло О.П., Плачков Г.І., Гребенюк Ю.П., Шевченко І.А., Дибач О.М., Зелений О.В., Москалішин Р.І. Основні результати аналізу стану управління старінням атомних електростанцій в Україні. *Ядерна та радіаційна безпека*. 2018. № 3(79). С. 3-9. DOI: [https://doi.org/10.32918/nrs.2018.3\(79\).01](https://doi.org/10.32918/nrs.2018.3(79).01).

3. Assessing and Managing Cable Ageing in Nuclear Power Plants. IAEA Nuclear Energy Series. No. NP-T-3.6. Vienna: IAEA, 2012. 111 p.

4. Cable Ageing in Nuclear Power Plants Report on the first and second terms (2012-2017) of the NEA Cable Ageing Data and Knowledge (CADAK) Project. Vienna: IAEA, 2018. 60 p.

5. Technical basis for commendable practices on ageing management. SCC and Cable Ageing Project (SCAP). Final Report. NEA/CSNI/R(2010)15, 2011. 132 p.

6. Benchmark Analysis for Condition Monitoring Test Techniques of Aged Low Voltage Cables in Nuclear Power Plants. Final Results of a Coordinated Research Project. Vienna: IAEA, 2017. 192 p.

7. Типовая программа по управлению старением элементов и конструкций энергоблока АЭС. ПМ-Д.0.03.222-14.

8. Šimić Z., Peinador M. V., Banov R. Correlation between events with different safety significance in nuclear power plants. *Nuclear Engineering and Technology*. 2022. Vol. 54. Issue 7. Pp. 2510-2518. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.net.2022.01.034>.

9. Безпрозваних Г.В., Москвітін Є.С. Стратегія управління старінням кабелів атомних електричних станцій. *Енергозбереження. Енергетика. Енергоаудит*. 2022. № 11-12. С. 177-178. DOI: <https://doi.org/10.20998/2313-8890.2022.11.02>.

10. Беспрозванных А.В. Диэлектрическое сканирование поперечной структуры многожильных кабелей методом совокупных измерений. *Технічна електродинаміка*. 2008. № 3. С. 30-36.

11. Беспрозванных А.В., Рудаков С.В., Москвитин Е.С. Предотвращение чрезвычайных ситуаций путем контроля состояния изоляции многожильных кабелей по параметрам частичных емкостей и тангенсу угла диэлектрических потерь. Харьков: НУГЗУ, 2013. 165 с.

## ENERGY DISSIPATION BY LOW MOLECULAR SUBSTANCES DURING ELECTRIC FIELD PROBING OF MULTI-CORE CABLES OF NUCLEAR POWER PLANTS

**G.V. Bezprozvannykh**

**National Technical University “Kharkov Polytechnic institute”,**

**Str. Kirpichova, 2, Kharkiv, 61002, Ukraine.**

**E-mail: [Hanna.Bezprozvannukh@khpі.edu.ua](mailto:Hanna.Bezprozvannukh@khpі.edu.ua).**

*A model of the piece-homogeneous interphase space of stranded cables is proposed, taking into account the influence of cracks oriented along the lines of force of the electric field. The cracks are filled with low molecular weight substances. The case of a probing electric field with a significant tangential component is considered. The equivalent values of the tangent of the dielectric loss angle at various parameters of low molecular weight substances in the cracks of the polyethylene insulation of the conductor with a cross section of 2.5 mm<sup>2</sup> were determined. The equivalent tangent of the angle of dielectric loss increases by (3-20) times when the dissipation of electrical energy by low molecular weight substances changes from 10% to 100% in a crack, which is 1% of the thickness of an intact section of polyethylene insulation. The distribution of the electric field for the general case of accumulation of low-molecular products in capillaries formed by slit-like gaps between isolated veins is obtained. A strong electric field in the smaller part of the gap between the insulated cores, which occurs at a core potential of 1 kV, contributes to the capillary absorption of decomposition products of both solid polyethylene insulation and water vapor from the atmosphere in the case of*

*unshielded structures of multi-core cables. The asymmetric configuration of the probing electric field with a significant tangential component makes it possible to detect low-molecular decomposition products of solid polymer insulation, which are a sign of its aging. Differences experimentally observed in the value of  $\text{tg}\delta$  with different schemes of examination of multi-core cables are related, to a greater extent, to the uneven distribution of substances dissipating electrical energy across the cross-section of the cable, and not to a change in the structure of the probing electric field.* References 11, figure 5.

**Key words:** multi-core cables of nuclear power plants, low molecular weight substances, probing electric field, dielectric loss.

1. International Atomic Energy Agency. Ageing Management for Nuclear Power Plants: International Generic Ageing Lessons Learned (IGALL). *Safety Reports Series*. No. 82 (Rev. 1). Vienna: IAEA, 2020. 120 p.
2. Shugailo O.P., Plachkov G.I., Grebenyuk Yu.P., Shevchenko I.A., Dybach O.M., Zeleny O.V., Moskalysyn R.I. The Main Results of Ageing Management State Analysis of Ukrainian NPPs. *Iaderna ta radiatsiina bezpeka.* 2018. No 3(79). Pp. 3-9. DOI: [https://doi.org/10.32918/mrs.2018.3\(79\).01](https://doi.org/10.32918/mrs.2018.3(79).01). (Ukr)
3. Assessing and Managing Cable Ageing in Nuclear Power Plants. IAEA Nuclear Energy Series. No. NP-T-3.6. Vienna: IAEA, 2012. 111 p.
4. Cable Ageing in Nuclear Power Plants Report on the first and second terms (2012-2017) of the NEA Cable Ageing Data and Knowledge (CADAK) Project. Vienna: IAEA, 2018. 60 p.
5. Technical basis for commendable practices on ageing management. SCC and Cable Ageing Project (SCAP). Final Report. NEA/CSNI/R(2010)15, 2011. 132 p.
6. Benchmark Analysis for Condition Monitoring Test Techniques of Aged Low Voltage Cables in Nuclear Power Plants. Final Results of a Coordinated Research Project. Vienna: IAEA, 2017. 192 p.
7. Standard Program for Ageing Management of NPP Components and Structures. Tipovaya programma po upravleniyu stareniyem elementov i konstruktsiy energobloka AES. PM-Д.0.03.222-14. (Rus)
8. Šimić Z., Peinador M.V., Banov R. Correlation between events with different safety significance in nuclear power plants. *Nuclear Engineering and Technology*. 2022. Vol. 54. Issue 7. Pp. 2510-2518. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.net.2022.01.034>.
9. Bezprozvannykh G.V., Moskvitin E.S. Strategy for managing the aging of nuclear power plant cables. *Enerhozberezhennia. Enerhetyka. Enerhoaudit*. 2022. No 11-12. Pp. 177-178. DOI: <https://doi.org/10.20998/2313-8890.2022.11.02>. (Ukr)
10. Bezprozvannykh G.V. Dielectric scanning of the transverse structure of stranded cables by the method of cumulative measurements. *Tekhnichna elektrodynamika*. 2008. No 3. Pp. 30-36. (Rus)
11. Bezprozvannykh G.V., Rudakov S.V., Moskvitin E.S. Prevention of emergency situations by monitoring the state of insulation of multi-core cables according to the parameters of partial capacitances and tangent of the angle of dielectric losses. Kharkiv: NUGZY, 2013. 165 p. (Rus)

Надійшла 04.04.2024  
Остаточний варіант 22.04.2024

## ВИЗНАЧЕННЯ ВПЛИВУ РОЗПОДІЛУ ЗОВНІШНЬОГО ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ ОПОРНО-СТРИЖНЕВОГО ІЗОЛЯТОРА НА ЙОГО СУХОРОЗРЯДНУ НАПРУГУ

О.О. Пальчиков\*, канд. техн. наук

Національний університет кораблебудування ім. адмірала Макарова,

пр. Героїв України, 9, Миколаїв, 54025, Україна.

E-mail: [ole2012hulk@gmail.com](mailto:ole2012hulk@gmail.com).

*Розроблено математичну модель для розрахунку внутрішнього та зовнішнього електричних полів ізоляторів на основі розв'язання рівняння Лапласа відносно комплексної амплітуди електричного потенціалу методом скінченних елементів. Вказану модель застосовано для розрахунку розподілів напруженості електричного поля в оточуючих повітряних просторах опорно-стрижневих ізоляторів С4-80-I, С4-80-II, а також С4-80-IIIкв (китайського виробництва). Запропоновано встановити зв'язок між розподілом електричного поля навколо ізоляторів та їхньою випробувальною сухорозрядною напругою на основі середньоінтегральних значень модуля напруженості електричного поля вздовж можливих шляхів розряду з врахуванням знаку його тангенційної компоненти. Середньоінтегральні значення електричного поля порівнювалися з відомими експериментальними значеннями пробивних напруженостей повітря між двома стрижневими електродами, а також між системою електродів «стрижень-заземлена площина». Показано, що найбільш ймовірний шлях розвитку розряду для кожного з розглянутих ізоляторів – це шлях, найближчий до мінімальної відстані в повітрі між ковпаком і фланцем, процес розряду двоступеневий (спершу пробивається ділянка «ковпак-найближче до ковпака ребро»), а пробивна напруженість повітря довкола ізоляторів відповідає пробивній напруженості між двома стрижневими електродами (розбіжність значень склала 2,1...5,9%). Бібл. 10, табл. 3, рис. 3.*

**Ключові слова:** опорно-стрижневий ізолятор, комплексна амплітуда, напруженість електричного поля, електричний пробій.

**Вступ.** Розрядна напруга опорно-стрижневих ізоляторів у сухому стані є найважливішою електричною характеристикою по відношенню до комутаційних перенапружень у зв'язку з тим, що протягом року ізолятори в розподільчих пристроях зовнішньої установки бувають частіше в сухому стані (на півдні України майже 73% днів у році не має осадків або осадки становлять менше 0,1 мм), а потрапляння атмосферних опадів на ізолятори внутрішньої установки взагалі малоімовірне.

**Аналіз публікацій.** Проблемі зовнішнього електричного поля і розрядам по поверхні ізоляторів присвячено велику кількість публікацій [1–10]. В роботі [1] представлено двоступеневу модель для прогнозування напруги та шляху розряду в забрудненому повітрі навколо ізолятора. Експериментально досліджено впливу вологості і температури навколишнього середовища на напругу перекриття ізоляторів, забруднених пилом і мохом, присвячено роботу [2]. На основі одномірної моделі напруги перекриття, в якій використовуються представлення дуги вольт-амперною характеристикою та експериментальні дані з накопичення поверхневих забруднень, в роботі [3] розроблено ізолятор пантографу електропотягу для високогірних умов експлуатації. В публікації [4] проведено оптимізацію зовнішнього електричного поля полімерного ізолятора напругою 220 кВ за критерієм відсутності коронування за допомогою екрануючого кільця на основі розв'язання осесиметричної задачі електростатики. В [5] цю ж проблему в тривимірній постановці розв'язано для ізолятора напругою 500 кВ. Електричне поле і розсіювана потужність вздовж шляху витоку для порцелянового, скляного і полімерного ізоляторів напругою 11 кВ за різних типів і різному рівні забруднення визначені в роботі [6]. В роботі [7] запропоновано визначення розрядної напруги ізоляторів на основі порівняння напруженості електричного поля в забрудненні з напруженістю, визначеною за вольт-амперною характеристикою поверхневого розряду. Результати моделювання перекриття ізолятора дугою на основі спільного розв'язання рівнянь Пуассона та конвекції-дифузії для суміші електронів, іонів і нейтрального газу представлено в [8]. Експериментальне дослідження закономірностей розповсюдження стримерів

© Пальчиков О.О., 2024

\* ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0017-3473>

вдоль поверхонь моделей однореберного полімерного ізолятора проведено в роботі [9]. Дослідження, описані в [10], показали наявність триїнгових процесів на поверхні композитного ізолятора, які залежать від тиску повітря.

Отже, підсумовуючи все вище згадане, розрахунок зовнішнього електричного поля ізоляторів є важливою проблемою, яка має вирішуватися індивідуально для кожного типу ізолятора. Крім того, встановлення зв'язку розподілу електричного поля у повітрі з пробивною випробувальною напругою дають змогу зменшити час на розробку нових типів ізоляторів.

**Мета роботи** – на основі розрахунків електричних полів опорно-стрижневих ізоляторів методом скінченних елементів дослідити, як особливості розподілу і середньоінтегральні значення напруженості електричного поля в оточуючому просторі таких ізоляторів, заповнених повітрям за нормальних умов, впливають на їхню випробувальну сухоразрядну напругу.

**Об'єкт дослідження.** В роботі розраховуються зовнішні електричні поля опорно-стрижневих ізоляторів вітчизняної конструкції наступних типів: С4-80-І, С4-80-ІІ, а також С4-80-ІІкв. Робоча напруга вказаних ізоляторів 10 кВ. Ізолятори другого ступеня забрудненості відрізняються довжиною шляху витоку (300 мм і 320 мм відповідно для ізоляторів вітчизняного і китайського виробництва), розташуванням у просторі та діаметром ребер (125 мм і 130 мм відповідно для ізоляторів вітчизняного і китайського виробництва). Зовнішнє поле неможливо розрахувати без розрахунку загального електричного поля, частина якого зосереджена в ковпаку, цементній зв'язці, фарфоровому тілі і фланці ізолятора.

**Математична модель.** Розрахунок електричного поля опорно-стрижневого ізолятора зі спрощеною геометрією ковпака і фланця за прикладеної до них синусоїдальної напруги здійснювався в осесиметричній постановці на основі розв'язання відносно комплексної амплітуди електричного потенціалу  $\varphi_i$  та вектору напруженості електричного поля в комплексному просторі  $E_i$  системи рівнянь, складених для кожної з підобластей з однорідними і ізотропними фізичними властивостями загального виду

$$\operatorname{div}(-(\sigma_{pi} + j\varepsilon_0\varepsilon_i\omega)\operatorname{grad}\varphi_i) = 0;$$

$$E_i = -e_p \frac{\partial \varphi_i}{\partial \rho} - e_z \frac{\partial \varphi_i}{\partial z},$$

де  $\sigma_{pi}$  – питома об'ємна провідність на постійному струмі  $i$ -ого середовища;  $\varepsilon_0$  – електрична стала,  $\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$  Ф/м;  $\varepsilon_i$  – комплексна відносна діелектрична проникність  $i$ -ого середовища;  $\omega$  – колова частота;  $e_p, e_z$  – одиничні вектори циліндричної системи координат.

На границях розподілу підобластей приймаються умови

$$\varphi_i = \varphi_{i+1}; \tag{1}$$

$$(\sigma_{pi} + j\varepsilon_0\varepsilon_i\omega) \frac{\partial \varphi_i}{\partial n_{i,i+1}} - (\sigma_{pi+1} + j\varepsilon_0\varepsilon_{i+1}\omega) \frac{\partial \varphi_{i+1}}{\partial n_{i,i+1}} = 0, \tag{2}$$

де  $n_{i,i+1}$  – нормаль з  $i$ -го середовища в  $i+1$  середовище.

Умова (2) інтерпретується як рівність окремо активної та реактивної складових щільності струму на границі розподілу середовищ.

Розрахункова область обмежується півколом радіусом 300 мм, на якому приймається гранична умова Діріхле  $\varphi_R = 0$ . Радіус обрано за умови, щоб у разі його збільшення середня енергія за період об'єму, обмеженого цим радіусом, перестала практично змінюватися.

Задля можливості розгляду задачі в двовимірній системі координат спрощується геометрія фланця і ковпака за рахунок відсутності елементів, відповідальних за кріплення до рами розподільчого пристрою і струмоведучої шини відповідно.

Ковпак і фланець виконуються здебільшого з чавуну або алюмінієвого сплаву АК12, які мають питому електричну провідність на постійному струмі на 13-17 порядків вищу за інші матеріали моделі. А тому за безпосереднього введення фізичних властивостей цих матеріалів виникають похибки в чисельній моделі, які проявляються у нереалістично великих щільностях струму за відсутності падіння електричного потенціалу. У зв'язку з чим ковпак і фланець у розрахунковій моделі представляються обла-

стями однакового потенціалу. Потенціали ковпака і фланця  $\varphi_K = 47\sqrt{2}$  кВ і  $\varphi_\Phi = 0$  відповідають прикладеному до ізолятора амплітудного значення випробувальної сухоразрядної напруги.

Комплексна діелектрична проникність визначається як

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{ai}(\cos\psi_i - j\sin\psi_i). \quad (3)$$

Амплітуда  $\varepsilon_{ai}$  і кут  $\psi_i$  у виразі (3) визначаються з системи рівнянь

$$\varepsilon_{ai}\cos\psi_i = \varepsilon_{pi}; \quad (4)$$

$$\varepsilon_{ai}\sin\psi_i = (\omega\varepsilon_0\varepsilon_{pi}\operatorname{tg}\delta_i - \sigma_{pi})/\omega\varepsilon_0. \quad (5)$$

Дійсна частина діелектричної проникності  $\varepsilon_{pi}$ , питома об'ємна провідність на постійному струмі  $\sigma_{pi}$  і тангенс кута діелектричних втрат  $\operatorname{tg}\delta_i$  для кожного з матеріалів підобластей моделі, використані в рівняннях (4)–(5), представлено у табл. 1.

За потреби питомі втрати в  $i$ -ій області розрахункової моделі визначаються

$$p_i = \frac{1}{T} \int_0^T \left[ \operatorname{Re}(\mathbf{E}_{ai} e^{j\theta_i} e^{j\omega t}) \right]^2 \operatorname{Re}(\sigma_{pi} + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_{ai} e^{-j\psi_i}) dt = 0,5(\mathbf{E}_{ai})^2 (\sigma_{pi} + \omega\varepsilon_0\varepsilon_{pi}\operatorname{tg}\delta_i) = 0,5(\mathbf{E}_{ai})^2 \omega\varepsilon_0\varepsilon_{pi}\operatorname{tg}\delta_i,$$

де  $T$  – період зміни електричного поля (в нашій моделі  $T = 0,02$  с);  $\mathbf{E}_{ai}$  і  $\theta_i$  – параметри, які характеризують вектор електричного поля у комплексному просторі.

Таблиця 1

| Матеріал         | $\varepsilon_{pi}$ | $\sigma_{pi}, \text{ Ом}^{-1}\cdot\text{м}^{-1}$ | $\operatorname{tg}\delta_i$ |
|------------------|--------------------|--|-----------------------------|
| Фарфор 130       | 6,75               | $10^{-11}$                                       | 0,03                        |
| Цементна зв'язка | 8                  | $10^{-10}$                                       | 0,125                       |
| Повітря          | 1                  | 0  | 0                           |

Отже, кут  $\psi_i$  характеризує поляризаційні втрати за гармонічної зміни у часі електричного поля і загалом є частиною повного кута діелектричних втрат у змінному полі  $\delta_i$  (який на додаток до поляризаційних втрат описує і втрати від наскрізного струму провідності).

Наведена модель реалізована чисельно методом скінченних елементів у програмі FEMM.

**Результати досліджень.** Результати розрахунків електричних полів опорно-стрижневих ізоляторів С4-80-I, С4-80-II, а також С4-80-Пкв представлено на рис. 1 а, б, в відповідно.

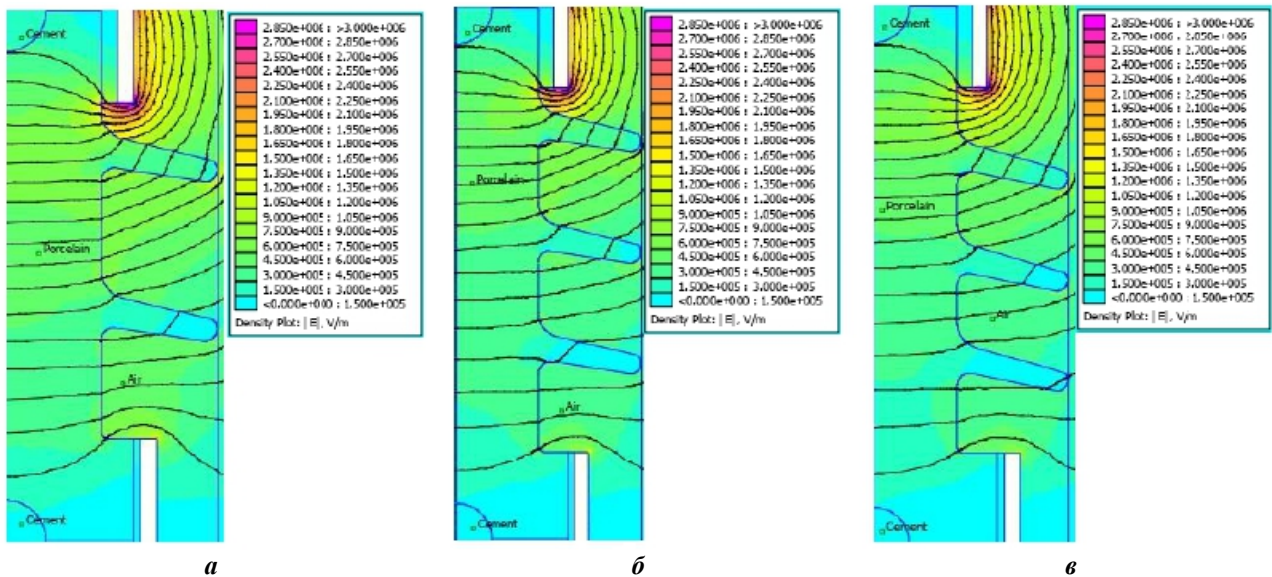


Рис. 1

На рис. 1 градацією кольорів показано розподіл модуля вектора напруженості електричного поля, а суцільні лінії чорного кольору – це еквіпотенціальні лінії дійсної частини електричного потенціалу. Середньоінтегральні значення модуля напруженості електричного поля в повітрі вздовж шляху витoku (границі розподілу між фарфоровим тілом і повітрям) для ізоляторів С4-80-I, С4-80-II, а також С4-80-Пкв становлять 0,687 МВ/м, 0,575 МВ/м і 0,501 МВ/м відповідно. Якщо провести порівняння зі значеннями пробивної напруженості електричного поля між двома стрижневими електродами для цих же довжин шляхів витoku (0,580 МВ/м, 0,574 МВ/м і 0,573 МВ/м), то можна прийти до висновку, що пробій буде розвиватися повністю по поверхні ізоляторів С4-80-I і С4-80-II, а у остан-

нього розрядний канал має знаходитися у повітрі відносно далеко від поверхні фарфорового тіла. Розглянемо розподіли нормальної та тангенційної компонент дійсної частини напруженості електричного поля вздовж шляху витоку. Вони представлені на рис. 2 *а, б, в* відповідно для ізоляторів С4-80-I, С4-80-II і С4-80-Пкв, де графіки 1 відповідають залежностям нормальних компонент від довжин шляху витоку (червоні лінії), а графіки 2 – залежностям тангенційних компонент (сині лінії).

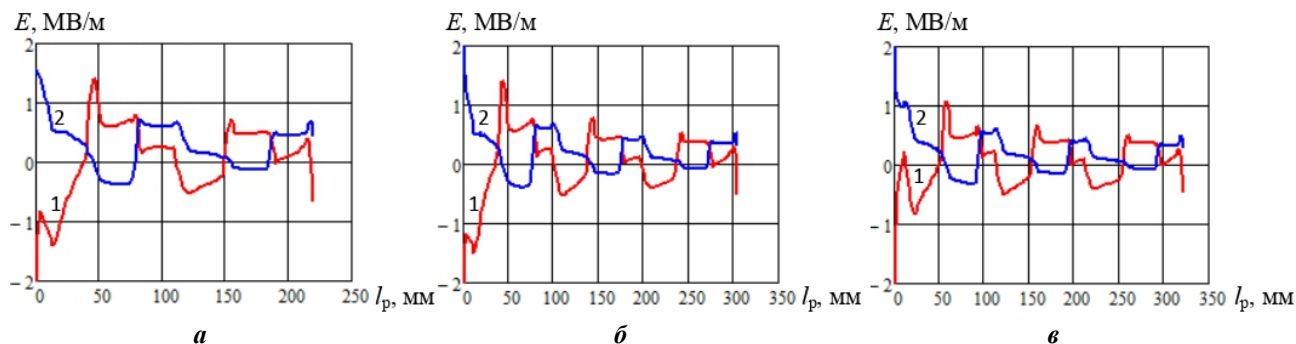


Рис. 2

Як можна бачити з рис. 2, тангенційна компонента напруженості електричного поля знакозмінна, а отже напрям руху заряджених частинок в окремих ділянках буде зустрічним (ділянки з протилежним знаком відносно знаку середньої тангенційної компоненти відповідають сторонам ребер ізолятора, що ближчі до фланця), що призведе до зменшення їхньої середньої швидкості та утрудненню розвитку пробою за цим шляхом. Отже, для оцінки середнього модуля пробивної напруженості необхідно проводити інтегрування з врахуванням знаку тангенційної компоненти за виразом

$$E_{pl} = \frac{\int_0^{l_p} \frac{Re(E_\tau)}{|Re(E_\tau)|} |E| dx}{l_p}. \quad (6)$$

Варто відзначити, що напруженість електричного поля в повітрі суто дійсна через відсутність електричної провідності повітря в даній моделі, а можлива наявність у напруженості в повітрі ймовірної частини – це результат похибки чисельного розрахунку.

За результатами розрахунків за формулою (6) отримуються наступні значення середніх модулів напруженості електричного поля 0,332 МВ/м, 0,251 МВ/м і 0,216 МВ/м для ізоляторів типу С4-80-I, С4-80-II і С4-80-Пкв, що недостатньо для розповсюдження розряду повністю поверхнею ізолятора. Аналогічний висновок можна зробити, порівнюючи ці середньоінтегральні модулі напруженості з експериментальними даними щодо пробивних напруженостей між стрижнем і заземленою площиною.

Нормальна складова напруженості електричного поля вздовж поверхні опорно-стрижневого ізолятора (рис. 2) відповідає за прилипання або відштовхування заряджених частинок, що позначається відповідним чином на шлях розвитку пробою. Сукупна довжина ділянок, де електрони відштовхуються від фарфорових тіл ізоляторів розглянутих типів, в 1,5...2 рази менше сукупної довжини ділянок, де вони прилипають до поверхні.

Розглянемо можливість пробою вказаних ізоляторів за найкоротшою відстанню між ковпаком і фланцем у повітрі. Виявилось, що вздовж таких розрядних проміжків тангенційна компонента напруженості знакозмінна. Розподіл модулів напруженості електричного поля вздовж мінімально можливих розрядних проміжків за умови незмінності знаку тангенційної компоненти напруженості представлені на рис. 3 *а, б, в* відповідно для ізоляторів С4-80-I, С4-80-II і С4-80-Пкв. Результати розрахунку середньоінтегральних модулів напруженості електричного поля  $E_{pl}$  вздовж таких проміжків  $l_p$ , у порівнянні з відповідними пробивними напруженостями між стрижневими електродами  $E_{cc}$ , пробивними напруженостями між стрижнем і заземленою площиною  $E_{cn}$  зведені у табл. 2. У відповідності до табл. 2 пробій може розвиватися лише для ізолятора С4-80-I, якщо критерій пробою  $E_{pl} \geq E_{cn}$ , а пробій оточуючого повітря для інших ізоляторів неможливий. Загалом відхилення отриманої середньоінтегральної напруженості електричного поля порівняно з пробивною напруженістю у системах «стрижень-стрижень» і «стрижень-площина» склали -18,2...-3,5% і -6...+11,7%. Розглянемо інший



сценарій розвитку пробоїв цих же розрядних проміжків, коли спочатку пробивається ділянка між ковпаком і найближчим до нього ребром, в результаті чого збільшується напруженість до рівня пробою на другій ділянці і пробій завершується створенням розрядного каналу між ковпаком і фланцем. Результати розрахунку середньоінтегральних модулів напруженості  $E_{р/д}$  вздовж ділянки «ковпак-верхнє ребро»  $l_{р/д}$ , у порівнянні з відповідними пробивними напруженостями між стрижневими електродними  $E_{сзд}$ , пробивними напруженостями між стрижнем і заземленою площиною  $E_{спд}$  зведені у табл. 3. Відхилення отриманої середньоінтегральної напруженості першої ділянки розрядного шляху

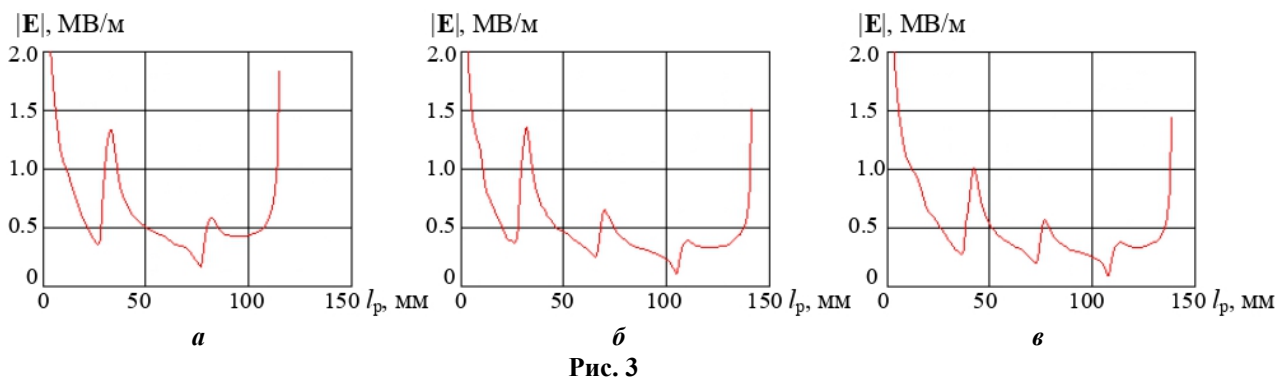
**Таблиця 2**

| Тип ізолятора | $l_{р/д}$ , мм | $E_{р/д}$ , МВ/м | $E_{сзд}$ , МВ/м | $E_{спд}$ , МВ/м |
|---------------|----------------|------------------|------------------|------------------|
| С4-80-I       | 114,98         | 0,689            | 0,714            | 0,617            |
| С4-80-II      | 141,08         | 0,580            | 0,671            | 0,585            |
| С4-80-IIIкв   | 138,74         | 0,552            | 0,675            | 0,587            |

**Таблиця 3**

| Тип ізолятора | $l_{р/д}$ , мм | $E_{р/д}$ , МВ/м | $E_{сзд}$ , МВ/м | $E_{спд}$ , МВ/м |
|---------------|----------------|------------------|------------------|------------------|
| С4-80-I       | 31,75          | 1,112            | 1,050            | 0,891            |
| С4-80-II      | 30,90          | 1,084            | 1,059            | 0,897            |
| С4-80-IIIкв   | 34,28          | 1,048            | 1,026            | 0,877            |

порівняно з пробивними напруженостями у системах «стрижень-стрижень» і «стрижень-площина» склали 2,1...5,9% і 19,5...24,8%. Отже, дані табл. 3 свідчать, що перша ділянка гарантовано пробивається. Після пробою першої ділянки відношення середньоінтегральної напруженості вздовж другої ділянки до пробивної напруженості між двома стрижнями та пробивної напруженості між стрижнем і заземленою площиною становить відповідно 1,25; 1,06; 1,08 та 1,40; 1,23; 1,25 для ізоляторів С4-80-I, С4-80-II і С4-80-IIIкв. Отже, пробой в оточуючому повітрі розглянутих опорно-стрижневих ізоляторів гарантовано будуть розвиватися двоступенево. З огляду на близькість розрахованих напруженостей до пробивних напруженостей між двома стрижнями критерій пробою має бути  $E_{р/д} \geq E_{сзд}$  (якщо вірний критерій був би  $E_{р/д} \geq E_{спд}$ , то це б призвело до зниження значення сухорозрядної випробувальної напруги, що не відповідає дійсності).



**Рис. 3**

Порівняння зі значеннями пробивної напруженості між двома сферичними електродами для вище розглянутих проміжків не виконувалося у зв'язку з тим, що поле різконеоднорідне вздовж цих проміжків (рис. 2 – 3).

**Висновки.** Розбіжність в межах 2,1...5,9% отриманих середньоінтегральних значень напруженості електричного поля вздовж ймовірного шляху розряду і значень пробивної напруженості між двома стрижневими електродами вказує на можливість адекватного визначення сухорозрядної напруги опорно-стрижневого ізолятора за відомим розподілом його зовнішнього електричного поля. Ділянки з тангенційною компонентою напруженості електричного поля зі зворотнім знаком відносно знаку середнього значення цієї компоненти виступають перепонами для розвитку розряду; лавина електронів на таких ділянках буде втрачати швидкість і енергію, що може призводити до часткових повертених розрядів.

1. Doufene D., Benharat S., Essmine A., Bouzegaou, O., Bouazabia S. A new approach for the flashover voltage prediction using an arc propagation reproduction on a high-voltage insulator. *COMPEL – The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering*. 2024. DOI: <https://doi.org/10.1108/COMPEL-11-2023-0569>.

2. Amalia S., Azhar H., Hidayatullah B., Rajab A. The effect of humidity and temperature on flashover in high voltage transmission line ceramic insulators. *TEM Journal*. 2024. Vol. 13. Issue 1. Pp. 670-680. DOI: <https://doi.org/10.18421/TEM131-70>.
3. Sun J., Hu K., Fan Y., Liu J., Yang S., Guo X., Zhang K. Flashover voltage and external insulation design for EMUs' insulators at high altitude with non-uniform distributed pollution. *IET Gener. Transm. Distrib.* 2023. Vol. 17. Issue 14. Pp. 3255-3265. DOI: <https://doi.org/10.1049/gtd2.12897>.
4. Aziz E., Aouabed F., Abdellah H., Adrienn D. Case study: optimizing grading ring design for high voltage polymeric insulators in power transmission systems for enhanced electric field and voltage distribution by using a finite element method. *Energies*. 2023. Vol. 16 (13). 5235. DOI: <https://doi.org/10.3390/en16135235>.
5. Shen W. Simulation Research on electric field distribution of insulator string in ULTRA high voltage transmission line. International Conference on *Power Electronics and Power Transmission (ICPEPT 2021)* on *Journal of Physics: Conference Series*. Xi'an, China, 15-17 October 2021. Vol. 2108. DOI: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/2108/1/012024>.
6. Hawal A.O., Ben Rahma S.A., Abdul Samed M.M. Electrical performance study of 11kV coated porcelain, coated glass, and polymer outdoor high voltage insulators. *Journal of Alasmarya University: Applied Sciences*. 2023. Vol. 8. No 2. Pp. 31-45. DOI: <https://doi.org/10.59743/jauas.8.2.1>.
7. Gençoğlu M.T., Cebeci M. The pollution flashover on high voltage insulators. *Electric Power Systems Research*. 2008. Vol. 78. Issue 11. Pp. 1914-1921. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2008.03.019>.
8. Shancheng Qi S., Chang S., Cao L. Transient discharge characteristics of insulator short-circuit under high voltage. *Engineering Journal*. 2021. Vol. 60. Issue 6. Pp. 5175-5181. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.aej.2021.04.028>.
9. Meng X., Wang L., Mei H., Cao B., Bian X. Streamer propagation along the insulator with the different curved profiles of the shed. *Polymers*. 2022. Vol. 14(5). 897. DOI: <https://doi.org/10.3390/polym14050897>.
10. Bastidas P.D., Rowland S. M. Interfacial aging in composite insulators as a result of partial discharge activity. *IEEE Electrical Insulation Conference (EIC)*. Baltimore, MD, USA, 11-14 June 2017. Pp. 13-16. DOI: <https://doi.org/10.1109/EIC.2017.8004690>.

## DETERMINATION OF THE INFLUENCE OF THE DISTRIBUTION OF THE EXTERNAL ELECTRIC FIELD OF THE SUPPORT ROD INSULATOR ON ITS DRY DISCHARGE VOLTAGE

**O.O. Palchykov**

**Admiral Makarov National University of Shipbuilding,  
ave. Heroyiv Ukraine, 9, Mykolaiv, 54025, Ukraine,  
e-mail: [ole2012hulk@gmail.com](mailto:ole2012hulk@gmail.com).**

*A mathematical model has been developed for calculating the internal and external electric field of insulators based on the solution of the Laplace equation with respect to the phasor of the electric potential using the finite element method. The specified model has been used to calculate electric field intensity distributions in the surrounding air spaces of support-rod insulators C4-80-I, C4-80-II and also C4-80-IICm (Chinese-made). It has been proposed to establish a relationship between the distribution of the electric field around the insulators and their test dry discharge voltage based on the average integral values of the modulus of the electric field intensity along the possible paths of the discharge, taking into account the sign of its tangential component. The average integral values of the electric field have been compared with the known experimental values of the air breakdown intensity between two rod electrodes, as well as in the electrode system of the rod and the grounded plane. It has been shown that the most probable path of development of the discharge for each of the considered insulators is the path closest to the minimum distance in the air between the cap and the flange, the discharge process is two-stage (firstly the section «cap-the rib nearest to the cap» is broken down), and the breakdown intensity of the air around the insulators corresponds to the breakdown intensity between two rod electrodes (the difference in values was 2,1...5,9%).* References 10, tables 3, figures 3.

**Keywords:** support rod insulator, phasor, electric field intensity, electrical breakdown.

Надійшла 01.04.2024  
Остаточний варіант 17.04.2024

## КОМУТУЮЧА НАПРУГА ТРИФАЗНОГО ДВОМОСТОВОГО КОМПЕНСАЦІЙНОГО ПЕРЕТВОРЮВАЧА

**В.С. Бойко\***, докт. техн. наук  
НТУ України «КПІ ім. Ігоря Сікорського»,  
пр. Берестейський, 37, Київ, 03056, Україна.

E-mail: [vsboiko1941@gmail.com](mailto:vsboiko1941@gmail.com).

*Наведено результати дослідження електромагнітних процесів у трифазному двомостовому компенсаційному перетворювачі, який є одним із варіантів схемної реалізації компенсаційних перетворювачів нового покоління. Комутуюча ланка перетворювача містить трифазну конденсаторну батарею та трифазну групу повністю керованих приладів. Таке технічне рішення дає змогу зробити процес перезаряду конденсаторів керованим. Причому створюється можливість змінювати не лише величину конденсаторної напруги, а і її форму. Наголошено, що у компенсаційних перетворювачах попереднього покоління можливості змінювати форму комутуючої напруги не було. Останнє є суттєвою перевагою пристроїв нового покоління, оскільки дає змогу забезпечити високі енергетичні характеристики перетворювача. Це підтверджують наведені у публікації результати дослідження енергетичних спроможностей досліджуваного перетворювача у дев'яти режимах роботи та висновок щодо найбільш ефективних режимів. Бібл. 9, рис. 10.*

**Ключові слова:** конденсаторна батарея, комутатор, комутуюча напруга, гармоніки, електричний вентиль.

**Вступ.** Серед пристроїв енергетичної електроніки великої потужності, які працюють у режимі випрямляча, досить поширеними є ті, дія яких ґрунтуються на застосуванні трифазної мостової схеми. Наприклад, відомий перетворювач, реалізований за 12-фазною еквівалентною двотактною паралельною вентильною схемою [1], наведено на рис. 1, а. Вона містить два трифазні перетворювальні трансформатори, обмотки одного з'єднані за схемою зірка/зірка, а іншого – трикутник/зірка таким чином, щоб забезпечити між ЕРС вторинних обмоток трансформаторів зсув за фазою у  $\pi/6$ .

Паралельне з'єднання трифазних мостових схем є відомим технічним рішенням і застосовується для покращення гармонічного складу струму мережі живлення та вихідної напруги.

Подібні схемотехнічні рішення із використанням паралельного з'єднання трифазних мостових схем застосовувалися і під час створення пристроїв енергетичної електроніки компенсаційного типу, тобто таких пристроїв, які наряду з функцією перетворення параметрів електричної енергії (випрямлення змінного струму) були здатні компенсувати власну реактивну енергію, а у разі необхідності – генерувати реактивну енергію у мережу. Розробка та дослідження перетворювачів електричної енергії з конденсаторами у силових колах ведуться як в Україні [2–5], так і за її межами [6, 7]. Приклад одного з таких схемотехнічних рішень наведено на рис. 1, б. Це двомостовий компенсаційний перетворювач з однією комутуючою ланкою, яка складається з трифазної конденсаторної батареї та трифазного зрівноважувального реактора (ТЗР).

Такий перетворювач на стороні змінного струму містить трифазний перетворювальний трансформатор з двома вторинними обмотками, з'єднаними за схемою прямої та зворотної зірки таким чином, щоб забезпечити між ЕРС вторинних обмоток трансформатора зсув за фазою у  $\pi$  ( $180^\circ$ ).

До кожної вторинної трифазної обмотки трансформатора підключено свою трифазну мостову схему, реалізовану на діодах чи тиристорах.

Трифазні системи електроживлення мостових схем мають між собою зсув за фазою, тож включення останніх на паралельну роботу можливе лише через двофазний зрівноважувальний реактор (ДЗР), який підключається між нульовими точками анодних (чи катодних) груп електричних вентилів мостових схем. Середня точка двофазного зрівноважувального реактора (ДЗР) є одним із вихідних затискачів перетворювача. У компенсаційних перетворювачах попереднього покоління інший вихідний затискач – спільна точка обмоток трифазного зрівноважувального реактора (ТЗР).

Оскільки компенсаційний перетворювач містить одну комутуючу ланку, підключену до електричних вентилів його катодної частини, то тільки вони працюють у компенсаційному режимі і мають випереджаючий кут регулювання. Такий режим роботи забезпечується напругою конденсаторів комутуючої ланки, перезаряд яких забезпечується ТЗР. Він ділить випрямлений струм перетворювача на три однакові частини. Тому у перетворювачах попереднього покоління форма кривої комутуючої напруги за будь-якого навантаження перетворювача не змінюється, змінюється лише її величина.

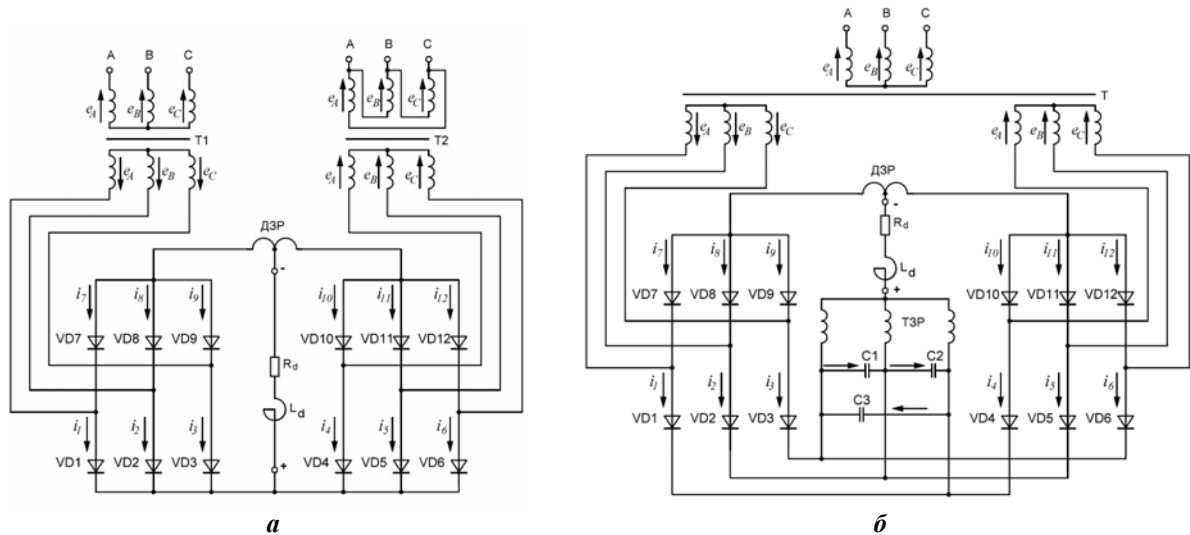


Рис. 1

**Мета роботи.** Визначити режими керування перезарядом конденсаторів комутуючої ланки двомостового компенсаційного перетворювача, за яких формується така комутуюча напруга, яка забезпечує генерування максимальних обсягів реактивної енергії.

**Результати досліджень.** Незмінність форми комутуючої напруги у компенсаційному перетворювачі з комутуючою ланкою, що містить трифазний зрівноважувальний реактор, це лише один із його недоліків. Інший полягає у тому, що сам ТЗР є громіздким апаратом з великими втратами електричної енергії. Компенсаційні перетворювачі з трифазними зрівноважувальними реакторами у комутуючій ланці є пристроями попереднього покоління. У пристроях нового покоління замість ТЗР використовуються трифазні групи повністю керованих приладів, наприклад, IGBT. Якраз таке технічне рішення застосоване у схемі на рис. 2. Воно є новим, тож електромагнітні процеси у перетворювачі, реалізованому за такою схемою, раніше не досліджувалися. Проведемо аналіз його роботи за спрощених умов, коли нехтуються індуктивні опори кола змінного струму та активні опори обладнання перетворювача та ошиновки. За таких умов комутація струму силовими електричними вентилями здійснюється миттєво.

Система ЕРС трифазного перетворювального трансформатора (Т) (рис. 2) є стандартною трифазною системою прямого чергування фаз

$$\begin{aligned} e_A &= E_m \sin(\vartheta + \pi / 6 + \psi); \\ e_B &= E_m \sin(\vartheta - \pi / 2 + \psi); \\ e_C &= E_m \sin(\vartheta + 5\pi / 6 + \psi), \end{aligned} \quad (1)$$

де  $E_m$  – амплітуда вторинної фазної ЕРС перетворювального трансформатора;  $\vartheta$  – поточна змінна;  $\psi$  – початкова фаза напруги під час включення вентиля.

Діоди анодної групи VD7, VD8, VD9, VD10, VD11, VD12 працюють так, як і повинні працювати у звичайному (некомпенсаційному) трифазному мостовому перетворювачі: вступають в роботу один раз за період і проводять струм протягом однієї третини періоду напруги мережі живлення. Комутація струму діодів здійснюється лінійною напругою вторинної обмотки перетворювального трансформатора, до яких зазначені діоди підключені.

Досліджуваний компенсаційний перетворювач також має одну комутуючу ланку, підключену до електричних вентилів його катодної частини. Але їхній випереджаючий кут регулювання, як і енергетичні показники трифазного двомостового компенсаційного перетворювача в цілому, залежить

не лише від величини, а й від форми комутуючої напруги, які можна змінювати. Дослідження цього питання і складає основний зміст даної публікації.

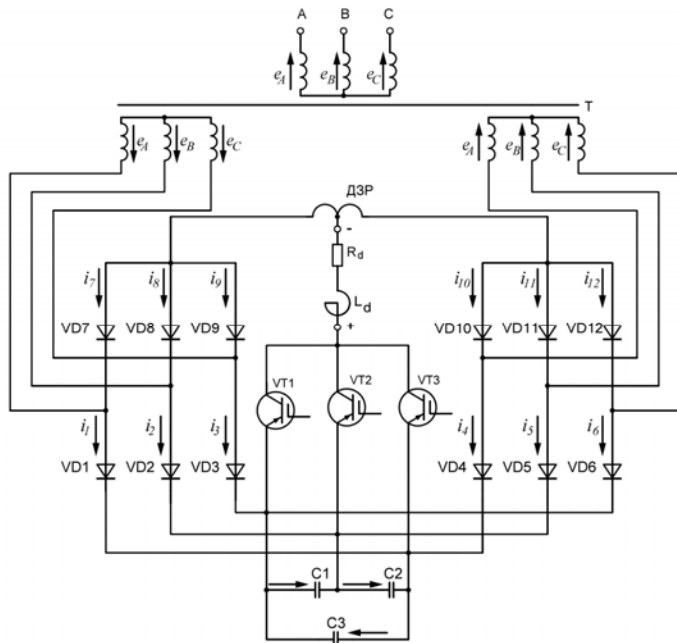


Рис. 2

ційному процесі, струмами діодів VD1, VD2 і VD3 докладно розглянуто в [9]. У цій публікації аналітичний розрахунок кривої комутуючої напруги за окремими інтервалами здійснено, використовуючи співвідношення

$$u_c = \frac{1}{\omega C} \int_0^{\vartheta} i_c d\vartheta + u_c(0). \quad (2)$$

Початкове значення кривої комутуючої напруги  $u_c(0)$  розраховано виходячи з того, що середнє значення кривої  $u_c(\vartheta)$  на періоді дорівнює нулю

$$u_c(0) = \frac{I_d}{3\omega C} \cdot \frac{4\pi}{9} = \frac{2I_d}{27fC}, \quad (3)$$

де  $I_d$  – половина випрямленого струму двомостового перетворювача чи випрямлений струм одного мостового перетворювача;  $C$  – ємність фази комутуючих конденсаторів;  $f$  – частота мережі живлення.

Одну складову кривої  $u_c(\vartheta)$  фази C3 конденсаторної батареї побудовано на рис. 3, а. Інша складова цієї напруги (від діодів VD4, VD5 і VD6) буде такою ж, але зміщеною на половину періоду. В результаті накладання двох таких складових отримаємо результуючу криву струму фази C3 (рис. 3, б) комутуючих конденсаторів двомостового компенсаційного перетворювача попереднього покоління.

З рис. 3, б випливає, що криві фазного струму конденсаторів комутуючої ланки, як і комутуючої напруги, мають подвоєну частоту і складаються з шести інтервалів.

Початкове значення кривої комутуючої напруги  $u_c(0)$  (рис. 3, б) дорівнює

$$u_c(0) = \frac{I_d}{27fC}. \quad (4)$$

Побудову на рис. 3 кривих комутуючої напруги двомостового компенсаційного перетворювача попереднього покоління і доведення співвідношень (3) та (4) для розрахунку її початкового значення здійснено за умови, що ємність фази конденсаторів комутуючої ланки і випрямлений струм однієї мостової схеми однакові. З цього випливає важливий висновок щодо підвищення ефективності використання конденсаторної батареї у двомостовому компенсаційному перетворювачі.

На завершення цієї частини досліджень звернімо увагу, що у компенсаційних перетворювачах попереднього покоління можливості зміни форми кривої комутуючої напруги не було. Її

**Двомостовий компенсаційний перетворювач з ТЗР.** Переваги і недоліки розробленого автором [8] двомостового компенсаційного перетворювача за схемою рис. 2 природно розглянути, порівнюючи його з перетворювачем старого покоління за схемою рис. 1, б (з ТЗР), на заміну якого він рекомендується.

Виходячи з алгоритму комутації силових електричних вентилів катодної групи, який задається системою ЕРС вторинної обмотки перетворювального трансформатора і комутуючою напругою конденсаторів комутуючої ланки, струм фази конденсаторної батареї формується складовими струмами вентилів обох трифазних катодних груп. Прийmemo за початок відліку момент вступу в роботу діода VD1 фази А під час переходу струму з вентиля VD3 на вентиль VD1. Формування комутуючої напруги фази C3 конденсаторної батареї, оскільки якраз вона приймає участь у зазначеному комута-

величину можна було змінювати за рахунок зміни струму навантаження чи ємності фази конденсаторів комутуючої ланки.

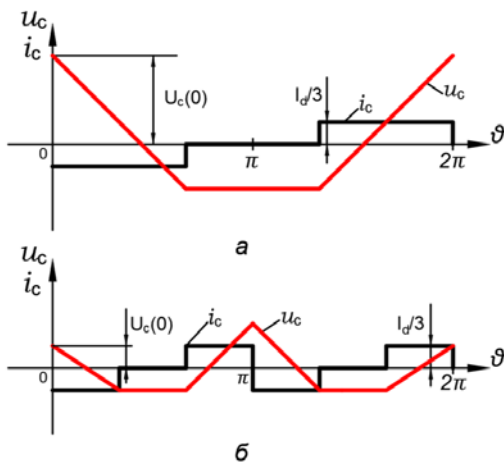


Рис. 3

У перетворювачах нового покоління є можливість зміни як величини, так і форми комутуючої напруги. Окрім зазначених вище факторів величину і форму комутуючої напруги можна також змінювати, здійснюючи регулювання транзисторів комутуючої ланки.

**Двомостовий компенсаційний перетворювач з регулюванням транзисторів комутуючої ланки імпульсами подвоєної частоти.** Дослідимо процес формування комутуючої напруги у перетворювачі за схемою рис. 2, вважаючи струм навантаження та ємність фази комутуючих конденсаторів незмінними і такими, які були під час дослідження перетворювача за схемою рис. 1, б.

Оскільки напруга перетворювального трансформатора є трифазною напругою прямого чергування фаз, силові електричні вентиля компенсаційної частини перетворювача працюють у послідовності VD1 → VD2 → VD3 та VD4 → VD5 → VD6. Між моментами вступу в

роботу зазначених трійок силових електричних вентилів має місце зсув за фазою, що дорівнює половині періоду.

Частота імпульсів керування транзисторами комутуючої ланки подвоєна, що відповідає зворотному чергуванню фаз. Тому послідовність вступу в роботу транзисторів комутуючої ланки є VT1 → VT3 → VT2.

**Режим 1.** Припустимо, що момент включення транзистора VT1 збігається з моментом вступу в роботу силового електричного вентиля VD1. Враховуючи викладене вище стосовно послідовності чергування фаз, на рис. 4, а побудовано половину періоду кривої струму фази C3 комутуючих конденсаторів. Вона на періоді має шість інтервалів і подвоєну частоту.

Тож розрахунок величини комутуючої напруги у момент комутації можна здійснити за половиною періоду, тобто на трьох перших інтервалах:

I інтервал:  $i_c = I_d / 3, \quad 0 \leq \vartheta \leq \pi / 3;$

$$u_{c(1)} = \frac{1}{\omega C} \int_0^{\vartheta} \frac{I_d}{3} d\vartheta + u_c(0) = \frac{I_d}{3\omega C} \vartheta + u_c(0).$$

В кінці інтервалу за  $\vartheta = \pi / 3, \quad u_{c(1)k} = \frac{I_d}{18fC} + u_c(0).$

II інтервал:  $i_c = -2I_d / 3, \quad 0 \leq \vartheta \leq \pi / 3;$

$$u_{c(2)} = \frac{1}{\omega C} \int_0^{\vartheta} \left(-\frac{2I_d}{3}\right) d\vartheta + u_{c(1)k} = -\frac{2I_d}{3\omega C} \vartheta + \frac{I_d}{18fC} + u_c(0).$$

В кінці інтервалу за  $\vartheta = \pi / 3, \quad u_{c(2)k} = -\frac{I_d}{18fC} + u_c(0).$

III інтервал:  $i_c = I_d / 3, \quad 0 \leq \vartheta \leq \pi / 3;$

$$u_{c(3)} = \frac{1}{\omega C} \int_0^{\vartheta} \frac{I_d}{3} d\vartheta + u_{c(2)k} = \frac{I_d}{3\omega C} \vartheta - \frac{I_d}{18fC} + u_c(0).$$

В кінці інтервалу за  $\vartheta = \pi / 3, \quad u_{c(3)k} = u_c(0).$

Початкове значення кривої комутуючої напруги  $u_c(0)$  розрахуємо, виходячи з того, що середнє значення кривої  $u_c(\vartheta)$  за період дорівнює нулю. При цьому отримаємо

$$u_c(0) = 0. \quad (5)$$

Виходить, що у режимі 1 конденсаторна батарея заряджається, але ефекту компенсації реактивної енергії немає.

**Режим 2.** Тепер припустимо, що з моментом вступу в роботу силового електричного вентиля VD1 збігається момент включення транзистора VT2, тобто момент подачі імпульсу керування на транзистори комутуючої ланки змістився на  $\pi/3$ . Ураховуючи викладене вище стосовно послідовності чергування фаз, на рис. 4, б побудовано половину періоду кривої струму фази С3 комутуючих конденсаторів. Вона також на періоді має шість інтервалів і подвоєну частоту. Розрахунок величини комутуючої напруги у момент комутації також здійснюємо за половину періоду на трьох перших інтервалах за співвідношенням (2):

I інтервал:  $i_c = -I_d / 3, \quad 0 \leq \vartheta \leq \pi / 3;$

$$u_{C(1)} = \frac{1}{\omega C} \int_0^{\vartheta} \left(-\frac{I_d}{3}\right) d\vartheta + u_c(0) = -\frac{I_d}{3\omega C} \vartheta + u_c(0).$$

В кінці інтервалу за  $\vartheta = \pi / 3, \quad u_{C(1)k} = -\frac{I_d}{18fC} + u_c(0).$

II інтервал:  $i_c = 2I_d / 3, \quad 0 \leq \vartheta \leq \pi / 3;$

$$u_{C(2)} = \frac{1}{\omega C} \int_0^{\vartheta} \frac{2I_d}{3} d\vartheta + u_{C(1)k} = \frac{2I_d}{3\omega C} \vartheta - \frac{I_d}{18fC} + u_c(0).$$

В кінці інтервалу за  $\vartheta = \pi / 3, \quad u_{C(2)k} = \frac{I_d}{18fC} + u_c(0).$

III інтервал:  $i_c = -I_d / 3, \quad 0 \leq \vartheta \leq \pi / 3;$

$$u_{C(3)} = \frac{1}{\omega C} \int_0^{\vartheta} \left(-\frac{I_d}{3}\right) d\vartheta + u_{C(2)k} = -\frac{I_d}{3\omega C} \vartheta + \frac{I_d}{18fC} + u_c(0).$$

В кінці інтервалу за  $\vartheta = \pi / 3, \quad u_{C(3)k} = u_c(0).$

Розрахувавши початкове значення кривої комутуючої напруги за тих же умов, що і раніше, отримаємо

$$u_c(0) = 0. \quad (6)$$

Виходить, що і у режимі 2 конденсаторна батарея заряджається, але ефекту компенсації реактивної енергії ще не спостерігається.

**Режим 3.** Тепер припустимо, що з моментом вступу в роботу силового електричного вентиля VD1 збігається момент включення транзистора VT3, тобто момент подачі імпульсу керування на транзистори комутуючої ланки змістився на  $2\pi/3$ . Використовуючи ту ж саму методику, що і раніше, на рис. 4, в побудовано половину періоду кривої струму фази С3 комутуючих конденсаторів. Як і у попередніх режимах, вона на періоді також має шість інтервалів і подвоєну частоту.

За співвідношенням (2) розрахуємо комутуючу напругу в режимі 3:

I інтервал:  $i_c = -I_d, \quad 0 \leq \vartheta \leq \pi / 3;$

$$u_{C(1)} = \frac{1}{\omega C} \int_0^{\vartheta} (-I_d) d\vartheta + u_c(0) = -\frac{I_d}{\omega C} \vartheta + u_c(0).$$

В кінці інтервалу за  $\vartheta = \pi / 3, \quad u_{C(1)k} = -\frac{I_d}{6fC} + u_c(0).$

II інтервал:  $i_c = 0, \quad 0 \leq \vartheta \leq \pi / 3;$

$$u_{C(2)} = \frac{1}{\omega C} \int_0^{\vartheta} i_c d\vartheta + u_{C(1)k} = -\frac{I_d}{6fC} + u_c(0) = u_{C(2)k}.$$

III інтервал:  $i_c = I_d, \quad 0 \leq \vartheta \leq \pi / 3;$

$$u_{C(3)} = \frac{1}{\omega C} \int_0^{\vartheta} I_d d\vartheta + u_{C(2)k} = \frac{I_d}{\omega C} \vartheta - \frac{I_d}{6fC} + u_c(0).$$

В кінці інтервалу за  $\vartheta = \pi / 3, \quad u_{C(3)k} = u_c(0).$

Розрахувавши початкове значення кривої комутуючої напруги за тих же умов, що і раніше, отримаємо

$$u_c(0) = I_d / 9fC. \quad (7)$$

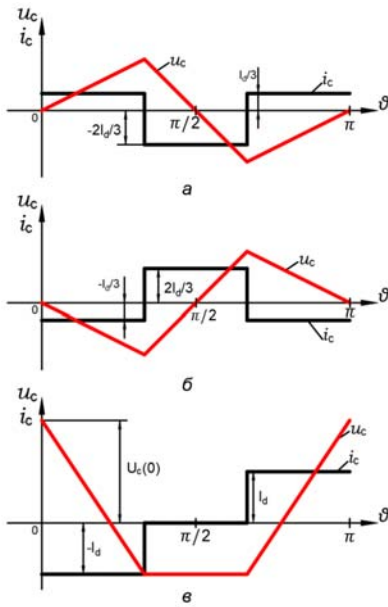


Рис. 4

Маючи початкове значення кривої комутуючої напруги, побудуємо криву комутуючої напруги фази конденсаторної батареї в інтервалі половини періоду (рис. 4, в). Як бачимо, форма цієї напруги така ж, як і на рис. 3, б. Отриманий результат є свідченням того, що між двомостовим компенсаційним перетворювачем (рис. 1, б) попереднього покоління і двомостовим компенсаційним перетворювачем (рис. 2) нового покоління має місце аналогія. Але ця аналогія є суто формальною – за ознаками технічного рішення. Що ж стосується електромагнітних процесів і енергетичних характеристик, то зазначені перетворювачі мають суттєві відмінності.

Одна з них, яка обґрунтовується результатами проведених досліджень, впливає з порівняння величин комутуючої напруги в момент комутації, тобто співвідношень (4) і (7). Як зазначалося раніше, дослідження проведені у припущенні, що струм навантаження та ємність фази комутуючих конденсаторів є незмінними і однаковими для обох перетворювачів.

Але у перетворювачі нового покоління за однакових умов комутуюча напруга в момент комутації утричі більша. Такий ефект пояснюється тим, що трифазний зрівноважувальний реактор ділить випрямлений струм перетворювача на три однакові частини і миттєве значення струму усіх фаз ТЗР у будь-який момент часу

дорівнює третині випрямленого струму перетворювача. Таким же є і середнє значення струму фаз ТЗР.

Середнє значення струму фаз транзисторів комутуючої ланки перетворювача нового покоління також дорівнює третині випрямленого струму, а миттєве значення у будь-який момент часу ні, тому що через фазу транзисторів комутуючої ланки проходить весь випрямлений струм перетворювача протягом тієї частини періоду, коли він відкритий.

Інша відмінність обґрунтовується результатами аналізу співвідношень (5)–(7), з яких випливає, що регулюючий ефект енергетичних показників перетворювача нового покоління знаходиться в інтервалі регулювання подачі імпульсів керування на транзистори комутуючої ланки, коли  $\pi/3 \leq \beta \leq 2\pi/3$ . При цьому комутуюча напруга зростає від 0 до  $I_d / 9fC$ .

Дослідимо динаміку зміни напруги у проміжку між другим і третім режимами, вважаючи режим 3 базовим, а величину комутуючої напруги в момент комутації у цьому режимі приймемо за 1.

**Режим 2-3.** А) Припустимо, що відносно моменту вступу в роботу силового електричного вентиля VD1 момент включення транзистора VT2 ( $\pi/3$ ) змістився на чверть протяжності імпульсу керування, тобто на  $\pi/12$ . Відповідно, загальна затримка подачі імпульсу керування на транзистори комутуючої ланки складає  $\beta = \pi/3 + \pi/12 = 5\pi/12$ . При цьому крива струму фази СЗ комутуючих конденсаторів на періоді матиме 12 інтервалів різної протяжності та подвоєну частоту.

Комутуюча напруга на половині періоду має також шість інтервалів. Її розрахунок за (2) дає наступний результат:

I інтервал:  $i_c = -I_d, \quad 0 \leq \vartheta \leq \pi/12;$

$$u_{c(1)} = \frac{1}{\omega C} \int_0^{\vartheta} (-I_d) d\vartheta + u_c(0) = -\frac{I_d}{\omega C} \vartheta + u_c(0).$$

В кінці інтервалу за  $\vartheta = \pi/12$ ,  $u_{c(1)k} = -\frac{I_d}{24fC} + u_c(0).$

II інтервал:  $i_c = -I_d/3, \quad 0 \leq \vartheta \leq \pi/4;$

$$u_{c(2)} = \frac{1}{\omega C} \int_0^{\vartheta} \left(-\frac{I_d}{3}\right) d\vartheta + u_{c(1)k} = -\frac{I_d}{3\omega C} \vartheta - \frac{I_d}{24fC} + u_c(0).$$

В кінці інтервалу за  $\vartheta = \pi/4$ ,  $u_{c(2)k} = -\frac{I_d}{12fC} + u_c(0).$

III інтервал:  $i_c = 0, \quad 0 \leq \vartheta \leq \pi/12;$



$$u_{C(3)} = \frac{1}{\omega C} \int_0^{\vartheta} i_C d\vartheta + u_{C(2)k} = -\frac{I_d}{12fC} \vartheta + u_C(0) = u_{C(3)k}.$$

IV інтервал:  $i_C = 2I_d / 3, \quad 0 \leq \vartheta \leq \pi / 4;$

$$u_{C(4)} = \frac{1}{\omega C} \int_0^{\vartheta} \frac{2I_d}{3} d\vartheta + u_{C(3)k} = \frac{2I_d}{3\omega C} \vartheta - \frac{I_d}{12fC} + u_C(0).$$

В кінці інтервалу за  $\vartheta = \pi / 4, \quad u_{C(4)k} = u_C(0).$

V інтервал:  $i_C = I_d, \quad 0 \leq \vartheta \leq \pi / 12;$

$$u_{C(5)} = \frac{1}{\omega C} \int_0^{\vartheta} I_d d\vartheta + u_{C(4)k} = \frac{I_d}{\omega C} \vartheta + u_C(0).$$

В кінці інтервалу за  $\vartheta = \pi / 12, \quad u_{C(5)k} = \frac{I_d}{24fC} + u_C(0).$

VI інтервал:  $i_C = -I / 3, \quad 0 \leq \vartheta \leq \pi / 4;$

$$u_{C(6)} = \frac{1}{\omega C} \int_0^{\vartheta} \left(-\frac{I_d}{3}\right) d\vartheta + u_{C(5)k} = -\frac{I_d}{3\omega C} \vartheta + \frac{I_d}{24fC} + u_C(0).$$

В кінці інтервалу за  $\vartheta = \pi / 4, \quad u_{C(6)k} = u_C(0).$

Початкове значення кривої комутуючої напруги  $u_C(0)$  розраховано, виходячи з тих же, що і раніше умов, дає

$$u_C(0) = I_d / 36fC. \quad (8)$$

Як бачимо, отримане значення у чотири рази менше прийнятого за базове. Криву комутуючої напруги фаз конденсаторної батареї в інтервалі половини періоду побудовано на рис. 5, а.

**Б)** Тепер припустимо, що відносно моменту вступу в роботу силового електричного вентиля VD1 момент включення транзистора VT2 змістився ще на чверть протяжності імпульсу керування. Тобто загальна затримка подачі імпульсу керування на транзистори комутуючої ланки складає  $\beta = 5\pi / 12 + \pi / 12 = \pi / 2$ . При цьому крива струму фази С3 комутуючих конденсаторів на періоді матиме 12 інтервалів однакової протяжності та подвоєну частоту. Половину періоду зазначеної кривої зображено на рис. 5, б. Також на рис. 5, б зображено половину періоду кривої комутуючої напруги, розрахованої за (2). Її початкове значення у момент комутації складає

$$u_C(0) = I_d / 18fC. \quad (9)$$

Порівнюючи з (7), бачимо, що отримане значення удвічі менше.

**В)** Тепер припустимо, що відносно моменту вступу в роботу силового електричного вентиля VD1 момент включення транзистора VT2 змістився ще на чверть протяжності імпульсу керування. Тобто загальна затримка подачі імпульсу керування на транзистори комутуючої ланки складає  $\beta = \pi / 2 + \pi / 12 = 7\pi / 12$ . При цьому крива струму фази С3 комутуючих конденсаторів на періоді, як і раніше, матиме 12 інтервалів різної протяжності і подвоєну частоту. Половину періоду зазначеної кривої зображено на рис. 5, в. Крім того, на рис. 5, в зображено й половину періоду кривої комутуючої напруги, розрахованої за (2). Її початкове значення у момент комутації складає

$$u_C(0) = I_d / 12fC. \quad (10)$$

Порівнюючи з (7), бачимо, що значення на чверть менше.

**Режим 4.** Якщо відносно моменту вступу в роботу силового електричного вентиля VD1 подачу імпульсів керування на транзистори комутуючої ланки затримати ще на чверть протяжності імпульсу керування, то отримаємо режим роботи, у якому момент включення транзистора VT1 збігається з моментом вступу в роботу силового електричного вентиля VD1. Це буде розглянутий раніше режим 1.

**Режим 3-1. А)** Припустимо, що відносно моменту вступу в роботу силового електричного вентиля VD1 момент включення транзистора VT3 змістився на чверть протяжності імпульсу керування, тобто на  $\pi / 12$ . А загальна затримка подачі імпульсу керування на транзистори комутуючої ланки складає  $\beta = 2\pi / 3 + \pi / 12 = 3\pi / 4$ . При цьому крива струму фази С3 комутуючих

конденсаторів на періоді матиме 12 інтервалів різної протяжності та подвоєну частоту. Половину періоду зазначеної кривої зображено на рис. 6, а.

Половину періоду кривої комутуючої напруги, розрахованої за (2), також зображено на рис. 6, а. Її початкове значення у момент комутації складає

$$u_c(0) = I_d / 12 fC. \quad (11)$$

**Б)** Нехай момент включення транзистора VT3 ще змістився на чверть протяжності імпульсу керування, тобто на  $\pi/12$ . Тепер загальна затримка подачі імпульсу керування на транзистори комутуючої ланки складає  $\beta = 3\pi/4 + \pi/12 = 5\pi/6$ . При цьому крива струму фази С3 комутуючих конденсаторів на періоді матиме 12 інтервалів однакової протяжності та подвоєну частоту. Половину періоду зазначеної кривої зображено на рис. 6, б, де також зображено й половину періоду кривої комутуючої напруги, розрахованої за (2). Її початкове значення у момент комутації складає

$$u_c(0) = I_d / 18 fC. \quad (12)$$

**В)** Якщо момент включення транзистора VT3 ще змістився на чверть протяжності імпульсу керування, тобто на  $\pi/12$ , то загальна затримка подачі імпульсу керування на транзистори комутуючої ланки складає  $\beta = 5\pi/6 + \pi/12 = 11\pi/12$ . При цьому крива струму фази С3 комутуючих конденсаторів на періоді матиме 12 інтервалів різної протяжності та подвоєну частоту. Половину періоду зазначеної кривої зображено на рис. 6, в.

Половину періоду кривої комутуючої напруги, розрахованої за (2), теж зображено на рис. 6, в. Її початкове значення у момент комутації складає

$$u_c(0) = I_d / 36 fC. \quad (13)$$

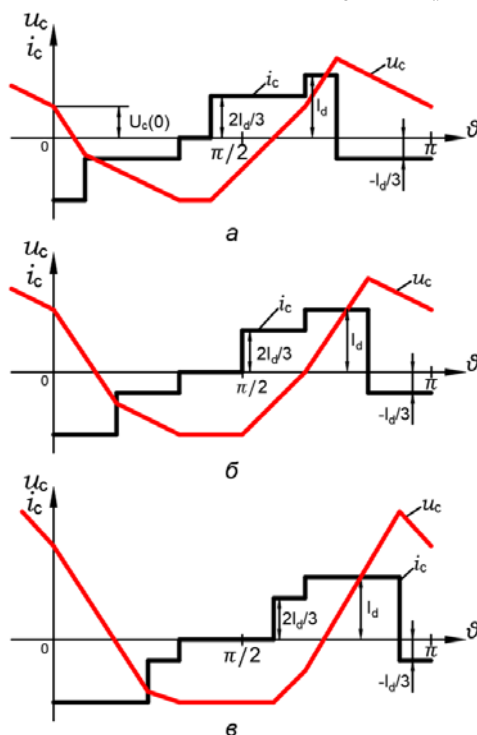


Рис. 5

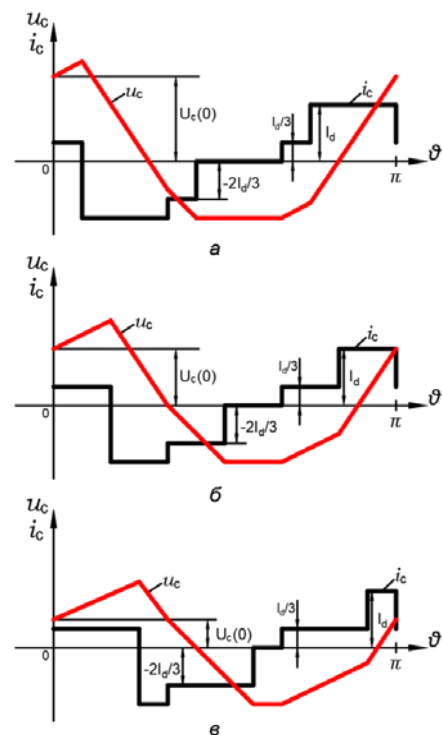


Рис. 6

Усе викладене вище узагальнено на рис. 7, а та 7, б. Перший з них показує, що затримка подачі імпульсу керування на транзистори комутуючої ланки відносно моменту вступу в роботу силового електричного вентиля до однієї шостої частини періоду ( $\beta = \pi/3$ ) не робить перетворювач компенсаційним. Тобто перезаряд конденсаторної батареї здійснюється, але комутуюча напруга у момент комутації дорівнює нулю.

Затримка в межах ( $\pi/3 \leq \beta \leq 2\pi/3$ ) призводить до зростання відносного значення комутуючої напруги у момент комутації від нуля до одиниці. Нагадаємо, що за одиницю прийнято початкове значення комутуючої напруги в кінці режиму 3, прийнятому за базовий, відповідно до співвідношення (7). Протягом наступного такого ж інтервалу затримки на  $\pi/3$ , початкове значення

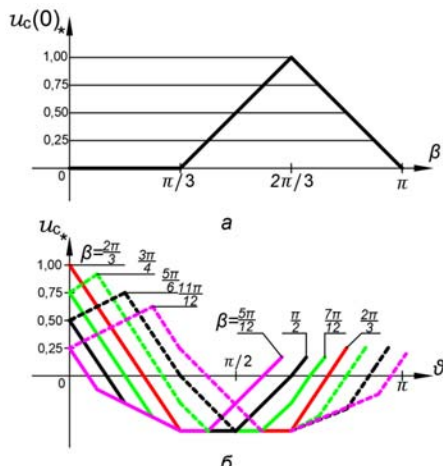


Рис. 7

комутуючої напруги у момент комутації спадає від одиниці до нуля. Таким буде її значення в кінці режиму 4, який фактично є режимом 1.

Зміну величини і форми комутуючої напруги протягом режимів 2-3 та 3-1 представлено на рис. 7, б.

Проаналізуємо величину та форму комутуючої напруги, виходячи з критерію можливості компенсації реактивної потужності. Основним об'єктивним показником такого критерію є величина випереджаючого кута регулювання  $\alpha$ . Безумовно, на величину реактивної енергії, яку спроможний генерувати компенсаційний перетворювач, впливає і величина кута комутації  $\gamma$ . Однак, вона є похідною від параметрів елементів перетворювача та режиму роботи, за якого досягається обумовлений технологічним процесом електроживлення випереджаючий кут регулювання.

Розрахуємо максимально можливий випереджаючий кут регулювання у базовому режимі. Криву комутуючої напруги у цьому режимі представлено на рис. 4, в. Вона має певні значення протяжності ділянок (три ділянки по третині періоду) та співвідношення між найбільшим додатним і найбільшим від'ємним значеннями – 1:2. За таких умов найбільше можливе значення випереджаючого кута регулювання визначиться через дотичну до синусоїди лінійної напруги вторинної обмотки перетворювального трансформатора. Тож маємо: функція  $f(\vartheta) = \sin \vartheta$ ; дотична  $u_c(\vartheta) = k\vartheta + b$ , де  $k = f'(\vartheta) = \cos \vartheta$ .

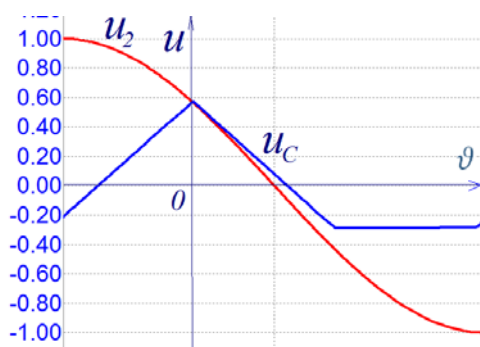


Рис. 8

Графічну побудову дотичної ілюструє рис. 8. Аналітичний розрахунок величини випереджаючого кута регулювання дає значення близько  $35^\circ$ , якому відповідає нормоване за напругою значення максимуму кривої комутуючої напруги 0.574.

Викладене свідчить про обмежені можливості досліджуваного компенсаційного перетворювача щодо генерування реактивної енергії, якщо регулювання транзисторів комутуючої ланки здійснюватиметься в діапазоні зміни моменту подачі імпульсів керування в межах  $\pi/3 \leq \beta \leq 2\pi/3$ .

Як впливає з рис. 7, б, форма кривої комутуючої напруги буде іншою, якщо регулювання транзисторів комутуючої ланки здійснюватиметься в діапазоні зміни моменту подачі імпульсів керування в межах  $2\pi/3 \leq \beta \leq \pi$ . Така форма комутуючої напруги є більш перспективною з погляду здатності компенсаційного перетворювача генерувати реактивну енергію.

Розглянемо режим 3-1 (А). Величину та форму комутуючої напруги режиму представлено на рис. 6, а. Накладемо її на синусоїду лінійної напруги вторинної обмотки перетворювального трансформатора (рис. 9, а). Згідно (11) нормоване значення комутуючої напруги в момент комутації буде меншим від його значення у базовому режимі (7) в 1.333 рази, тобто дорівнюватиме 0.429. З цього випливає, що максимальне значення випереджаючого кута регулювання, яке може бути досягнутим у разі застосування можливостей, обумовлених моментом подачі імпульсів керування на транзистори

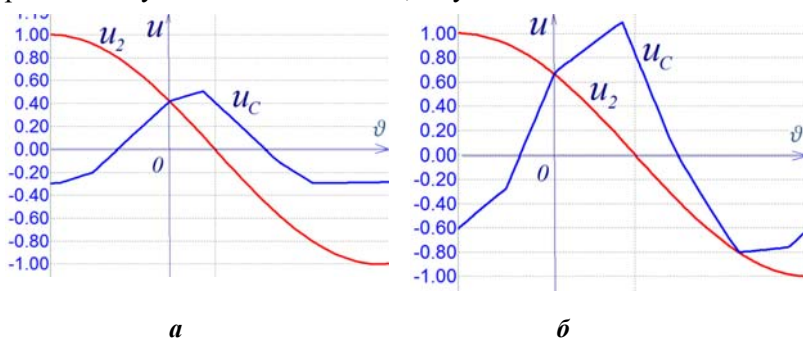


Рис. 9

комутуючої ланки, не перевищуватиме  $25.45^\circ$ . Це значення менше від того, яке можливо отримати у базовому режимі за однакових характеристик робочого режиму.

Але своєрідна форма кривої комутуючої напруги дає змогу збільшити величину випереджаючого кута регулювання у режимі 3-1 (А), зменшивши ємність

фази конденсаторів комутуючої ланки. Зауважимо, що цей захід має свої обмеження, обумовлені зміною характеру електромагнітного процесу. Межею у даному випадку є рівність від'ємного миттєвого значення комутуючої напруги миттєвому значенню лінійної напруги вторинної обмотки перетворювального трансформатора (рис. 9, б). При цьому нормоване значення комутуючої напруги у момент комутації дорівнюватиме 0.660, а випереджаючий кут регулювання досягатиме  $41.30^{\circ}$ .

Розглянемо режим 3-1 (Б). Величина і форма комутуючої напруги режиму представлені на рис. 6, б. Як і у попередньому випадку накладемо її на синусоїду лінійної напруги вторинної обмотки перетворювального трансформатора (рис. 10, а). Згідно (12) нормоване значення комутуючої напруги в момент комутації буде меншим від його значення в базовому режимі (7) удвічі, тобто дорівнюватиме 0.287. З цього випливає, що максимальне значення випереджаючого кута регулювання, яке може бути досягнутим, не перевищуватиме 16.680. Це значення менше від того, яке можливо отримати у базовому режимі чи у режимі 3-1 (А) без застосування зміни ємності фази конденсаторної батареї.

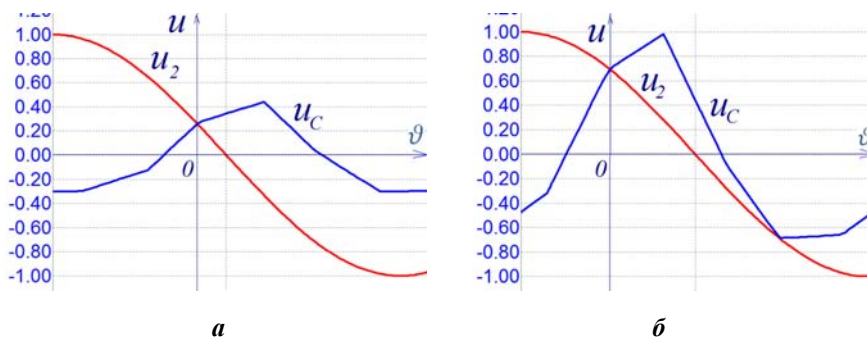


Рис. 10

Форма кривої комутуючої напруги у режимі 3-1 (Б) подібна до форми кривої комутуючої напруги у режимі 3-1 (А). Тому тут також є можливість збільшити величину випереджаючого кута регулювання, зменшивши ємність фази конденсаторів комутуючої ланки. Цей захід має обмеження такі ж, як і у попередньому випадку (рис.

10, б). При цьому нормоване значення комутуючої напруги у момент комутації дорівнюватиме 0.694, а випереджаючий кут регулювання досягатиме  $43.95^{\circ}$ .

Дослідження режиму 3-1 (В), проведено в рамках аналізу можливостей трифазного двомостового компенсаційного перетворювача щодо компенсації та генерації реактивної енергії, показали, що за зазначеним показником він поступається двом попереднім режимам, а саме 3-1 (А) та 3-1 (Б).

**Висновки.** Проведеними дослідженнями доведено наступне.

1. У разі затримки подачі імпульсу керування на транзистори комутуючої ланки в межах  $(0 \leq \beta \leq \pi/3)$  конденсаторна батарея перезаряджається, але комутуюча напруга у момент комутації дорівнює нулю. Тож такий режим керування є неприйнятним, оскільки перетворювач не стає компенсаційним.

2. Затримка подачі імпульсу керування в межах  $(\pi/3 \leq \beta \leq 2\pi/3)$  призводить до зростання величини комутуючої напруги у момент комутації від нуля до максимального значення. Причому за  $\beta = 2\pi/3$  (режим 3) крива комутуючої напруги має таку ж форму, як і у компенсаційному перетворювачі попереднього покоління, що стало підставою для розгляду цього режиму як базового.

3. Якщо регулювання транзисторів комутуючої ланки здійснюється в діапазоні зміни моменту подачі імпульсів керування в межах  $2\pi/3 \leq \beta \leq \pi$ , величина комутуючої напруги у момент комутації зменшується від максимального значення до нуля. Але, виходячи зі здатності досліджуваного компенсаційного перетворювача забезпечити компенсацію реактивної енергії та генерування її максимальних обсягів у мережу живлення, найбільш ефективним з усіх досліджених у роботі режимів є регулювання транзисторів комутуючої ланки в діапазоні  $2\pi/3 \leq \beta \leq 5\pi/6$ .

1. Руденко В.С., Сенько В.И., Чиженко И.М. Основы преобразовательной техники. М.: Высшая школа, 1980. 423 с.

2. Чиженко А.И. Анализ электромагнитных процессов в компенсационном выпрямителе при ограниченных значениях индуктивности сглаживающего дросселя. *Праці Ін-ту електродинаміки НАН України. Енергоефективність*. 2001. С. 17–27.

3. Butkevych O., Chyzenko O., Popovych O., Trach I., Golovan I. A study of transitional modes of the electric network with the powerful electromechanical load and FACTS. IEEE 6th International Conference on *Energy Smart Systems (ESS)*. Kyiv, Ukraine, 17-19 April 2019. Pp. 261-266. DOI: <https://doi.org/10.1109/ESS.2019.8764223>.

4. Чиженко О.І., Трач І.В. Вплив відхилень індуктивності мережі на режими та характеристики тиристорного компенсатору реактивної потужності. *Технічна електродинаміка*. 2017. № 4. С. 48-54. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2017.04.048>.

5. Буткевич О.Ф., Чиженко О.І., Попович О.М., Трач І.В. Вплив FACTS на режим електричної мережі за прямого пуску потужної асинхронної машини у складі комплексного навантаження. *Технічна електродинаміка*. 2018. № 6. С. 62-68. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2018.06.062>.

6. Trainer D., Withanage R., Whitehouse R., Cross A. Multilevel voltage source converter. Patent US No 8879291 B2, 2014.

7. Gan Wei, Ji Hongchao, Yang Xingwu. A three-phase PWM rectifier with reactive power compensation function. IEEE PES *Asia-Pacific Power and Energy Engineering Conference (APPEEC)*. Hong Kong, China, 07-10 December 2014. DOI: <https://doi.org/10.1109/APPEEC.2014.7066073>.

8. Бойко В.С. Трифазний двомостовий компенсаційний перетворювач паралельного типу. Патент України на корисну модель № 147874, 2021.

9. Бойко В.С., Шкардун О.В. Умови перезаряду конденсаторів комутуючої ланки трифазного мостового компенсаційного перетворювача. *Технічна електродинаміка*. 2023. № 3. С. 13-21. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2023.03.013>.

## COMMUTATING VOLTAGE OF THREE-PHASE DOUBLE-BRIDGE COMPENSATING CONVERTER

V.S. Boiko

National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»,  
37, Beresteyskyi Ave., Kyiv, 03056, Ukraine. E-mail: [vsboiko1941@gmail.com](mailto:vsboiko1941@gmail.com).

*The results of a study of electromagnetic processes in a three-phase two-bridge compensation converter, which is one of the options for the circuit implementation of new generation compensation converters, are presented. The commutating link of the converter contains a three-phase capacitor battery and a three-phase group of fully controlled devices. This technical solution makes it possible to make the process of recharging capacitors controllable. Moreover, it becomes possible to change not only the magnitude of the capacitor voltage, but also its shape. It was noted that in the previous generation of compensation converters there was no ability to change the shape of the commutating voltage. The latter is a significant advantage of new generation devices, since it allows for high energy characteristics of the converter. This is confirmed by the results of a study of the energy capabilities of the converter under study in nine operating modes presented in the publication and the conclusion on the most effective modes. References 9, figures 10.*

**Keywords:** capacitor battery, commutator, commutating voltage, harmonics, electric diode.

1. Rudenko V.S., Senko V.I., Chizhenko I.M. Fundamentals of converting technology. Moskva: Vysshaya shkola, 1980. 423 p. (Rus).

2. Chizhenko A.I. Analysis of electromagnetic processes in a compensation rectifier with limited values of the inductance of the smoothing choke. *Pratsi Instytutu elektrodynamiky Natsionalnoi Akademii Nauk Ukrainy. Enerhoefektyvnist*. 2001. Pp. 17–27. (Rus)

3. Butkevych O., Chyzenko O., Popovych O., Trach I., Golovan I. A study of transitional modes of the electric network with the powerful electromechanical load and FACTS. IEEE 6th International Conference on *Energy Smart Systems (ESS)*. Kyiv, Ukraine, 17-19 April 2019. Pp. 261-266. DOI: <https://doi.org/10.1109/ESS.2019.8764223>.

4. Chyzenko O.I., Trach I.V. An impact of changes in the inductance of distributions network on the modes and parameters of equipment of thyristor compensator of reactive power. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2017. No 4. Pp. 48-54. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2017.04.048>. (Ukr)

5. Butkevych O.F., Chizhenko O.I., Popovych O.M., Trach I.V. Influence of FACTS on the electric network mode during direct start of a powerful asynchronous machine as part of a complex load. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2018. No 6. Pp. 62-68. <https://doi.org/10.15407/techned2018.06.062>. (Ukr)

6. Trainer D., Withanage R., Whitehouse R., Cross A. Multilevel voltage source converter. Patent US No 8879291 B2, 2014.

7. Gan Wei, Ji Hongchao, Yang Xingwu. A three-phase PWM rectifier with reactive power compensation function. IEEE PES *Asia-Pacific Power and Energy Engineering Conference (APPEEC)*. Hong Kong, China, 07-10 December 2014. DOI: <https://doi.org/10.1109/APPEEC.2014.7066073>.

8. Boiko V.S. Three-phase double-bridge parallel type compensation converter: Patent UA for utility model No 147874, 2021. (Ukr).

9. Boiko V.S., Shkardun O.V. Conditions for recharging the capacitors of the commutating link of the three-phase bridge compensation converter. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2023. No 3. Pp. 13-21. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2023.03.013>. (Ukr)

Надійшла 27.02.2024  
Остаточний варіант 04.04.2024

## УЗАГАЛЬНЕННЯ ОСНОВНИХ ПОЛОЖЕНЬ ДЕКОМПОЗИЦІЇ ТРАНСФОРМАТОРНО-КЛЮЧОВИХ ВИКОНАВЧИХ СТРУКТУР РЕГУЛЯТОРІВ НАПРУГИ З ДИСКРЕТНО-РАЗОВИМ КЕРУВАННЯМ НАПІВПРОВІДНИКОВИМИ ЕЛЕМЕНТАМИ

К.О. Липківський\*, докт. техн. наук, А.Г. Можаровський\*\*, канд. техн. наук  
Інститут електродинаміки НАН України,  
пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна.  
E-mail: [lypkivskyk@ukr.net](mailto:lypkivskyk@ukr.net); [AnatMozhrvsk@ukr.net](mailto:AnatMozhrvsk@ukr.net)

*Виконавчі структури значної частини регуляторів напруги в системах перетворення параметрів електроенергії базуються на комплексуванні напівпровідникових ключових та трансформуючих елементів (КЕ та ТЕ відповідно). Зокрема це трансформаторно-ключові виконавчі структури (ТКВС), у яких обвитки ТЕ секціоновані певним чином або мають проміжні відводи (taps) з під'єднаними до них ключовими елементами. Дискретно-разове керування (discrete time control) цих КЕ дає змогу реалізовувати роботу ТКВС в множині робочих станів з відповідними коефіцієнтами передачі по напрузі. Мета роботи полягала в узагальненні основних положень вдосконалення ТКВС регуляторів напруги шляхом їхньої декомпозиції (поділу на окремі регульовальні блоки) задля забезпечення високої ефективності використання напівпровідникових приладів та зменшення втрат у них. Проаналізовано особливості декомпозиції ТКВС за регулювання напруги змінного та випрямленого струму. Визначено доцільні глибини декомпозиції. Доведено, що операція переформатування секцій у регульовальних блоках, за умов дотримання оптимальних законів секціонування обвитки, забезпечує необхідну ефективність використання КЕ. Подано рекомендації щодо сфер впровадження регуляторів напруги випрямленого струму. Бібл. 7, табл. 3, рис. 3.*

**Ключові слова:** трансформаторно-ключова виконавча структура, дискретно-разове керування, discrete smart transformer, декомпозиція, регульовальні блоки, ефективність.

Виконавчі структури перетворювачів параметрів електричної енергії (зокрема напруги) значної частини систем живлення електротехнічного та електротехнологічного устаткування базуються на комплексуванні силових ключових елементів – КЕ, зокрема, напівпровідникових (тиристорів, симісторів, діодів, транзисторів) та трансформуючих елементів – ТЕ (трансформаторів, автотрансформаторів, вольтододавчих або бустерних трансформаторів чи їхніх поєднань). Серед останніх можна виділити клас ТЕ, обвитки яких секціоновані певним чином або мають проміжні відводи (taps), до яких під'єднуються КЕ. Введення у дію тих чи інших сполучень КЕ дає змогу цілеспрямовано змінювати стан виконавчої структури та, відповідно, коефіцієнт передачі перетворювача по напрузі. Загальна кількість таких робочих станів визначається як кількістю ключових елементів, так і обраним законом секціонування обвитки (обвиток) трансформуючого елемента.

Зазначені перетворювачі виконують, по-суті, єдину функцію – забезпечення подання споживачеві електроенергії необхідної йому напруги. Проте, розробники, наголошуючи на варіативності перетворювачів, дають їм різні назви. Зокрема: adjuster [Zhiyong Liu etc], compensator [Santilio F.P etc], conditioner [James Clark etc], dynamic voltage restorer [Yafeng Wang etc], power converters [Crane A.D. etc], regulator [Degeneff R.C. etc], static voltage regulator [Kramer W.O. etc], automatic regulator [Shah A.M. etc], step regulators [Attia H.A. etc], stabilizer [Pyone Y.Y. etc], тощо. Таке розмаїття назв певним чином свідчить про широкий діапазон їхнього використання, інформації стосовно цього питання дуже багато, зокрема [1–4].

Задля тлумачення сутності побудови цих перетворювачів також пропонується та використовується множина різноманітних означень. Зокрема: tap switching transformer [Pramod P.A. etc], tapping transformer [Shuting M.A. etc], tapped transformer [Hernandez C., etc], multi-tap transformer [Huang M. etc], multi-tapped transformer [Hoque M.M. etc], tap changing transformer [Ismail A.A. etc], multiple winding transformer [Garcia S.M. etc], intelligent transformer [Gehm A.A. etc], smart transformer [1], digital power transformer [2], discrete smart transformer [3], digitalization of transformer [4], тощо. При формулюванні цих термінів була отримана лише певна їхня компактність, але проігноровано дві важливі обставини. По-перше, такі трансформатори застосовуються, як вже зазначалося вище, виключно у

комплексі з ключовими напівпровідниковими елементами, про які немає жодної згадки. По-друге, вони можуть отримати відповідні "інтелектуальні" (smart, intelligent) властивості тільки в разі наявності системи управління, яка реалізує ці можливості й необхідне саме у цьому випадку дискретно-разове керування (discrete time control [5]) ключовими елементами. У перетворювачах напруги, що розглядаються, зв'язок між КЕ та ТЕ настільки тісний, що ані для аналізу, ані для моделювання чи експерименту їх не можна розглядати окремо й поділити на два блоки – електромагнітний та напівпровідниковий, оскільки їхнє схемотехнічне рішення не є механічним об'єднанням блоків, а являє собою єдине ціле. Виходячи з цих позицій, у [6] було запропоновано подібне сполучення ключових та трансформаторних елементів трактувати як певну трансформаторно-ключову виконавчу структуру – ТКВС перетворювачів параметрів електроенергії.

Під цим визначенням слід розуміти сукупність стійких зв'язків обвитки чи секцій обвиток одного чи кількох трансформуючих елементів (ТЕ) з ключовими елементами – КЕ (керованими та некерованими напівпровідниковими вентилями), що забезпечує цілісність та тотожність самому собі такого виконавчого органу, тобто збереження його основних властивостей за певних внутрішніх та зовнішніх змін, які не зачіпають власне саму структуру. До внутрішніх входять зміни станів, робочих режимів, алгоритмів роботи, до зовнішніх – зміна типу і способу підключення джерела живлення та споживача. Прийняття такого комплексу змін обумовлює важливу властивість ТКВС – принципову можливість використання однієї і тієї самої структури у перетворювачах різного функціонального призначення.

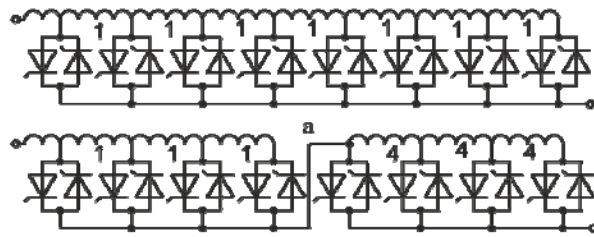
У цій роботі мова йде виключно про регулятори напруги (РН), у яких реалізується цілеспрямована дискретно-разова зміна робочих станів виконавчої структури, загальна кількість яких становить  $J$ , з відповідною зміною коефіцієнту передачі по напрузі. Важливим показником якості РН цього класу є ефективність використання ключових елементів (тиристорів), тобто їхньої кількості  $N$  для реалізації певного числа робочих станів у разі зміни рівня вихідної напруги регулятора у діапазоні  $\Delta U_2$  з кроком регулювання  $U_k = \Delta U_2 / J$  (різницею напруг між двома суміжними рівнями). Основним шляхом підвищення коефіцієнту ефективності використання ключів  $K_e = J/N$  є декомпозиція структури РН – поділ її на регульовальні блоки (РБ), який дає змогу використати принцип мультиплікативності робочих станів окремих блоків результатом чого є збільшення загальної кількості робочих станів будь-якої структури [7]. Декомпозиція виконавчої структури різних регуляторів напруги має певні особливості.

**Метою роботи** є узагальнення основних положень декомпозиції трансформаторно-ключових виконавчих структур регуляторів напруги з дискретно-разовим керуванням, визначення доцільної глибини декомпозиції, тобто кількості регульовальних блоків та їхнього формування.

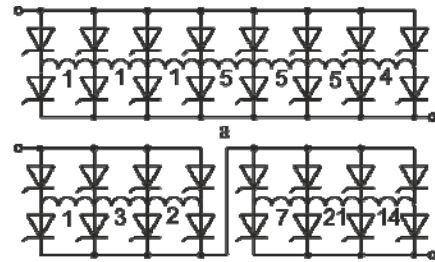
Регулятори напруги змінного струму (РН ЗС) та регулятори напруги випрямленого струму (РН ВС), що базуються на єдиних принципах дискретно-разової зміни коефіцієнта передачі, мають суттєві особливості під час побудови виконавчої структури. РН ЗС відзначаються різноманітністю варіантів – ланцюгові, комбіновані, секціоновані, які отримуються за декомпозиції ТКВС з єдиною вторинною обвиткою, що має проміжні відводи [6]. Виходячи з найбільшої розповсюдженості останніх, обираємо їх за об'єкт дослідження. Комбінування таких РН ЗС з некерованими випрямлячами дає змогу регулювати напругу випрямленого струму, проте це не потребує окремого додаткового розгляду. Видається доцільним тут зупинитися на більш перспективному рішенні цієї задачі, а саме – на використанні як РН ВС багаторівневих випрямлячів (БРВ), в яких одні й ті ж КЕ реалізують як випрямлення змінного струму, так і регулювання вихідної напруги [7]. У попередніх дослідженнях для регуляторів було запропоновано закони секціонування вторинної обвитки трансформатора, які є оптимальними з позиції ефективності використання напівпровідникових приладів. Тому далі будемо дотримуватися саме такого секціонування.

Обмежимося заради компактності та наочності розгляду спочатку прикладом ТКВС з відносно невеликою кількістю тиристорів  $N=16$  (зауважимо, що у багатьох зарубіжних патентах пропонуються рішення, у яких загальна кількість ключів вдвічі й навіть втричі більша), розглянемо РН ЗС з 8 парами зустрічно-паралельних тиристорів (рис. 1, а) та РН ВС з 8 стійками – парами послідовно з'єднаних тиристорів (рис. 2, а). Оскільки, як зазначалося у [7], кількість витків  $i$ -тої секції обвитки пропорційна кількості витків найменшої секції  $W_k$ , розрахованої на напругу кроку регулювання  $U_k$ , тобто  $W_i = a_i W_k$ , доцільно оперувати їхніми відносними значеннями  $W_i^* = a_i W_k / W_k = a_i$ . У структурі РН ЗС всі секції обвитки єдиного регульовального блоку ( $b=1$ ) мають однакову кількість витків  $W_i = W_k$ , тобто для всіх секцій  $W_i^* = 1$ , що можна представити наступним чином –  $[(1), (1), (1), \dots, (1), (1)]$ , де звичайні дужки

обмежують нормоване значення витків окремої секції, а квадратні – групи секцій кожного блоку. Можлива кількість рівнів вихідної напруги й, відповідно, число станів при цьому  $J=0,5N=8$ , тобто  $K_e=0,5$ .



**Рис. 1**



**Рис. 2**

У структурі РН ВС, завдяки обраному за оптимальним законом секціонування обвитки [7], можна вводити у дію будь-яку окрему секцію чи кілька суміжних секцій, тому максимальна кількість рівнів напруги суттєво вища –  $J=22$ , тобто  $K_e=1,37$ . Цю структуру можна представити наступним чином – [(1), (1), (1), (5), (5), (5), (4)]. Зауважимо, що така перевага за рівнем ефективності використання напівпровідникових приладів є притаманною для регулювання випрямленої напруги за будь-якої складності виконавчої структури, тобто за будь-якої кількості ключових елементів.

Наведені у табл. 1 дані ілюструють результати першого кроку декомпозиції вихідних структур з єдиним регулювальним блоком ( $b=1$ ) та

два блоки ( $b=2$ ), що мають однакову кількість ключових елементів (варіант 1). Як видно, загальна кількість можливих рівнів вихідної напруги при цьому значно зростає – у  $15/8=1,86$  рази (РН ЗС) та у  $48/22=2,8$  рази (РН ВС). Варіанти 2 та 3 поділу на нерівні частини ( $N_1=3, N_2=5$  або  $N_1=5, N_2=3$ ) забезпечують дещо (у РН ЗС –  $14/15=0,93$ ) або суттєво (у РН ВС –  $39/48=0,81$ ) менші значення  $J$ . Варіативність процесу декомпозиції виявляється і в разі неможливості поділу вихідних структур на рівні частини за кількістю ключових елементів. Так при поділі структур з  $N=16$  на три блоки отримуємо по 3 варіанти структури, а результат не змінюється. Це ілюструє табл. 2 (Зауважимо, що такий поділ виявився вдалим для РН ЗС, а для РН ВС поділ на три частини стане доцільним, як буде показано далі, для структур з некрратною трьома кількістю тиристорів, наприклад, з  $N=20$  або  $N=22$ ).

**Таблиця 1**

| $b$ | вар | РН ЗС               |        | РН ВС                 |        |
|-----|-----|---------------------|--------|-----------------------|--------|
| 1   | 1   | [1, 1, 1, 1, 1, 1]  | $J=8$  | [1, 1, 1, 5, 5, 4]    | $J=8$  |
| 2   | 1   | [1, 1, 1] [4, 4, 4] | $J=15$ | [1, 3, 2] [7, 21, 14] | $J=48$ |
|     | 2   | [1, 1] [3, 3, 3, 3] | $J=14$ | [1, 2] [4, 4, 16, 12] | $J=39$ |
|     | 3   | [1, 1, 1, 1] [5, 5] |        | [1, 1, 4, 3] [10, 20] |        |

**Таблиця 2**

| вар | РН ЗС             |        |                    | РН ВС  |  |  |
|-----|-------------------|--------|--------------------|--------|--|--|
| 1   | [1] [2, 2] [6, 6] | $J=17$ | [1] [2, 4] [8, 6]  | $J=31$ |  |  |
| 2   | [1, 1] [3] [6, 6] |        | [1, 2] [4] [8, 16] |        |  |  |
| 3   | [1, 1] [3, 3]     |        | [1, 2] [4, 8] [16] |        |  |  |

Задля узагальненої оцінки та визначення особливостей таких регуляторів напруги необхідно проаналізувати залежність можливої кількості рівнів вихідної напруги кожного варіанта РН від кількості ключових елементів та глибини декомпозиції – числа окремих регулювальних блоків, на які поділяється вихідна структура ( $b=1$ ). Останнім кроком декомпозиції є поділ на  $b_{max}$  елементарних блоків, кожен з яких містить лише одну секцію обвитки трансформатора. Оскільки для введення її у дію або вилучення з контуру струму необхідно чотири КЕ (дві пари зустрічно-паралельно з'єднаних тиристорів у РН ЗС, або дві пари стійок з двох послідовно з'єднаних тиристорів у РН ВС),  $b_{max}$  визначається цілою частиною числа ( $N/4$ ). Обмежимося спектром реальних вимог щодо значення  $J_{max}$  під час використання прийнятної кількості ключів ( $N=12, 14, 16, 18, 20, 24$ ), виходячи з того, що такі РН не призначені для прецизійного регулювання. Результати розрахунку значень функції  $J=f(N, b)$  зведено у табл. 3.

**Таблиця 3**

| $b$ | РН | 12        | 14        | 16        | 18        | 20         | 22         | 24         |
|-----|----|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|------------|------------|
| 1   | ЗС | 6         | 7         | 8         | 9         | 10         | 11         | 12         |
|     | ВС | 13        | 17        | 22        | 27        | 33         | 39         | 46         |
| 2   | ЗС | 8         | 11        | 15        | 19        | 24         | 29         | 35         |
|     | ВС | <b>15</b> | <b>27</b> | <b>48</b> | <b>69</b> | 99         | 139        | 195        |
| 3   | ЗС | 7         | 11        | 17        | 26        | 35         | 47         | 63         |
|     | ВС | 7         | 15        | 31        | 63        | <b>111</b> | <b>195</b> | <b>342</b> |
| 4   | ЗС | -         | -         | 15        | 23        | 35         | 55         | 80         |
|     | ВС | -         | -         | 15        | 31        | 63         | 127        | 255        |
| 5   | ЗС | -         | -         | -         | -         | 31         | 47         | 71         |
|     | ВС | -         | -         | -         | -         | 31         | 63         | 127        |
| 6   | ЗС | -         | -         | -         | -         | -          | -          | 63         |
|     | ВС | -         | -         | -         | -         | -          | -          | 63         |



Як видно, за однакових  $N$  завжди  $J$  буде більшим у РН ВС, й ця перевага зростає зі збільшенням  $N$  (за  $N=12$  – у 1,9 разу, за  $N=24$  – у 4,3 разу). Максимальна кількість рівнів досягається на різних ступенях декомпозиції, тобто за деяких  $b$ , що можуть вважатися у цьому сенсі оптимальними: для РН ЗС  $b_{\max}=2$  (за  $N=12, 14$ ), 3 (за  $N=16, 18, 20$ ), 4 (за  $N=22, 24$ ); для РН ВС  $b_{\max}=2$  (за  $N=12, 14, 16, 18$ ), 3 (за  $N=22, 24$ ). Залежність  $J_{\max}=f(N)$  можна апроксимувати виразом:  $J_{\max}=0,8e^{0,25N}$ , у якого  $R^2\approx 0,99$ .

На рис. 3 задля наочності наведено залежності  $K_e=f(b)$  для трьох значень  $N$  – 16, 18, 20 (суцільна лінія – для РН ВС, а пунктирна – для РН ЗС), що найбільше відповідають реальним вимогам споживачів щодо точності регулювання напруги (залучення 22 та 24 тиристорів може бути виправданим лише для РН ЗС). Під час вибору оптимального варіанту РН необхідно брати до уваги те, що зі збільшенням  $b$  зростає кількість одночасно працюючих КЕ, тобто зростають втрати на напівпровідникових приладах

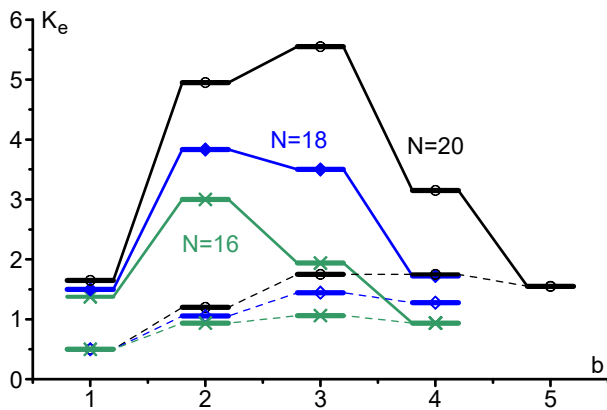


Рис. 3

та, відповідно, вимоги до систем їхнього охолодження. Тому варіанти, отримані за  $b > b_{\text{opt}}$ , не можна вважати прийнятними. Тому, також, інколи можна обмежитися варіантом  $b < b_{\text{opt}}$ , якщо при цьому  $K_e$  має менше за максимальне, але прийнятне значення. (Так, за  $N=24$  можна обрати  $b=2 < b_{\text{opt}}$ , коли ефективність використання КЕ не набагато менша, ніж за  $b=b_{\text{opt}}$ ). Доцільно звернути увагу на те, що дані табл. 3 засвідчують: найбільш відомий варіант поділу РН ЗС з  $N=16$  на 4 групи за так званим двійковим законом – [1] [2] [4] [8] – має таке ж саме значення  $K_e=1,25$ , як і більш доцільний варіант поділу на два блоки – [(1) (1) (1)] [(4) (4) (4)], а для проміжного варіанту  $b=b_{\text{opt}}=3$  маємо  $K_e=1,42$ .

Отримані результати дають змогу стверджувати, що: регулятори напруги з ТКВС можуть забезпечити необхідну кількість робочих станів структури з відповідними коефіцієнтами передачі по напрузі за прийнятної кількості ключових елементів; РН ВС відзначаються суттєво більшою ефективністю використання КЕ. До того ж, згідно з [7] їм притаманна апріорна відсутність можливості виникнення короткозамкнених контурів секцій обвитки трансформатора при переключеннях, а будь-який збій у роботі КЕ не призведе до аварійної ситуації, при цьому РН просто буде працювати у якомусь незапланованому стані – одному з  $J$  унормованих робочих станів, а рівень вихідної напруги не вийде за межі заданого діапазону її регулювання. Це свідчить про доцільність використання саме РН ВС (багаторівневих випрямлячів) у тих випадках, коли навантаження не висуває вимог щодо виду живлячого струму – постійний (випрямлений) чи змінний (печі опору, нагрівачі, тощо).

Таким чином, у роботі виконано узагальнення основних положень декомпозиції ТКВС регуляторів напруги змінного та випрямленого струму, визначено доцільні варіанти поділу структури на окремі регульовальні блоки для різної кількості задіяних ключових елементів, дано певні рекомендації щодо раціонального використання регуляторів напруги випрямленого струму.

Роботу виконано за НДР "Бар'єр-3", розділ "Електромагнітні системи з імпульсними дискретно-разовим принципом керування" (реєстраційний номер 0117U007714), КПКВК 6541030.

1. Vandoorn T.L., De Kooning J.D.M., Meersman B., Guerrero J.M., Vandeveld L. Voltage-based control of a smart transformer in a microgrid. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2011. Vol. 60. Issue 4. Pp. 1291–1305. DOI: <https://doi.org/10.1109/TIE.2011.2165463>.

2. Willems W., Vandoorn T.L., De Kooning J.D.M., Vandeveld L. Development of a smart transformer to control the power exchange of a microgrid. 4<sup>th</sup> IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Conference Europe (ISGT - Europe 2013). Lyngby, Denmark, 6-9 October 2013. Pp. 1–5. DOI: <https://doi.org/10.1109/ISGTEurope.2013.6695300>.

3. GE – Once, Now, Forever. URL: <https://www.ge.com> (дата звернення 25.03.2024).

4. Digitalization of transformers. Control. Regulate. Monitor. URL: <https://www.reinhausen.com/portfolio/transformer-digitalization> (дата звернення 25.03.2024).

5. Bimal K. Bose. Power Electronics – Why the Field is so Exciting. *IEEE Power Electronics Society Newsletter Fourth Quarter*. 2007. Vol. 19. No 4. Pp. 11–20.

6. Липковский К.А. Трансформаторно-ключевые исполнительные структуры преобразователей переменного напряжения. К.: Наукова думка, 1983. 216 с.

7. Липківський К.О., Можаровський А.Г. Особливості декомпозиції багаторівневих випрямлячів за умови заданого обмеження діапазону регулювання вихідної напруги. *Технічна електродинаміка*. 2022. № 2. С. 21–26. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2022.02.021>.

## GENERALIZATION OF THE MAIN PROVISIONS OF THE DECOMPOSITION OF TRANSFORMER-AND-SWITCHES EXECUTIVE STRUCTURES OF VOLTAGE REGULATORS WITH DISCRETE TIME CONTROL OF SEMICONDUCTOR ELEMENTS

**K.O. Lypkivskiy, A.G. Mozharovskiy**

**Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine,  
56, Beresteiskiy Ave., Kyiv, 03057, Ukraine.**

**E-mail: [lypkivskyk@ukr.net](mailto:lypkivskyk@ukr.net); [AnatMozhrvsk@ukr.net](mailto:AnatMozhrvsk@ukr.net).**

*Executive structures of a significant part of voltage regulators in systems of conversion of electricity parameters are based on the integration of semiconductor switch and transforming elements (SE and TE, respectively). In particular, these are transformer-and-switches executive structure (TSES), in which the TE windings are sectioned in a certain way or have intermediate taps with key elements connected to them. Discrete-time control of these KEs makes it possible to realize the operation of TSES in a set of operating states with corresponding voltage transfer coefficients. The purpose of the work was to generalize the main provisions of improving TSES voltage regulators through their decomposition (separation into separate control units) in order to ensure high efficiency of semiconductor devices and reduce their losses. The peculiarities of the decomposition of TSES during the regulation of alternating and rectified current voltage are analyzed. Expedient depths of decomposition are determined. It has been proven the operation of reformatting sections in control units, subject to compliance with the optimal laws of sectioning of the winding, ensures the necessary efficiency of the use of SE. Recommendations are given on the areas of implementation of rectified current voltage regulators. References 7, tables 3, figures 3.*

**Key words:** transformer-and-switches executive structure, discrete-time control, discrete smart transformer, decomposition, adjustment blocks, efficiency.

1. Vandoorn T.L., De Kooning J.D.M., Meersman B., Guerrero J.M., Vandevelde L. Voltage-based control of a smart transformer in a microgrid. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2011. Vol. 60. Issue 4. Pp. 1291–1305. DOI: <https://doi.org/10.1109/TIE.2011.2165463>.

2. Willems W., Vandoorn T.L., De Kooning J.D.M., Vandevelde L. Development of a smart transformer to control the power exchange of a microgrid. 4<sup>th</sup> IEEE PES *Innovative Smart Grid Technologies Conference Europe (ISGT – Europe 2013)*. Lyngby, Denmark, 6-9 October 2013. Pp. 1–5. DOI: <https://doi.org/10.1109/ISGTEurope.2013.6695300>.

3. GE – Once, Now, Forever. URL: <https://www.ge.com> (accessed 25.03.2024).

4. Digitalization of transformers. Control. Regulate. Monitor. URL: <https://www.reinhausen.com/portfolio/transformer-digitalization> (accessed at 25.03.2024).

5. Bimal K. Bose. Power Electronics – Why the Field is so Exciting. *IEEE Power Electronics Society Newsletter Fourth Quarter*. 2007. Vol. 19. No 4. Pp. 11–20.

6. Lypkivskiy K.A. Transformer-and-Switches Executive Structures of Alternating Current Voltage Converters. Kiev: Naukova Dumka, 1983. 216 p. (Rus).

7. Lypkivskiy K.O., Mozharovskiy A.G. Features of decomposition of multilevel rectifiers under conditions of the specific limit of the range of output voltage regulation. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2022. No 2. Pp. 21–26. (Ukr). DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2022.02.021>.

Надійшла 28.03.2024

**ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ МАЛОГАБАРИТНИХ ВИСОКОШВИДКІСНИХ  
СИНХРОННИХ МАГНІТОЕЛЕКТРИЧНИХ ДВИГУНІВ****Ю.М. Васьковський\***, докт. техн. наук, Д.С. Нестеренко

НТУ України «КПІ ім. Ігоря Сікорського»,

пр. Берестейський, 37, Київ, 03056, Україна,

e-mail: [vun157@gmail.com](mailto:vun157@gmail.com), [denia1112222@gmail.com](mailto:denia1112222@gmail.com).

Метами математичного моделювання досліджено та проведено порівняльний аналіз характеристик трьох варіантів малогабаритних високошвидкісних синхронних магнітоелектричних електродвигунів (СМД) з постійними магнітами на роторі, які призначені для приводу гвинта літальних апаратів типу квадрокоптер. А саме: СМД з зовнішнім пазовим статором та внутрішнім ротором; СМД з внутрішнім пазовим статором та зовнішнім ротором; СМД з внутрішнім явнопольсним статором та зовнішнім ротором. На прикладі літального апарату загальною масою 4 кг проведено порівняльний аналіз величини потужності, яку розвивають зазначені варіанти двигунів за однакових умов функціонування: однакових габаритних розмірах, швидкості обертання ротора, струму в обмотці статора і об'єму постійних магнітів. Надана оцінка величини пульсації електромагнітного моменту. Встановлено, що хоча СМД з внутрішнім явнопольсним статором є найбільш технологічно простим, але за однакових інших умов він за своєю потужністю поступається СМД з внутрішнім пазовим статором і зовнішнім ротором. Бібл. 7, рис. 4.

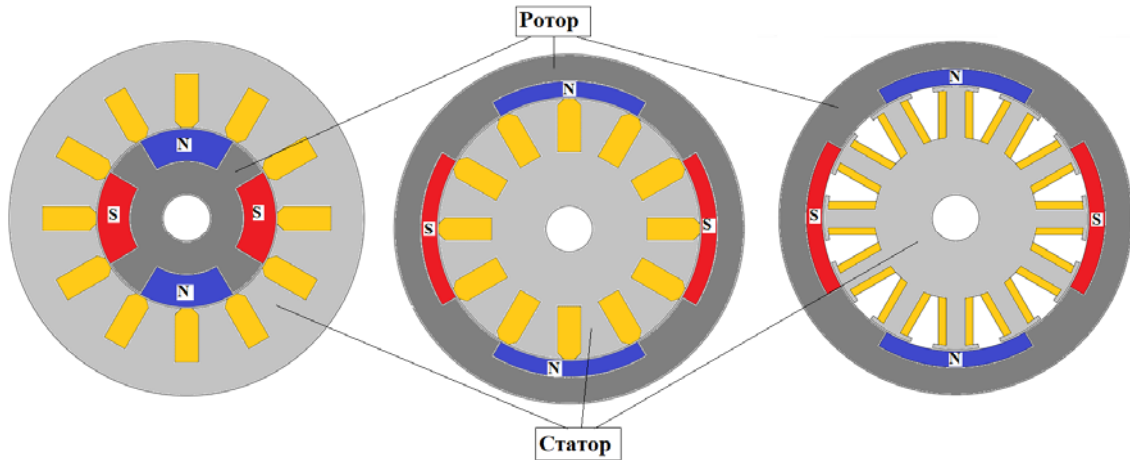
**Ключові слова:** синхронний магнітоелектричний двигун, постійні магніти, потужність і електромагнітний момент двигуна.

**Вступ.** Малогабаритні синхронні магнітоелектричні двигуни часто використовуються для приводу спеціального механічного навантаження, яке потребує високої частоти обертання ротора двигуна. Прикладами такого навантаження є пропелери літальних апаратів, малогабаритні вентиляційні системи (cooler) тощо. Технічні характеристики систем, в яких для приводу використовуються магнітоелектричні двигуни, в значній мірі залежать від характеристик самих двигунів – досяжної потужності і величини крутного електромагнітного моменту, масо-габаритних показників, легкості і діапазону керування швидкості обертання ротора тощо. Тому створення високоефективних, малогабаритних, високошвидкісних та технологічно простих синхронних магнітоелектричних електродвигунів являє актуальну науково-технічну проблему електромеханіки, яка розглядалася в ряді наукових праць [1–5] і потребує подальших наукових досліджень.

Тип, конструкція, характеристики і спосіб використання електродвигунів в значній мірі залежать від конструкції системи навантаження. Наприклад, під час розгляду різних типів літальних апаратів слід відмітити літальні апарати типу квадрокоптер (КвК), у яких на загальній рамі встановлюються чотири електродвигуни, розташовані на діагоналях рами. Така конструкція КвК дає змогу за рахунок роздільного керування швидкістю окремих двигунів забезпечити високу маневреність руху. Джерелом електроживлення для електродвигуна є акумуляторна батарея, розташована на борту квадрокоптера. Для приводу КвК можуть застосовуватися як двигуни постійного струму, так і безконтактні двигуни змінного струму. З огляду на вимоги до надійності функціонування КвК в складних погодних умовах і за наявності інтенсивних динамічних навантажень широке застосування для приводу КвК знайшли малогабаритні синхронні магнітоелектричні двигуни (СМД) зі збудженням від розташованих на роторі постійних магнітів. В цьому випадку на борту КвК знаходиться інвертор, який перетворює постійний струм акумуляторної батареї в регульований змінний струм живлення електродвигуна. При цьому існує ряд альтернативних конкурентоспроможних варіантів конструкції двигунів, що обумовлює актуальність порівняльного аналізу їхніх характеристик і розробки рекомендацій щодо вибору оптимального варіанту.

**Метою роботи** є порівняльний аналіз методами математичного моделювання характеристик трьох конкурентоспроможних варіантів виконання СМД, призначених для приводу гвинта в складі КвК з заданими технічними даними.

**Об'єктами дослідження** є три конкурентоспроможні варіанти виконання привідних СМД для БПЛА типу квадрокоптер. А саме: СМД з зовнішнім пазовим статором та внутрішнім ротором (варіант 1); СМД з внутрішнім пазовим статором та зовнішнім ротором (варіант 2); СМД з внутрішнім явнополюсним статором та зовнішнім ротором (варіант 3). Геометричні структури варіантів СМД в зазначеному порядку зліва на право показано на рис. 1.



**Рис. 1**

Вибір зазначених варіантів СМД обумовлений попередніми оцінками їхніх суперечливих технічних та технологічних параметрів. Наприклад, варіант 1 має ротор з найменшим моментом інерції, що забезпечує найкращі динамічні характеристики і маневреність руху КвК. Варіант 3 має найбільш просту технологію виготовлення статора, чим можна пояснити його досить широке використання в існуючих КвК. Але він поступається енергетичними характеристиками СМД з пазовим статором (варіант 2), розподіл електромагнітного поля в яких забезпечує більш тісний магнітний зв'язок між статором і ротором. Варіанти СМД з зовнішнім ротором забезпечують більш надійне кріплення постійних магнітів (ПМ) на роторі від дії відцентрових сил тощо.

Хоча найбільш адекватний порівняльний аналіз привідних двигунів потрібно проводити з урахуванням динамічних і маневрених характеристик КвК, але найбільш суттєвим їхнім показником є питомі енергетичні показники за однакових умов функціонування. Тому в роботі проведено порівняльний аналіз потужності, яку розвивають зазначені варіанти СМД за однакових умов, а саме: однакових габаритах і кількості полюсів, однакової частоти напруги живлення, однакового струму в обмотці статора і однакового об'єму постійних магнітів. Прийняття умови однакового струму обмотки статора забезпечує приблизно однаковий нагрів двигунів, що також є важливою умовою адекватного порівняльного аналізу. Також важливою є оцінка пульсацій електромагнітного моменту, що є характерним для СМД, та їхнього впливу на стабільність швидкості обертання ротора.

**Розрахунок КвК.** Ключовими вхідними даними КвК є його загальна маса  $m$  і прискорення вертикального підйому  $a$ . Для розрахунку необхідної потужності привідних двигунів і їхніх габаритних розмірів проводиться попередній розрахунок КвК.

Наведемо методику розрахунку на прикладі КвК з заданою загальною масою  $m = 4$  кг. Основним габаритним розміром КвК є діагональ рами, на якій встановлюються двигуни та інші елементи. Для її розрахунку використовується емпірична формула, яка отримана шляхом узагальнення досвіду створення КвК різних типів і пов'язує діагональ рами в метрах з масою КвК в кг

$$D = \sqrt{m / 10} = \sqrt{4 / 10} = 0,632(\text{м}). \quad (1)$$

Площа, що обмітається гвинтами пропелерів,

$$S = \pi D^2 / 4 = 0,314(\text{м}^2). \quad (2)$$

Діаметр гвинта знаходиться, виходячи із можливості конструктивної компоновки КвК. Приймаємо

$$d = 0,37D = 0,234(\text{м}). \quad (3)$$

Іншим важливим параметром, необхідним для розрахунку КвК, є прискорення його вертикального підйому. Якщо для прикладу прийняти  $a = 2,5 \text{ м/с}^2$  (на висоту 100 м КвК підніметься за 8,9 с), то загальна вертикальна сила тяги двигунів КвК повинна дорівнювати

$$F = m(g + a) = 4(9,8 + 2,5) = 49,2(\text{н}). \quad (4)$$

Сумарний тиск, який гвинти створюють на повітря, дорівнює [6]

$$p = F / S = 4m(g + a) / \pi D^2 = 156,8(\text{Н/м}^2). \quad (5)$$

Швидкість потоку повітря під гвинтами  $V = \sqrt{p/\rho}$ , де  $\rho = 1,23 \text{ кг/м}^3$  – густина повітря, тобто з урахуванням формули (1) маємо

$$V = \sqrt{40(g + a) / \pi \rho} = 11,28(\text{м/с}). \quad (6)$$

Сумарна потужність привідних двигунів дорівнює  $P = FV / \eta$ , тобто

$$P = m(g + a)\sqrt{40(g + a) / \pi \rho} / \eta = 794(\text{Вт}), \quad (7)$$

де  $\eta$  – значення ККД (орієнтовно прийнято  $\eta = 0,7$  [1]). Потужність одного двигуна дорівнює

$$P_d = P / 4 \approx 200(\text{Вт}). \quad (8)$$

Знайдена в такий спосіб потужність двигуна є лише одним необхідним параметром для його проектування. Іншим важливим параметром є швидкість обертання ротора (гвинта), яку можна визначити за формулою, запропонованою в роботі [6]

$$n_R = 26,6\sqrt[3]{P_d / 0,736d^5} \approx 190(\text{об/с}). \quad (9)$$

Один повний оберт ротор здійснює за 5,2 мс. Приймаючи число полюсів двигуна  $2p = 4$  і число фаз обмотки статора  $m_d = 3$ , за подальшими розрахунками отримано наступні дані варіантів двигунів.

Дані, які є однаковими для усіх варіантів СМД: зовнішній діаметр і довжина двигунів дорівнюють 45 мм і 35 мм; висота повітряного проміжку 0,2 мм; число зубців статора 12 (число пазів на полюс і фазу 1); об'єм постійних магнітів  $5,4 \text{ см}^3$ , маса ПМ 0,04 кг (магніти – NdFeB з залишковою індукцією 1,1 Тл); номінальна частота напруги живлення 380 Гц; струм обмотки статора 6 А і густина струму в провідниках обмотки  $5 \text{ А/мм}^2$ . Ширина ПМ складає близько 0,7 довжини полюсної поділки двигуна, що під час обертання ротора забезпечує наявність під ПМ приблизно двох зубців статора. Це сприяє зменшенню (але не зниканню) пульсацій моменту. Кут навантаження в усіх варіантах прийнятий однаковим 23 ел. град. Величина напруги живлення є похідною величиною, яка визначається через отриману потужність двигуна і задану величину струму  $I$

$$U = P_d / \sqrt{3} \cdot I \cdot \cos \varphi. \quad (10)$$

Величина  $\cos \varphi$  залежить від параметрів ПМ, які визначають величину магнітного потоку збудження. ПМ підібрані таким чином, щоби в номінальному режимі СМД мав  $\cos \varphi = 1$ .

Дані, які є різними для зазначених варіантів СМД: діаметр розточки статора у варіанті 1 дорівнює 23 мм, а зовнішній діаметр статора у варіантах 2 і 3 дорівнює 34 мм; в пазах статора у варіантах 1 і 2 укладена трифазна одношарова концентрична обмотка класичної конструкції і фази з'єднані по схемі зірка; у варіанті 3 на кожен зубець статора намотана окрема котушка, причому усі котушки з'єднані по схемі, в результаті якої утворена трифазна чотириполюсна обмотка статора, фази якої з'єднані між собою по схемі зірка. Геометричні пропорції варіантів зазначених СМД представлені на рис. 1. Слід підкреслити, що за підрахунками маса одного двигуна у варіантах 1 і 2 складає приблизно 435 г, а у варіанті 3 – 295 г. Менша маса у варіанті 3 пояснюється значними розмірами повітряних проміжків між окремими зубцями статора і, як наслідок, меншою масою магнітопроводу статора.

Метою подальшого аналізу є визначення потужності, яку за заданій конструкції та інших однакових умов спроможні видати зазначені варіанти СМД. Розрахунок потужності двигунів проводився з використанням польових математичних моделей, оскільки тільки польові моделі можуть адекватно відобразити особливості геометрії активної зони, величину магнітних потоків розсіювання ПМ тощо.

**Математична модель.** Результатом математичного моделювання є часові залежності електромагнітного моменту і миттєвої потужності за інтервал часу  $T$  повного обороту ротора. Припускаючи, що обмотка статора СМД живиться синусоїдною напругою з урахуванням відсутності масивних електропровідних елементів, електромагнітне поле в сталому режимі роботи в межах поперечного перерізу СМД (рис. 1) в декартових координатах відносно комплексної амплітуди векторного магнітного потенціалу описується стаціонарним рівнянням [7]

$$\text{rot} \left( \frac{1}{\mu} (\text{rot} \underline{A}_z - B_r) \right) = -\underline{J}_{zcm}, \quad (11)$$

де  $\mu$  – магнітна проникність,  $J_{zcm}$  – густина сторонніх струмів в пазах статора,  $B_r$  – залишкова магніт-

тна індукція ПМ. Рівняння (11) доповнюється однорідними граничними умовами першого роду  $A_z|_G = 0$  на лінії  $G$  зовнішньої поверхні двигуна.

Для чисельного розв'язання рівняння (11) використовується метод багатопозиційних розрахунків. Для інтервалу часу  $T$  обирається крок по часу  $\Delta t$  і виконується серія розв'язків рівняння (11) з урахуванням зміни кутового положення ротора і величин струмів фаз статора, які відбуваються за час  $\Delta t$ . Тобто, при кожному з положень ротора розраховується сталий електромагнітний процес. Згідно зазначеного методу розрахунку для кожного поточного моменту часу  $t_k = 0 \dots T$  в межах сформованої геометрії розрахункової області рівняння (11) розв'язується за відповідних цьому моменту часу величинах густини струмів фаз статора, які визначаються за формулами

$$\begin{aligned} \underline{J}_{A_{\text{ст}}} &= J_m \cos \alpha_k, \\ \underline{J}_{B_{\text{ст}}} &= J_m [\cos(\alpha_k + 2\pi/3) + j \sin(\alpha_k + 2\pi/3)], \\ \underline{J}_{C_{\text{ст}}} &= J_m [\cos(\alpha_k + 4\pi/3) + j \sin(\alpha_k + 4\pi/3)], \end{aligned} \quad (12)$$

де  $J_m = I_{m1} u_{\text{П1}} / S_{\text{П1}}$  – амплітуда густини струму у фазах обмотки статора,  $u_{\text{П1}}$  – число послідовно з'єднаних провідників у пазу статора;  $S_{\text{П1}}$  – площа перерізу паза статора;  $\alpha_k = \omega_R t_k$ ,  $\omega_R$  – кутова швидкість обертання ротора,  $t_k = t_{k-1} + \Delta t$ ,  $k = 1, \dots, N$ ;  $N$  – кількість кроків по часу.

Переміщення ротора моделюється зміною координат  $x$ ,  $y$  точок ротора. Зміна  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  координат ротора по кроку у часі  $\Delta t$  задаються наступними формулами:

$$\begin{cases} \Delta x = \cos[\omega_R \cdot (t_{k-1} + \Delta t)] \cdot x - \sin[\omega_R \cdot (t_{k-1} + \Delta t)] \cdot y - x; \\ \Delta y = \sin[\omega_R \cdot (t_{k-1} + \Delta t)] \cdot x + \cos[\omega_R \cdot (t_{k-1} + \Delta t)] \cdot y - y. \end{cases} \quad (13)$$

Формули (12), (13) забезпечують виконання вимоги щодо синхронності обертання магнітного поля статора і ротора. Після розрахунків окремих задач при різних положеннях ротора і значеннях струму статора та їх об'єднання отримують шукані залежності як функції часу.

Електропровідність в пазах статора приймається рівною нулю. Величина  $\mu$  в кожній точці розрахункової області, де знаходяться феромагнітні матеріали, визначається в процесі чисельного розв'язання рівняння (11) ітераційним методом за заданими кривими намагнічування. В зонах розташування ПМ задається незмінна величина магнітної проникності, яка відповідає марці обраного ПМ і по величині близька до магнітної проникності повітря.

Електромагнітний момент СМД знаходиться з використанням тензора магнітного натягу [3]

$$M_{EM}(t) = l_{\text{П}} \int_0^{L_{\delta}} [y T_x(t) - x T_y(t)] dl, \quad (14)$$

де  $T_x(t), T_y(t)$  – проекції тензора магнітного натягнення на осі декартової системи координат;  $l_{\text{П}}$  – довжина двигуна;  $L_{\delta}$  – довжина кола ротора, оберненого до повітряного проміжку. Миттєва потужність двигуна знаходиться за виразом

$$P(t) = 2\pi n_R M_{EM}(t). \quad (15)$$

**Результати моделювання.** На рис. 2 – 4 представлено розрахункові залежності миттєвої потужності варіантів СМД, а також позначено величини середньої потужності, а саме: рис. 2 – СМД з зовнішнім пазовим статором і внутрішнім ротором (варіант 1) 192 Вт; рис. 3 – СМД з внутрішнім пазовим статором і зовнішнім ротором (варіант 2) 275 Вт; рис. 4 – СМД з внутрішнім явнополюсним статором і зовнішнім ротором (варіант 3) 202 Вт. Найбільшу потужність розвиває варіант 2 – у 1,43 рази більшу, ніж варіант 1 і у 1,36 разів більше, ніж варіант 3. Суттєво більшу потужність варіанту 2 у порівнянні з варіантом 1 можна пояснити більшим радіусом ротора, що утворює більше плече сили і відповідно більший електромагнітний момент. Окрім того за однакового об'єму постійні магніти у варіанті 1 створюють більші магнітні потоки розсіювання, ніж менш високі витягнуті уздовж кола повітряного проміжку ПМ у варіанті 2. Варіант 3 хоча і має такий же радіус ротора, як і варіант 2, але намотані на зубці статора обмотки мають більші магнітні потоки розсіювання і, відповідно, менший потік взаєміндукції обмотки статора з ПМ. Задля забезпечення в обмотці статора заданого струму 6 А згідно з формулою (10) потрібна напруга живлення трьох розглянутих варіантів відповідно: 18,5 В, 26,5 В і 19,5 В.

В усіх зазначених варіантах СМД спостерігаються значні пульсації електромагнітного моменту і миттєвої потужності, що спричиняє небажаний шум і вібрації. Це пояснюється вимушеною внаслідок малих розмірів двигунів недосконалістю структури їхньої активної зони. Зокрема у варіантах 1

і 2 під час переміщення ПМ відносно статора відбуваються суттєві пульсації магнітного потоку і відповідно пульсації моменту внаслідок значного відкриття пазів статора (1,2 мм), яке значно перевищує висоту повітряного проміжку (0,2 мм).

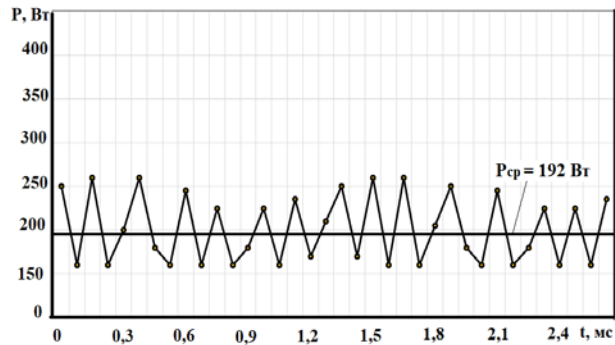


Рис. 2

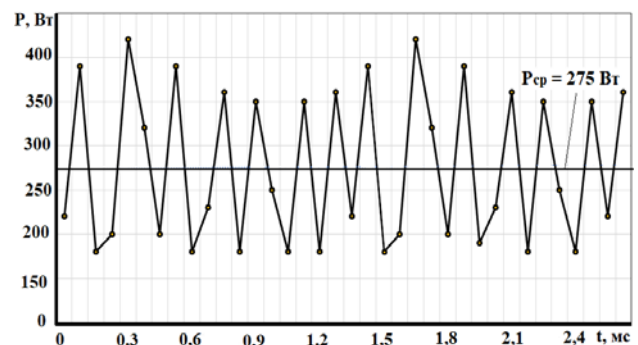


Рис. 3

По-друге, трифазна обмотка статора є зосередженою з діаметральним кроком і має лише 1 паз на полюс і фазу, що призводить до появи значних вищих гармонік в кривій МРС обмотки.

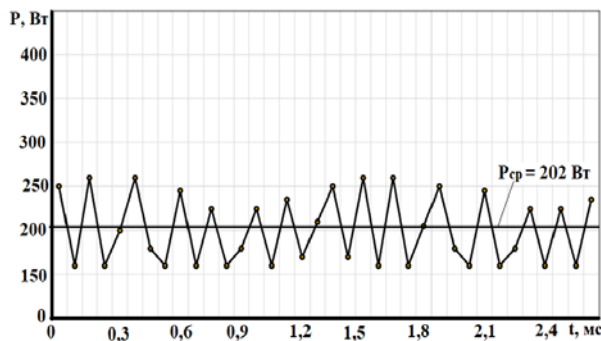


Рис. 4

При цьому амплітуда МРС поля статора під час обертання періодично змінюється в 1,16 разів, що викликає відповідні коливання електромагнітного моменту і потужності. Аналогічні особливості має і третій варіант СМД. Слід відмітити, що в роботі розглядалися СМД, в яких повздовжні осі ПМ паралельні повздовжній осі двигуна. Пульсації можна зменшити шляхом виконання “скосу пазів” ротора, тобто укладанням ПМ з певним кутовим нахилом до повздовжньої осі двигуна.

З використанням рівняння руху проведені оцінки коливань швидкості обертання ротора за розрахованих коливаннях електромагнітного моменту. Розрахунки показали, що навіть у варіанті 1 з найбільш легким ротором внаслідок його інерційних властивостей за великої середньої швидкості обертання (190 об/с) амплітуда коливань швидкості ротора не перевищує 0,14 об/с, що складає усього 0,073% від номінальної швидкості і практично не впливає на маневрові властивості КвК.

Важливим показником є відношення потужності двигуна до його загальної маси. У варіанті 1 цей показник дорівнює 427 Вт/кг, у варіанті 2 – 632 Вт/кг і у варіанті 3 – 721 Вт/кг. Тобто найкращий зазначений показник має варіант 3 внаслідок меншої маси магнітопроводу статора. Але з огляду на обмежений загальний простір КвК, необхідний для розміщення інших складових системи літального апарату, доцільно також розглядати інший питомий показник – відношення потужності двигуна до його об'єму. Тоді маємо: варіант 1 – 3,44 Вт/см<sup>3</sup>, варіант 2 – 4,93 Вт/см<sup>3</sup>, варіант 3 – 3,63 Вт/см<sup>3</sup>. Тобто найкращий зазначений показник має варіант 2. Хоча варіант 1 за більшістю показників поступається двом іншим варіантам, але за рахунок більш легкого ротора може забезпечити найбільш швидке регулювання швидкості ротора і тому найкращу маневреність руху КвК. Варіанти 2 і 3 є конкуруючими і мають окремі суперечливі показники: варіант 2 є більш потужним, ніж варіант 3, але є більш важким. З точки зору технологічності варіант 3 виглядає найбільш простим. Остаточний вибір варіанту СМД треба проводити з урахуванням призначення КвК і загальних вимог до його функціонування. Хоча приведені результати стосуються конкретного КвК, але подальші оцінки засвідчили, що отримані результати справедливі для привідних СМД широкого кола КвК з різними тактико-технічними даними. При цьому шляхом вибору струму статора і частоти напруги живлення можна суттєво змінювати характеристики двигунів і у цілому КвК.

**Висновки.** 1. Розглянуто три варіанти виконання конкурентоспроможних синхронних магнітоелектричних двигунів, призначених для приводу гвинта літального апарату, а саме: СМД з зовнішнім пазовим статором та внутрішнім ротором (варіант 1); СМД з внутрішнім пазовим статором та зовнішнім ротором (варіант 2); СМД з внутрішнім явноплюсним статором та зовнішнім ротором (варіант 3). Проведено порівняльний аналіз їх енергетичних показників за однакових умов порівняння:

однакових габаритах, швидкості обертання ротора, струму обмотки статора і об'єму використаних постійних магнітів. Аналіз показав певну суперечливість показників цих двигунів.

2. Результати аналізу показали, що за зазначених рівних умов варіант 2 має найбільшу потужність, що пояснюється кращою структурою активної зони двигуна. У порівнянні з конструкцією варіанта 3 за однакових розмірів варіант 2 розвиває в 1,36 разів більшу потужність і має в 1,36 разів кращі питомі об'ємні показники. Але за рахунок більшої маси осердя він у 1,47 разів важчий.

3. Отримані результати характеризують енергетичні показники варіантів СМД. Остаточний вибір СМД і його проектування для КвК з конкретними даними повинен виконуватися з урахуванням системи додаткових чинників – маси корисного вантажа КвК, вимог до величини загальної сили тяги КвК і динаміки його руху, конструкції та характеристик гвинтів, параметрів системи живлення (допустимих величин напруги і струму), технологічності виготовлення тощо.

1. Антонов А.Е. Электрические машины магнитоэлектрического типа. Основы теории и синтез. Київ: ИЭД НАНУ, 2011. 216 с.
2. Васюковський Ю.М., Павлюк В.В. Порівняльний аналіз енергетичних характеристик різних типів синхронних тягових електродвигунів. *Технічна електродинаміка*. № 4. 2023. С. 43–51. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2023.04.043>.
3. Grebenikov V.V., Pavlov V.B., Gamaliia R.V., Popkov V.S. Comparative analysis of electric machines characteristics with permanent magnets for electric vehicles and wind turbines. *Технічна електродинаміка*. № 4. 2022. С. 21–27. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2022.04.021>.
4. Как выбрать моторы для квадрокоптера или гоночного дрона? URL: <https://rcdetails.info/kak-vybrat-motory-dlya-kvadrokoptera-ili-gonochnogo-drona/> (дата звернення 15.01.2024)
5. Двигатели для квадрокоптера. URL: <https://radioland.com.ua/categories/rc-propulsion/motors/multicopter> (дата звернення 15.01.2024)
6. Воздушный винт: как его рассчитать? URL: <https://modelist-konstruktor.com/razrabotki/vozdushnyj-vint-kak-ego-rasschitat> (дата звернення 15.01.2024)
7. Васюковський Ю.М. Польовий аналіз електричних машин. Київ: НТУ України КПІ, 2007. 191 с.

#### COMPARATIVE ANALYSIS OF SMALL SIZE HIGH-SPEED SYNCHRONOUS MAGNETOELECTRIC MOTORS

**Yu.M. Vaskovsky, D.S. Nesterenko**

**National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»,**

**Beresteyskiy Ave., 37, Kyiv, 03056, Ukraine, e-mail: [vun157@gmail.com](mailto:vun157@gmail.com); [denia112222@gmail.com](mailto:denia112222@gmail.com).**

*Using the methods of mathematical modeling, a comparative analysis of the characteristics of three variants of small-sized high-speed synchronous magneto-electric motors (SMD) with permanent magnets on the rotor, which are intended for driving the propeller of quadcopter-type aircraft, was investigated and carried out. Namely: SMD with external grooved stator and internal rotor; SMD with internal grooved stator and external rotor; SMD with internal clear-pole stator and external rotor. On the example of an aircraft with a total mass of 4 kg, a comparative analysis of the amount of power developed by the specified engine variants under the same operating conditions: the same overall dimensions, rotor speed, current in the stator winding and volume of permanent magnets was carried out. An assessment of the magnitude of electromagnetic moment pulsations is given. It was established that although an SMD with an internal clear-pole stator is the most technologically simple, but under the same other conditions, it is inferior in power to an SMD with an internal slotted stator and an external rotor. References 7, Figures 4.*

**Keywords:** synchronous magnetolectric motor, permanent magnets, motor power and electromagnetic torque.

1. Antonov A.E. Electrical machines of magnetolectric type. Fundamentals of theory and synthesis. Kyiv: IED NAS of Ukraine, 2011. 216 p. (Rus)
2. Vaskovsky Yu.M., Pavlyuk V.V. Comparative analysis of energy characteristics of different types of synchronous traction electric motors. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2023. No 4. Pp. 43-51. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2023.04.043>. (Ukr)
3. Grebenikov V.V., Pavlov V.B., Gamaliia R.V., Popkov V.S. Comparative analysis of electric machines characteristics with permanent magnets for electric vehicles and wind turbines. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2022. No 4. Pp. 21-27. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2022.04.021>.
4. How to choose motors for a quadcopter or racing drone? URL: <https://rcdetails.info/kak-vybrat-motory-dlya-kvadrokoptera-ili-gonochnogo-drona/> (accessed at 15.01.2024). (Rus)
5. Motors for quadcopter. URL: <https://radioland.com.ua/categories/rc-propulsion/motors/multicopter> (accessed at 15.01.2024). (Rus)
6. Propeller: how to calculate it? URL: <https://modelist-konstruktor.com/razrabotki/vozdushnyj-vint-kak-ego-rasschitat> (accessed at 15.01.2024). (Rus)
7. Vaskovsky Yu.M. Field analysis of electric machines. Kyiv: NTU of Ukraine KPI, 2007. 191 p. (Ukr)

Надійшла 06.02.2024

Остаточний варіант 04.04.2024



## СТІЙКІСТЬ РОБОЧИХ РЕЖИМІВ АВТОНОМНИХ АСИНХРОННИХ ГЕНЕРАТОРІВ ІЗ САМОЗБУДЖЕННЯМ

Н.Д. Красношاپка\*, канд. техн. наук, М.В. Пушкар\*\*, канд. техн. наук,  
М.В. Печеник\*\*\*, канд. техн. наук, Д.О. Головешкін\*\*\*\*, В.В. Кипиченко\*\*\*\*\*  
НТУ України «КПІ ім. Ігоря Сікорського»,  
пр. Берестейський, 37, Київ, 03057, Україна.  
E-mail: [n.krasnoshapka@gmail.com](mailto:n.krasnoshapka@gmail.com).

*В роботі представлено результати дослідження умов стійкості автономних асинхронних генераторів із самозбудженням. Використано математичну модель системи генерування с аналітичним описом залежності індуктивності намагнічування від величини струму, яка дає змогу уникнути ітераційної процедури та масштабувати залежність для визначення індуктивності намагнічування для асинхронних машин різної потужності. Проведено дослідження впливу індуктивності навантаження на стійкість системи генерування за різних швидкостях обертання. Показано, що збільшення величини індуктивності збільшує і запас стійкості системи в зоні самозбудження. Розглянуто питання стійкості системи в межах зони самозбудження асинхронного генератора за різних швидкостях обертання в залежності від величини ємності конденсаторів самозбудження. Показано, що за малих швидкостях обертання може не бути режиму стійкої роботи в зоні самозбудження незалежно від величини ємності конденсаторів в колі статора двигуна. Наведений метод визначення стійкості режимів системи генерування буде корисним як у процесі проектування нових систем, так і модифікації та налаштуванні вже існуючих. Бібл. 9, рис. 4.*

**Ключові слова:** асинхронний генератор, самозбудження, стійкість робочих режимів.

**Вступ.** Автономні системи енергозабезпечення широко застосовують для живлення споживачів під час виникнення аварійних ситуацій або у разі неможливості підключення до загальних систем енергопостачання. Перспективним є застосування асинхронних генераторів особливо в діапазоні середніх і великих потужностей, коли вони мають техніко-економічні переваги перед синхронними генераторами з постійними магнітами. Однак аналіз робочих характеристик таких систем генерування є складною задачею, тому що математичний опис повинен враховувати як нелінійність самої асинхронної машини, так і залежність умов стійкої роботи від цілого ряду параметрів системи генерування і навантаження, яке може змінюватися в процесі роботи.

Найбільш поширені методи дослідження базуються на ітераційній процедурі визначення параметрів схеми заміщення [1], що пов'язано із нелінійністю кривої намагнічування асинхронної машини [2]. Відомо [3], що такий підхід не дає змоги отримати аналітичні залежності для дослідження як робочих режимів системи генерування, так і границь самозбудження асинхронного генератора, що суттєво ускладнює проектування та налагодження систем генерування з асинхронними генераторами.

Однією з важливих умов для вирішення цієї задачі є наявність універсальних аналітичних залежностей, які описуватимуть криву намагнічування будь-якого асинхронного двигуна [4].

**Метою даної роботи** є дослідження стійкості робочих режимів автономної системи генерування з асинхронним генератором із самозбудженням через зміну величини індуктивності навантаження, швидкості обертання та ємності конденсаторів самозбудження задля визначення шляхів її підвищення.

**Дослідження стійкості робочих режимів.** Розглянемо систему генерування, в якій послідовно із статорною обмоткою асинхронного генератора підключено активно-індуктивне навантаження (рис. 1). Таке представлення навантаження відповідає переважній більшості реальних споживачів електричної енергії [5]. Збудження асинхронного генератора здійснюється за допомогою конденсаторів  $C$ , підключених до обмотки статора генератора за схемою «зірка».

Будемо вважати систему генерування симетричною – величини активних, індуктивних та ємнісних опорів у всіх фазах однакові.

---

© Красношاپка Н.Д., Пушкар М.В., Печеник М.В., Головешкін Д.О., Кипиченко В.В., 2024  
ORCID: \* <https://orcid.org/0000-0002-5449-2691>; \*\* <https://orcid.org/0000-0002-9576-6433>;  
\*\*\* <https://orcid.org/0000-0002-4527-1125>;\*\*\*\* <https://orcid.org/0009-0002-3110-0082>;  
\*\*\*\*\* <https://orcid.org/0009-0001-5460-6644>

Розглянемо математичну модель системи генерування в обертовій системі координат  $d-q$ . Електромагнітні процеси в навантаженні описуються диференціальними рівняннями в векторній формі

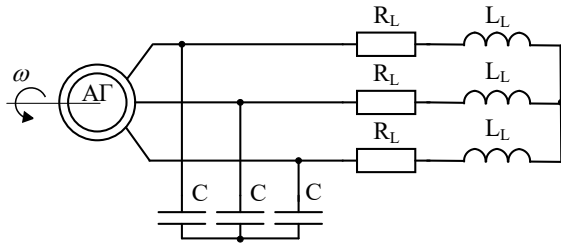


Рис. 1

$$-C \frac{dU_S}{dt} = \mathbf{i}_S + \mathbf{i}_L + \omega_e C \mathcal{J} U_S;$$

$$Y_L L_L \frac{d\mathbf{i}_L}{dt} = Y_L U_S - \mathbf{i}_L - \omega_e Y_L L_L \mathcal{J} \mathbf{i}_L,$$

де  $i_L$  – струм навантаження;  $Y_L = 1/R_L$  – провідність активної складової навантаження,  $L_L$  – індуктивність навантаження,  $C$  – ємність конденсатора самозбудження;  $\omega_e$  – швидкість обертання системи координат.

Знехтуємо насиченням індуктивностей розсіювання обмоток статора  $L_{\sigma S}$  та ротора  $L_{\sigma R}$ . Взаємну індуктивність між обмотками статора та ротора, яка також називається індуктивністю намагнічування генератора  $L_M$ , представимо нелінійною статичною залежністю від амплітуди струму намагнічування  $i_M$   $L_M = f(i_M)$  [6]

$$i_M = \sqrt{i_{Md}^2 + i_{Mq}^2}; \quad i_{Md} = i_{sd} + i_{rd}; \quad i_{Mq} = i_{sq} + i_{rq},$$

де  $i_{sd}, i_{sq}; i_{rd}, i_{rq}; i_{Md}, i_{Mq}$  – проекції струмів статора, ротора та намагнічування на осі  $d$  та  $q$  відповідно.

Математична модель асинхронного генератора в обертовій системі координат  $d-q$  може бути представлена в формі нелінійного матричного диференціального рівняння [7]

$$\mathbf{E} \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{F} \mathbf{X},$$

де  $\mathbf{X} = [U_{sd} \ i_{sd} \ i_{rd} \ i_{Ld} \ U_{sq} \ i_{sq} \ i_{rq} \ i_{Lq}]^T$  – вектор стану системи;  $U_{sd}, U_{sq}$  – проекції напруги статора на осі  $d$  та  $q$ ;  $i_{Ld}, i_{Lq}$  – проекції струму навантаження на осі  $d$  та  $q$ ;

$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_d & \mathbf{E}_{dq} \\ \mathbf{E}_{dq} & \mathbf{E}_q \end{bmatrix}$  та  $\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_1 & -\mathbf{F}_2 \\ \mathbf{F}_2 & \mathbf{F}_1 \end{bmatrix}$  – матриці, елементи яких визначаються параметрами системи генерування:

$$\mathbf{E}_d = \begin{bmatrix} -C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_{\sigma S} + L_{Md} & L_{Md} & 0 \\ 0 & L_{Md} & L_{\sigma R} + L_{Md} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Y_L L_L \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E}_q = \begin{bmatrix} -C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_{\sigma S} + L_{Mq} & L_{Mq} & 0 \\ 0 & L_{Mq} & L_{\sigma R} + L_{Mq} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Y_L L_L \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{E}_{dq} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_{Mdq} & L_{Mdq} & 0 \\ 0 & L_{Mdq} & L_{Mdq} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -R_S & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -R_R & 0 \\ Y_L & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F}_2 = \begin{bmatrix} C\omega_e & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\omega_e(L_{\sigma S} + L_M) & -\omega_e L_M & 0 \\ 0 & (n_p \omega - \omega_e)L_M & (n_p \omega - \omega_e)(L_{\sigma R} + L_M) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega_e Y_L L_L \end{bmatrix},$$

де  $\omega_e$  – швидкість обертання системи координат;  $\omega$  – швидкість обертання ротора генератора;  $n_p$  – число пар полюсів асинхронного генератора;  $L_{Md} = L_M + (L - L_M)i_{Md}^2 / i_M^2$ ,  $L_{Mq} = L_M + (L - L_M)i_{Mq}^2 / i_M^2$ ,  $L_{Mdq} = (L - L_M)i_{Md}i_{Mq} / i_M^2$ . Індекси  $d$  та  $q$  означають проекції струму  $i_M$  на одну з осей системи координат  $d-q$ , а також залежність індуктивності намагнічування від відповідних проекцій струму.  $L = d\Psi_M / di_M = L_M + i_M dL_M / di_M$  – динамічна індуктивність намагнічування.

Матриці  $\mathbf{E}$  та  $\mathbf{F}$  є нелінійними функціями вектору стану системи генерування внаслідок нелінійності індуктивності намагнічування [8].

Для аналізу стійкості робочих режимів запишемо рівняння системи генерування за малих збурень  $\delta\mathbf{X}$  вектора стану  $\mathbf{X}=\mathbf{X}^*+\delta\mathbf{X}$ , де  $\mathbf{X}^*$  – вектор стану в точці рівноваги. В подальшому символ  $*$  означатиме, що відповідний вектор або змінна визначаються для точки рівноваги системи генерування.

$$\left(\mathbf{E}^* + \left[\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial\mathbf{X}}\right]^* \delta\mathbf{X}\right)(\dot{\mathbf{X}}^* + \delta\dot{\mathbf{X}}) = \left(\mathbf{F}^* + \left[\frac{\partial\mathbf{F}}{\partial\mathbf{X}}\right]^* \delta\mathbf{X}\right)(\mathbf{X}^* + \delta\mathbf{X}),$$

$$\text{де } \left[\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial\mathbf{X}}\right]^* \delta\mathbf{X} = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial\mathbf{X}_i}\right]^* \delta\mathbf{X}_i; \quad \left[\frac{\partial\mathbf{F}}{\partial\mathbf{X}}\right]^* \delta\mathbf{X} = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial\mathbf{F}}{\partial\mathbf{X}_i}\right]^* \delta\mathbf{X}_i.$$

З урахуванням того, що  $\dot{\mathbf{X}}^* = 0$  та  $\mathbf{F}^*\mathbf{X}^* = 0$ , лінеаризований опис системи генерування в околі точки рівноваги приймає вигляд

$$\mathbf{E}^* \delta\dot{\mathbf{X}} = (\mathbf{F}^* + \delta\mathbf{F}^*) \delta\mathbf{X}.$$

Для визначення матриць  $\mathbf{E}^*$  та  $\mathbf{F}^*$  замінимо індуктивність намагнічування та проєкції струму  $i_M$  на осі  $d$ - $q$  значеннями, які відповідають положенню рівноваги. Таким чином, можемо визначити матрицю  $\delta\mathbf{F}^*$

$$\delta\mathbf{F}^* = \frac{L^* - L_M^*}{i_M^*} \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_e^* i_{Mq}^* \\ (\omega_e^* - n_p \omega) i_{Mq}^* \\ 0 \\ 0 \\ -\omega_e^* i_{Md}^* \\ (n_p \omega - \omega_e^*) i_{Md}^* \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & i_{Md}^* & i_{Md}^* & 0 & 0 & i_{Mq}^* & i_{Mq}^* & 0 \\ 0 & i_M^* & i_M^* & 0 & 0 & i_M^* & i_M^* & 0 \end{bmatrix},$$

де  $\omega_e^*$  – кутова швидкість обертання системи координат в околі точки рівноваги.

Умовою стійкості вектору рівноваги є розташування в лівій півплощині системи координат власних значень матриці  $\mathbf{A}^* = (\mathbf{E}^*)^{-1}(\mathbf{F}^* + \delta\mathbf{F}^*)$ .

Враховуючи, що рівноважний вектор  $\mathbf{X}^*$  може бути перетворений в системі координат  $d$ - $q$  поворотом на певний кут в інший рівноважний вектор за умови  $i_{Md}^* = i_M^*$ ,  $i_{Mq}^* = 0$ , то матриці  $\mathbf{E}^*$  та  $\mathbf{F}^*$  спрощуються шляхом підстановки  $L_{Md}^* = L^*$ ,  $L_{Mq}^* = L_M^*$ ,  $L_{Mdq}^* = 0$ . Після чого отримаємо

$$\delta\mathbf{F}^* = (L^* - L_M^*) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\omega_e^* \\ n_p \omega - \omega_e^* \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Таким чином, існує безліч станів рівноваги вектора  $\mathbf{X}^*$ , серед яких тільки один відповідатиме заданим  $\omega_e^*$  та  $i_M^*$ .

Але конкретному стану рівноваги відповідає своя величина індуктивності намагнічування, яка визначається її нелінійною залежністю від  $i_M^*$ .

Один з найпоширеніших методів визначення залежності  $L_M = f(i_M)$  базується на використанні експериментально знятої характеристики холостого ходу відповідної асинхронної машини. В режимі холостого ходу повний опір фази представляє собою суму опорів статора та контура намагнічування в векторній формі. В [7] наведено методику визначення коефіцієнтів апроксимації залежності

$L_M=f(i_M)$  асинхронної машини АИРМ63В4У3, для якої попередньо було експериментально знято характеристику холостого ходу. Номінальні параметри машини: потужність 0,37 кВт; фазна напруга статора 220 В; частота мережі живлення 50 Гц; частота обертання 1450 об/хв. Параметри схеми заміщення взяті для аналогічної машини серії 4А – 4А63В4У3:  $R_S=27$  Ом,  $R_R=17,9$  Ом,  $L_{\sigma S} = L_{\sigma R} = 0,08266$  Гн,  $L_M = 0,82$  Гн.

Потрібно врахувати, що проведення такої процедури для різних асинхронних двигунів на етапі проектування системи генерування є складним завданням, яке потребує значних витрат часу та матеріальних ресурсів (для отримання характеристики холостого ходу асинхронної машини необхідно мати пристрій, який дає можливість змінювати величину напруги живлення від нуля і до максимального значення потужністю не менше ніж у досліджуваній машині) [3]. Також необхідно проводити процедуру визначення коефіцієнтів апроксимації залежності індуктивності намагнічування від величини струму.

Для спрощення визначення залежності  $L_M=f(i_M)$  двигунів однієї серії за однакових номінальних напруг живлення пропонується використати підхід, викладений в [8] – відома залежність  $L_M=f(i_M)$  переводиться у відносні одиниці, а далі здійснюється перерахунок для машини необхідної потужності. В роботі [8] проведено порівняння експериментально визначених границь самозбудження автономної системи генерування з асинхронною машиною АИР112М4У3 (номінальна потужність 5,5 кВт; номінальна фазна напруга статора 220 В; номінальна частота мережі живлення 50 Гц; номінальна частота обертання 1450 об/хв) з результатами математичного моделювання під час перерахунку залежності  $L_M=f(i_M)$  машини 4А63В4У3 відповідно до параметрів АИР112М4У3. За суттєвих відмінностей параметрів асинхронних машин, різних напруг живлення, тощо, обов'язково потрібно уточнювати характеристику холостого ходу конкретної машини.

Умовний вигляд залежності  $L_M=f(i_M)$ , отриманої за допомогою характеристики холостого ходу машини, представлений на рис. 2 [9]. Залежність індуктивності від струму намагнічування може бути поділена на три ділянки. На першій – зростаючій частині – величина індуктивності намагнічування збільшується від початкового значення  $L_{M0}$  до  $L_{MAX}$ . Індуктивність  $L_{MAX}$  відповідає лінійній ненасиченій частині кривої намагнічування асинхронної машини. На цій ділянці можливий тільки нестійкий стан, тобто може відбутися як генерація, так і колапс напруги [9]. На другій ділянці – до зони насичення магнітної системи – індуктивність залишається незмінною, рівною  $L_{MAX}$ . Третя ділянка відповідає зоні насичення асинхронної машини, індуктивність намагнічування зменшується – спадна ділянка залежності  $L_M=f(i_M)$ . На другій і третій ділянках за  $L_{M0} < L_M < L_{MAX}$  можливе як тригерне, так і спонтанне самозбудження асинхронного генератора, а на третій ділянці за умови, що  $L_{M0} > L_M$ , буде відбуватися спонтанне самозбудження [9].

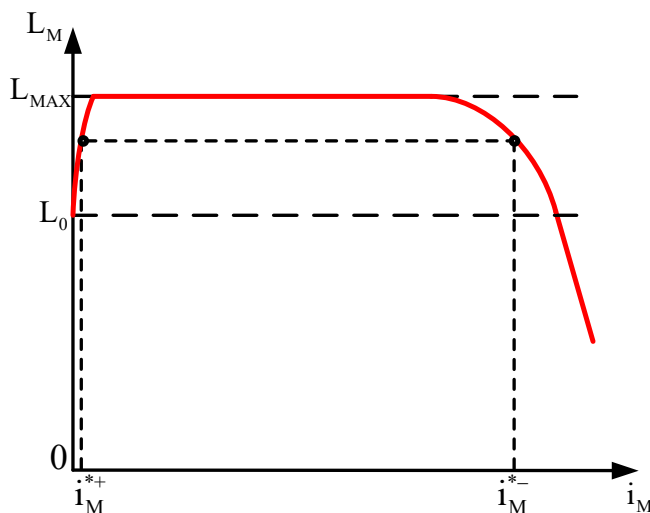


Рис. 2

З використанням даного підходу були проведені дослідження власних значень матриці  $A^*$  автономної системи генерування з асинхронною машиною АИРМ63В4У3 за різних параметрах навантаження та швидкостях обертання в середині меж самозбудження. За ненульової величини індуктивності навантаження отримуємо 8 власних значень. З них завжди одне нульове, яке не впливає на стійкість робочих режимів через нелінійність індуктивності намагнічування, що обумовлює і нелінійність самої системи генерування, а шість – пари комплексних чисел з від'ємними дійсними частинами. Ці значення відповідають умовам стійкості та суттєво не змінюються у разі зміни швидкості обертання. Ще одне власне значення – ненульове дійсне. Саме воно буде найбільше впливати на

стійкість режимів роботи, бо знаходиться близько до уявної осі. У випадку чисто активного навантаження власних значень буде шість: нульове, чотири комплексні з від'ємними дійсними частинами і одне дійсне ненульове.

Дослідимо залежність ненульового дійсного власного значення від швидкості обертання асинхронної машини.

Виходячи із виконання умов самозбудження асинхронного генератора власні значення для стійкого режиму роботи відповідають спадній частині залежності  $L_M=f(i_M)$   $i_M^{*-}$ , а нестійкого – зростаючій  $i_M^{*+}$  [9]. Причому значення цих струмів також будуть залежати від швидкості обертання. На рис. 3 наведено залежності власного значення від швидкості обертання за різних величин індуктивності навантаження, а також наведено величини струмів намагнічування  $i_M^{*-}$  та  $i_M^{*+}$ . Для зручності відображення на одному рисунку значення струму  $i_M^{*-}$  поділено на 0,01, так як він набагато більше струму початкової зростаючої частини залежності  $L_M=f(i_M)$   $i_M^{*+}$ .

Власні значення розраховано за однакових величинах активного опору навантаження 500 Ом ( $Y_L=1/500 \text{ Ом}^{-1}$ ) і ємності конденсаторів самозбудження (22 мкФ) та трьох варіантах індуктивності навантаження; 0 Гн (чисто активне навантаження рис. 3, а), 0,33 Гн (рис. 3, б), 0,66 Гн (рис. 3, в).

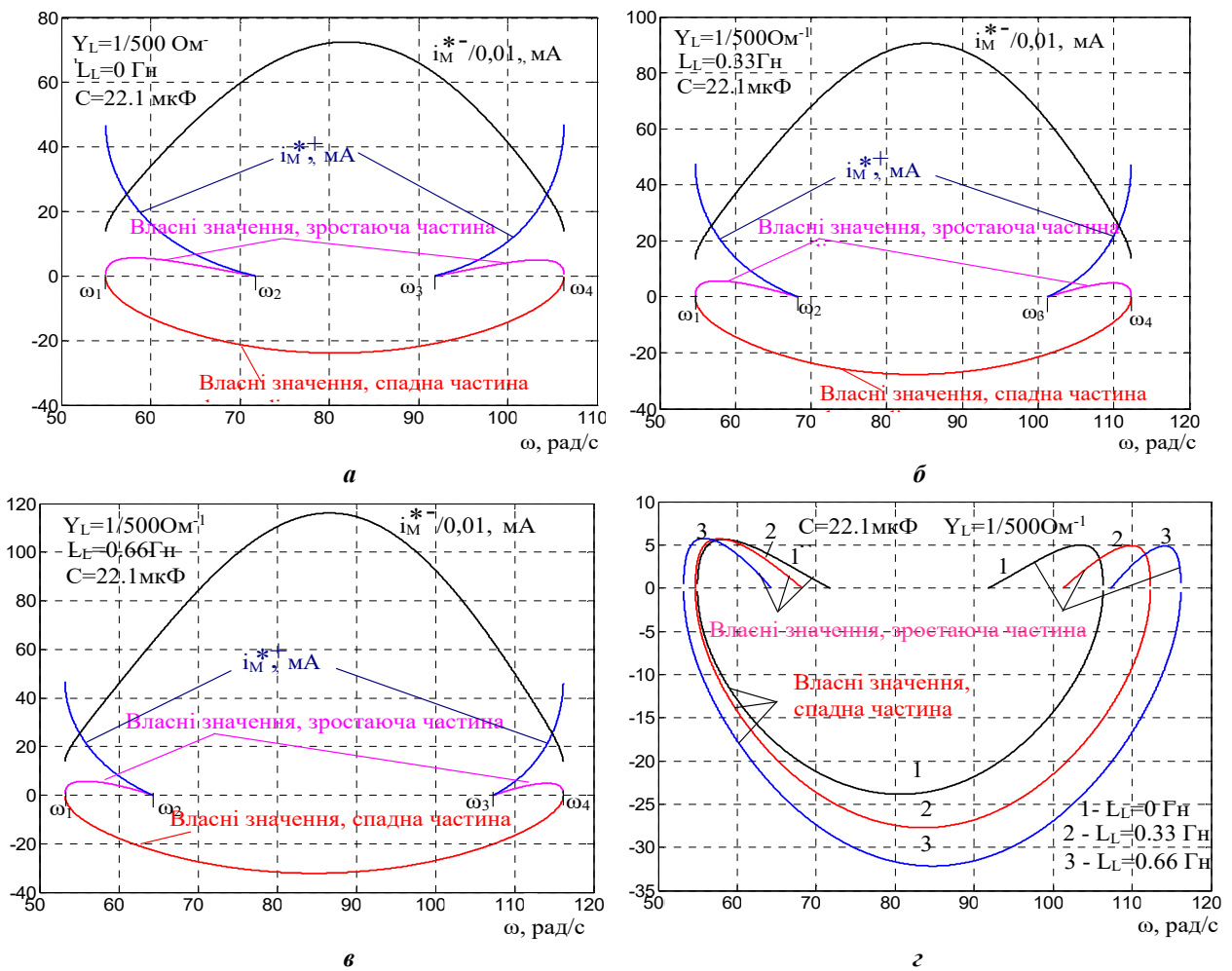


Рис. 3

Як видно з графіків, в діапазоні швидкостей  $\omega_1 < \omega < \omega_2$  та  $\omega_3 < \omega < \omega_4$  існують по два власні значення – одне з них буде нестійким (додатні значення, що відповідають зростаючій частині залежності  $L_M=f(i_M)$ ), а друге – стійким (спадна частина  $L_M=f(i_M)$ , від’ємне значення). У даних діапазонах швидкостей можуть виникнути як збудження генератора, так і колапс напруги.

В діапазоні швидкостей  $\omega_2 < \omega < \omega_3$  маємо одне від’ємне дійсне власне значення. Це відповідає умовам стійкості та означає, що самозбудження асинхронного генератора можливе і буде відбуватися за будь-якого малого залишкового магнітного потоку. Збільшення індуктивності навантаження буде призводити до розширення діапазону швидкостей обертання від  $\omega_2$  до  $\omega_3$ . Це означає підвищення стійкості робочих режимів і режимів самозбудження. На рис. 3, г зображено зведені графіки власних

значень для трьох варіантів індуктивності навантаження, що розглядаються. Можна побачити, що збільшення величини індуктивності навантаження мало впливає на меншу швидкість діапазону стійкої роботи  $\omega_2$ , зсуваючи в напрямку більших швидкостей праву межу  $\omega_3$ . Також збільшується за модулем і сама величина власного значення, підвищуючи запас стійкості системи генерування. Максимальний запас стійкості буде мати місце в діапазоні швидкостей обертання від 80 до 85 рад/с для заданих індуктивностей навантаження. Менше значення швидкості обертання відповідає чисто активному навантаженню. За індуктивностях навантажень 0,33 Гн та 0,66 Гн швидкості обертання, які відповідають найменшій величині власного значення, мало відрізняються.

Проаналізуємо вплив величини швидкості обертання асинхронного генератора на умови стійкості системи за різних величинах ємності конденсаторів самозбудження і незмінних параметрах навантаження: величина активного опору навантаження 500 Ом ( $Y_L=1/500 \text{ Ом}^{-1}$ ), індуктивність навантаження 0,33 Гн, швидкості обертання асинхронного генератора 57 (рис. 4, а) та 75 рад/с (рис. 4, б).

За швидкості обертання 57 рад/с можливі два варіанти власного значення – як на зростаючій, так і на спадній частині залежності  $L_M=f(i_M)$ , тобто і нестійкій, і стійкій режими роботи в усьому діапазоні зміни величини ємностей конденсаторів самозбудження.

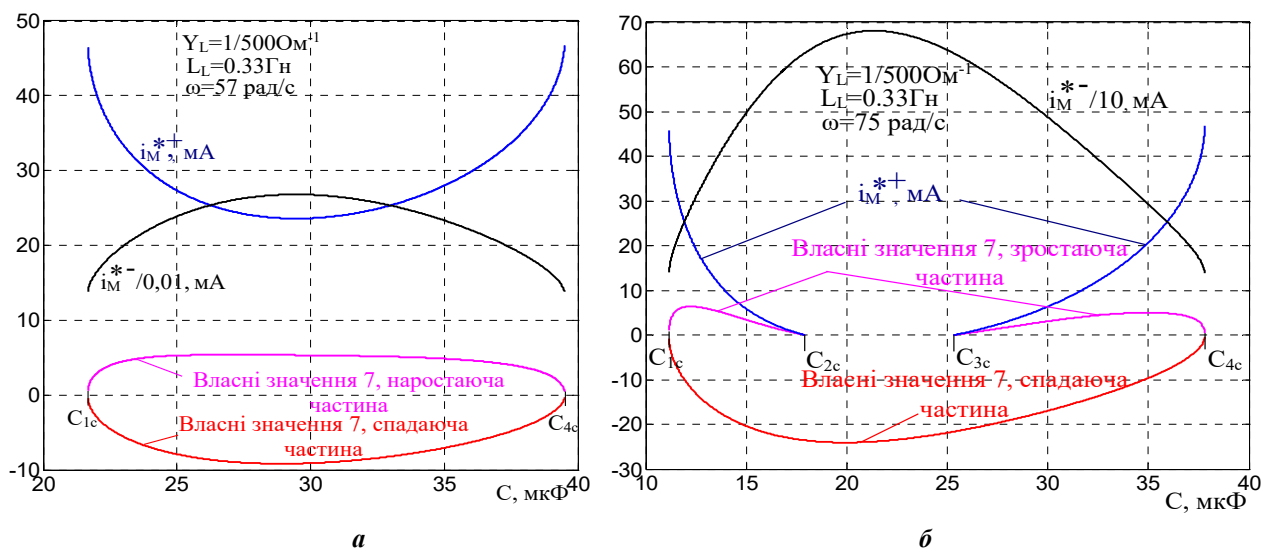


Рис. 4

Тобто за швидкості обертання 57 рад/с та заданих параметрах навантаження спонтанне самозбудження системи генерування неможливе незалежно від величини ємності конденсаторів самозбудження, що також відповідає і результатам, наведеним на рис. 3, б. Через збільшення швидкості обертання до 75 рад/с з'являється зона тільки з одним від'ємним дійсним власним значенням в діапазоні ємностей від  $C_2$  до  $C_3$  (рис. 4, б). Причому проявляється явна асиметрія графіків – зона стійкої роботи із спонтанним самозбудженням зсувана в область менших значень ємності. Найбільший запас стійкості спостерігається за ємності конденсаторів самозбудження біля 20 мкФ, а за збільшенні до 25 мкФ запас зменшується. Таким чином, стійка робота і спонтанне самозбудження у разі невеликих швидкостях обертання можуть виявитися неможливими незалежно від величини ємності конденсаторів самозбудження. Стійка робота системи генерування може бути забезпечена тільки в певному діапазоні швидкостей обертання, які залежать від параметрів навантаження.

**Висновки.** Запропоновано підхід, який дає можливість здійснювати аналітичне дослідження стійкості режимів роботи асинхронних генераторів з конденсаторним самозбудженням. Проведені дослідження показали, що найбільший вплив на стійкість роботи автономної системи генерування має ненульове дійсне власне значення матриці  $A^*$ . Індуктивність навантаження має суттєвий вплив на запас стійкості системи генерування, який буде збільшуватися через збільшення її величини. В той же час величина швидкості обертання, на якій досягається максимальний запас стійкості за однакової ємності конденсаторів самозбудження та активному опорі навантаження мало залежить від величини індуктивності навантаження. Стійка робота системи генерування забезпечується в певному діапазоні швидкостей обертання – в так званих границях або зонах самозбудження генератора. Індуктивність навантаження мало впливає на нижній діапазон швидкостей, на яких можливе самозбудження. Проте

збільшення цієї індуктивності призводить і до зростання швидкостей обертання, за яких забезпечується самозбудження генератора та його стійка робота. Цей підхід може бути використаний для аналізу стійкості автономних систем генерації та її підвищення під час роботи з різними величинами навантаження в границях самозбудження генератора.

## STABILITY OF OPERATING MODES OF AUTONOMOUS SELF-EXCITED INDUCTION GENERATORS

**N.D. Krasnoshapka, M.V. Pushkar, M.V. Pechenik, D.O. Goloveshkin, V.V. Kipichenko**  
**National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute",**  
**Beresteiskiy Ave., 37, Kyiv, 03057, Ukraine.**  
**E-mail: [n.krasnoshapka@gmail.com](mailto:n.krasnoshapka@gmail.com).**

*The paper presents the results of investigation the stability conditions of self-excited induction generators. A mathematical model of the generating system with an analytical description of the dependence of the magnetization inductance on the current is used. It allows to avoid the iterative procedure and to scale the dependence to determine the magnetization inductance for induction machines of different types and power. The influence of the load inductance on the stability of the generating system at different rotational speeds is investigated. It is shown that an increase in the inductance value increases the system stability margins in the self-excitation zone. Also this article deals with the issues of system stability within the self-excitation zone of an induction generator at different rotational speeds depending on the value of the capacitance of self-excitation capacitors. It is depicted that at low rotational speeds there may not exist a stable operation mode in the self-excitation zone regardless of the value of the capacitance in the motor stator circuit. This method of determination the stability of the operation modes of the generation system will be useful both for the design of new systems and for the modification and adjustment of existing ones. References 9, figures 4.*

**Key words:** induction generator, self-excitation, stability of operating modes.

1. Naqvi S.F.A. Mathematical Modeling & MATLAB Simulation of STATCOM Based Profile Controller for Self Excited Induction Generator. IEEE 12th International Conference on *Communication Systems and Network Technologies* (CSNT), Bhopal, India, 08–09 April 2023. Pp. 975–982. DOI: <https://doi.org/10.1109/CSNT57126.2023.10134635>.
2. Alonge F., Cirrione M., Pucci M., Sferlazza A. A Nonlinear Observer for Rotor Flux Estimation of Induction Motor Considering the Estimated Magnetization Characteristic. *IEEE Transactions on Industry Applications*. 2017. Vol. 53. No 6. Pp. 5952–5965. DOI: <https://doi.org/10.1109/TIA.2017.2710940>.
3. Korol S., Buryan S., Pushkar M., Ostroverkhov M. Investigation the maximal values of flux and stator current of autonomous induction generator. IEEE First Ukraine Conference on *Electrical and Computer Engineering* (UKRCON), Kyiv, Ukraine, 29 May – 02 June 2017. Pp. 560–563. DOI: <https://doi.org/10.1109/UKRCON.2017.8100302>.
4. Mrrouh M., Frappe E., Jibai A.-K. Hybrid Identification Method of Magnetic Saturation in an Asynchronous Motor. IEEE 8th *Southern Power Electronics Conference and 17th Brazilian Power Electronics Conference* (SPEC/COBEP), Florianopolis, Brazil, 26–29 November 2023. Pp. 1–8. DOI: <https://doi.org/10.1109/SPEC56436.2023.10408486>.
5. Voliansky R., Statsenko O., Sergienko O., Zhelinskyi M., Sinkevych O., Volianska N. Chua's Circuit with Nonlinear Energy Storages and Its Synchronization. IEEE International Conference on *Information and Telecommunication Technologies and Radio Electronics* (UkrMiCo), Kyiv, Ukraine, 13–18 November 2023. Pp. 1–6. DOI: <https://doi.org/10.1109/UkrMiCo61577.2023.10380417>.
6. Kiselychnyk O.I., Peresada S.M., Pechenik M.V., Pushkar M.V. The processes of self-excitation in stand-alone compound excited induction generators. *Tekhnichna elektrodynamika*. 2015. No 3. Pp. 33–39. (Ukr)
7. Pushkar M., Krasnoshapka N., Pechenik M., Burian S., Zemlianukhina H. Approximation of Magnetizing Inductance Curve of Self-excited Induction Generator for Investigation of Steady-state Operation Modes. IEEE 7th International Conference on *Energy Smart Systems* (ESS), Kyiv, Ukraine, 12–14 May 2020. Pp. 301–305. DOI: <https://doi.org/10.1109/ESS50319.2020.9160143>.
8. Pushkar M.V., Krasnoshapka N.D. Construction of self-excitation boundaries of asynchronous generators using the universal magnetization curve. *Elektrotekhnichni ta kompiuterni systemy*. 2018. No 28. Pp. 44–50. DOI: <https://doi.org/10.15276/eltecs.28.104.2018.05>. (Ukr)
9. Bodson M., Kiselychnyk O. Nonlinear dynamic model and stability analysis of self-excited induction generators. Proceedings of the *American Control Conference*, San Francisco, CA, USA, 29 June – 01 July 2011. Pp. 4574–4579. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACC.2011.5991253>.

Надійшла 27.02.2024  
Остаточний варіант 08.05.2024

## СИНТЕЗ ТИПОВИХ ЦИФРОВИХ АСТАТИЧНИХ РЕГУЛЯТОРІВ ПРОМИСЛОВИХ ЕЛЕКТРОПРИВОДІВ

Ю.В. Шуруб<sup>1\*</sup>, канд. техн. наук, А.О. Дудник<sup>2\*\*</sup>, канд. техн. наук, А.А. Руденський<sup>2\*\*\*</sup>

<sup>1</sup> Інститут електродинаміки НАН України,  
пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна.

E-mail: [yvshur@ukr.net](mailto:yvshur@ukr.net).

<sup>2</sup> Національний університет біоресурсів і природокористування України,  
вул. Героїв Оборони, 15, Київ, 03041, Україна.

*Статтю присвячено уточненню та узагальненню аналітичної методики синтезу типових цифрових астатичних регуляторів промислових електроприводів, що можуть бути подані у вигляді дискретних передатних функцій у Z-перетворенні, за заданою добротністю за швидкістю та розробці рекомендацій з визначення параметрів налаштування таких регуляторів. Пропонується коефіцієнт інтегральної складової визначати за заданою добротністю за швидкістю, а інші параметри налаштування визначати таким чином, щоб компенсувати два (для ПІД-регуляторів) або один (для ПІ-регуляторів) полюси дискретної передатної функції об'єкта керування. Визначені діапазони оптимальних за динамічними показниками якості значень добротності за швидкістю для ряду електроприводів. Доведено, що для збільшення швидкодії в системах з ПІ-регуляторами необхідно компенсувати більший з двох полюсів. Бібл. 10, рис. 5.*

**Ключові слова:** регульований електропривод, цифровий регулятор, астатичні закони керування, показники якості.

**Вступ.** Застосування типових астатичних регуляторів (ПІД- та ПІ-регуляторів), що містять інтегральну складову, дає змогу позбутися усталеної похибки у разі статичних навантажень та постійної складової динамічної похибки за динамічних навантажень, що змінюються за періодичними [1] та стохастичними [2] законами. На сучасному етапі розвитку автоматизованих електроприводів основним видом регуляторів є цифрові. При цьому слід враховувати, що цифрові регулятори є дискретними елементами, у яких відбувається дискретизація неперервних сигналів, що надходять від об'єкта керування як за часом, так і за рівнем. Завдяки великій кількості розрядів сучасні мікропроцесорні пристрої забезпечують високу роздільну здатність аналого-цифрового перетворення, що дає можливість нехтувати ефектами квантування за рівнем в процесі синтезу цифрових регуляторів. При цьому вплив ефекту квантування за часом визначається періодом квантування та залишається суттєвим для динамічних характеристик цифрової системи регулювання.

Задача вибору раціонального періоду квантування є однією з основних проблем реалізації цифрових систем керування. Згідно теореми Найквіста-Шенона неперервний сигнал може бути описаний із заданою точністю своїми значеннями, вимірними у дискретні моменти часу із частотою, що перевищує двократну максимальну частоту, що обмежена спектром неперервного сигналу [3]. За виконання цієї умови для визначення параметрів налаштування цифрових регуляторів традиційно застосовують методи синтезу неперервних регуляторів, що базуються на застосуванні диференціальних рівнянь динаміки електроприводу та перетворення Лапласа, а вже після визначення параметрів налаштування проводять аналіз системи на стійкість та якість за допомогою методу Z-перетворення, що враховує дискретність регулятора.

За такого підходу виникають дві проблеми. Перша пов'язана з тим, що реальні сигнали, що надходять з датчиків до об'єкту керування електроприводів, мають необмежений частотний спектр, відповідно, максимальна частота, що обмежена спектром неперервного сигналу, прямує до нескінченності. Друга проблема виходить з першої та пов'язана із суб'єктивністю підходів проєктувальників до завдання необхідної точності відтворення неперервного сигналу. Зменшення періоду квантування, що є величиною обернено пропорційною до частоти вимірювання, збільшує точність керування цифровою системою, але при цьому також збільшуються навантаження мікропроцесора та, відповідно, необхідна його продуктивність та вартість всієї системи. Також мінімальний період квантування може бути обмежений технічними можливостями промислових серійних регуляторів, особливо, якщо електропривод є виконавчим механізмом систем регулювання інерційними

© Шуруб Ю.В., Дудник А.О., Руденський А.А., 2024

ORCID: \* <https://orcid.org/0000-0002-2735-4613>; \*\* <https://orcid.org/0000-0001-9797-3551>;

\*\*\* <https://orcid.org/0000-0002-4288-3572>



технологічними процесами вищого рівня ієрархії таких як систем регулювання параметрів мікроклімату, де для уникнення накладання спектрів сигналів внутрішнього та зовнішнього контурів регулювання доцільно погоджувати періоди їх квантування. У разі збільшення періоду квантування втрачається важлива інформація про сигнал, що може призвести до неможливості відтворення вихідного сигналу за дискретними вибірками та втрати стійкості системи. Тому для врахування впливу періоду квантування та дискретного характеру сигналів на динамічні характеристики цифрової системи при визначенні параметрів налаштування саме у стадії синтезу доцільно застосовувати методи *синтезу* регулятора при поданні цифрової системи у  $Z$ -перетворенні, що є не настільки розвиненими, як методи *аналізу* дискретних систем у  $Z$ -перетворенні.

Зазначимо, що для неперервних систем поширеними є аналітичні методи синтезу типових регуляторів, що базуються на компенсації великих сталих часу інерційних ланок, наприклад, методи налаштування на технічний оптимум або симетричний оптимум [4]. Необхідно врахувати, що для дискретних (цифрових) систем, поданих у  $Z$ -перетворенні, не існує поняття сталих часу. Тому для таких систем слід говорити про компенсацію полюсів дискретної передатної функції об'єкта керування за аналогією з компенсацією сталих часу неперервної передатної функції, поданої у перетворенні Лапласа для неперервних систем.

Для цифрових ПД-регуляторів відома методика синтезу слідкуючих систем за лінійного сигналу завдання за заданою добротністю за швидкістю [3], що базується на компенсації двома нулями дискретної передатної функції регулятора двох полюсів дискретної передатної функції об'єкта керування, при цьому вказане джерело не дає рекомендацій, які саме значення добротності доцільно задавати як вихідний параметр задля подальшого визначення параметрів налаштування. Для прикладу, у вказаних методах компенсації великих сталих часу неперервних систем таким вихідним параметром є відношення сталої часу інтегрування контуру струму до некомпенсованої сталої часу, що для умов технічного оптимуму повинне дорівнювати 2, для умов нульового перерегулювання повинне бути не менше 4. Також у [3] не надається обґрунтованих рекомендацій по застосуванню цієї методики для синтезу цифрової системи регулювання з об'єктом другого порядку для широко поширеного ПІ-регулятора при використанні іншого широко поширеного, особливо у системах підпорядкованого регулювання, виду типових астатичних регуляторів – ПІ-регулятора. В останньому випадку проблема полягає у невідповідності кількості полюсів передатної функції об'єкта кількості нулів передатної функції регулятора.

**Метою даної роботи** є розробка рекомендацій з визначення параметрів налаштування цифрових регуляторів промислових електроприводів, що реалізують типові астатичні закони керування, за допомогою уточнення методики синтезу цифрових ПД-регуляторів за лінійного сигналу завдання за заданою добротністю за швидкістю, що дає змогу враховувати дискретний характер проходження сигналів через ці регулятори *на етапі їхнього синтезу*, шляхом визначення діапазонів оптимальних за динамічними показниками якості значень добротності за швидкістю, а також узагальнення даної методики на інші можливі види типових цифрових астатичних регуляторів та сигналів завдання.

**Об'єкт досліджень.** В роботі розглядається система стабілізації швидкості обертання валу електродвигуна. САР має статичний об'єкт керування, що не містить інтегруючої ланки. Датчик кутової швидкості двигуна вважається безінерційним з одиничним коефіцієнтом передачі, неперервним або дискретним з періодом квантування, що дорівнює періоду квантування цифрового регулятора. Розрахунки будемо проводити у відносних одиницях, приймаючи за базове значення швидкості обертання  $\omega$  швидкість холостого ходу  $\omega_0$ . Вибір конкретного типу регулятора кожного електроприводу залежить від технологічних умов його роботи, може відбуватися за різними методиками [4–9] та у даній статті не розглядається. Тобто, вона присвячена параметричному синтезу регуляторів, коли їхня структура є заданою, а невідомими є параметри налаштування.

Задля визначення етапів процедури синтезу цифрових типових регуляторів розглянемо узагальнену передатну функцію регульованих електроприводів за керуючою дією [4]

$$W_{ок}(s) = \frac{1}{T_e T_M s^2 + T_M s + 1}, \quad (1)$$

де  $T_e$  – електромагнітна стала часу;  $T_M$  – електромеханічна стала часу.

До такої передатної функції можуть бути зведені з деякими припущеннями регульовані за напругою електроприводи постійного струму з незалежним збудженням та вентильні

електроприводи, асинхронні електроприводи з частотним скалярним керуванням [4]. Вхідним керуючим сигналом у даному випадку є кутова швидкість холостого ходу  $\omega_0$ , що визначається напругою живлення електроприводів постійного струму та вентильних, частотою живлення асинхронних електроприводів. У даній роботі розрахунки будуть проводитися для частотно-регульованого двигуна 4A112M2 потужністю 7,5 кВт за  $T_e = 0,09$  с,  $T_M = 0,68$  с. Тоді передатна функція об'єкту керування матиме вигляд

$$W_{ок}(s) = \frac{1}{0,0612s^2 + 0,68s + 1}. \quad (2)$$

Задля проведення синтезу цифрової системи регулювання у Z-перетворенні знайдемо за допомогою пакету MATLAB дискретну передатну функцію об'єкту, що має також фіксатор нульового порядку, за періоду квантування  $T = 0,1$  с

$$W_{ок}(z) = \frac{0,05755z + 0,03979}{z^2 - 1,232z + 0,3292} = \frac{az + b}{z^2 + dz + c}. \quad (3)$$

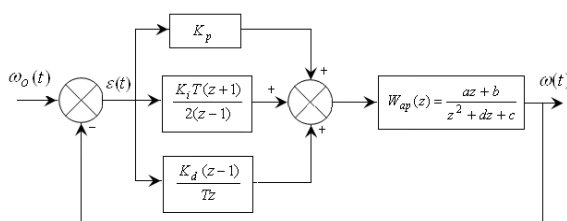


Рис. 1

Цифрова система автоматичного регулювання складається з регулятора та об'єкту керування. Структурну схему такої системи з найбільш універсальним типовим цифровим ПІД-регулятором, дискретні передатні функції складових якого подані у Z-перетворенні з цифровим інтегруванням за методом трапецій як найбільш точним, зображено на рис. 1.

**Синтез ПІД-регулятора.** Передатна функція цифрового ПІД-регулятора згідно зі схемою на рис. 1

$$W_{пер}(z) = K_p + \frac{K_i T(z+1)}{2(z-1)} + \frac{K_d(z-1)}{Tz} = \frac{K_i T^2 + 2K_d + 2K_p T}{2Tz(z-1)} \cdot \left( z^2 + \frac{K_i T^2 - 2K_p T - 4K_d}{K_i T^2 + 2K_d + 2K_p T} z + \frac{2K_d}{K_i T^2 + 2K_d + 2K_p T} \right). \quad (4)$$

ПІД-регулятор має два нулі, що дорівнюють кореням поліному у дужках виразу (4). Синтез цифрового ПІД-регулятора полягає у визначенні значень коефіцієнтів налаштування  $K_p$ ,  $K_i$  та  $K_d$ . Параметри регулятора можливо вибирати так, щоб знаменник передатної функції об'єкту дорівнював виразу у дужках передатної функції ПІД-регулятора (4). Тоді два нулі передатної функції регулятора компенсують два полюси передатної функції об'єкту, що дорівнюють кореням поліному у знаменнику (3). При цьому отримуємо систему двох рівнянь з трьома невідомими

$$\begin{cases} \frac{K_i T^2 - 2K_p T - 4K_d}{K_i T^2 + 2K_d + 2K_p T} = d = -1,232; \\ \frac{2K_d}{K_i T^2 + 2K_d + 2K_p T} = c = 0,3292. \end{cases} \quad (5)$$

Оскільки рівняння (5) мають зайву змінну, то один з параметрів слід визначати за додатковими технологічними умовами. Наприклад, у [3] рекомендовано, щоб коефіцієнт інтегральної складової регулятора визначався за добротністю за швидкістю  $K_V$ , яка визначається як відношення швидкості зміни вхідного сигналу  $\frac{dx_{вх}(t)}{dt} = \dot{x}_{вх}$  до усталеної похибки  $\Delta x_{уст}$

$$K_V = \frac{\dot{x}_{вх}}{\Delta x_{уст}} \quad (6)$$

за лінійної зміни вхідного сигналу  $x_{вх}(t) = kt$ . Можна показати, що для астатичних регуляторів добротність за швидкістю  $K_V$  визначається тільки коефіцієнтом  $K_i$  та параметрами передатної функції об'єкту керування та не залежить від  $K_p$  та  $K_d$ :

$$K_V = \lim_{z \rightarrow 1} W_{ок}(z) \cdot K_i. \quad (7)$$

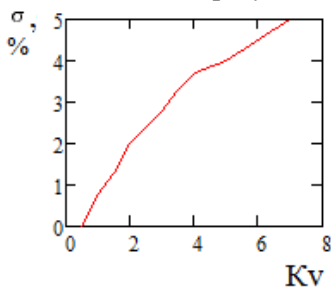
Тоді коефіцієнт інтегральної складової регулятора визначається за формулою

$$K_i = \frac{K_V}{\lim_{z \rightarrow 1} W_{ок}(z)}. \quad (8)$$

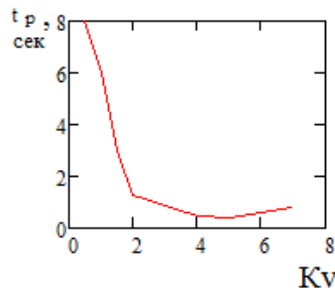
Хоча поняття добротності має фізичний сенс тільки за лінійної зміни вхідного сигналу, але завдяки властивості (7), цей показник може бути рекомендований для визначення коефіцієнту інтегруючої складової регулятора при будь-якій формі вхідного сигналу, у тому числі й у вигляді східчастої функції. Після визначення коефіцієнту  $K_i$  інші два параметри налаштування ПД-регулятора визначаються за допомогою розв'язку системи двох рівнянь (5).

Залишається питання, яке саме значення добротності слід задавати для визначення  $K_i$ . Вираз (6) показує, що за східчастої вхідної дії усталена похибка астатичної системи за будь-якого значення добротності буде дорівнювати нулю. У випадку лінійного вхідного сигналу усталена похибка буде мінімальною і дорівнюватиме нулю за добротності  $K_V = \infty$ , що фізично не може бути реалізовано. Таким чином, визначення оптимальної добротності потребує додаткових критеріїв оптимізації.

Можемо сказати, що мінімальний час регулювання, що визначається за перехідною характеристикою, буде мінімізувати динамічну похибку за будь-якої зміни вхідного сигналу. Отже, мінімальний час регулювання може розглядатися як такий додатковий критерій оптимізації. Іншим



а



б

Рис. 2

динамічним показником якості перехідної характеристики є перерегулювання. Графіки залежностей пере регулювання  $\sigma$  (рис. 2, а) та часу регулювання  $t_p$  (рис. 2, б) від добротності при використанні ПД-регулятора для

двигуна з дискретною передатною функцією (3) подані на рис. 2.

З цих графіків випливає, що оптимальним значенням добротності буде  $K_V = 5$ , що відповідає мінімуму часу регулювання у разі перерегулювання, що не

перевищує 5%. Перехідну характеристику системи з ПД-регулятором за цього значення добротності та визначених за (8) та

(5) параметрах налаштування  $K_p = 3,197$ ,  $K_i = 4,995$  та  $K_d = 0,169$  наведено на рис. 3.

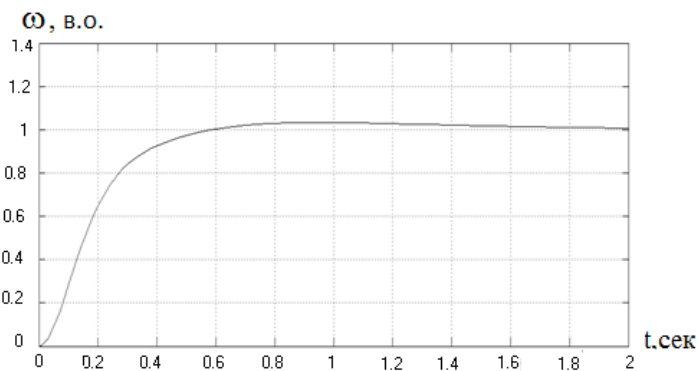


Рис. 3

Аналіз динамічних показників якості системи, визначених за рис. 3, показав, що їхні значення  $\sigma = 4\%$  та  $t_p = 0,5$  с близькі до показників якості системи, налаштованої на технічний оптимум ( $\sigma = 4,3\%$  та  $t_p = 4,7T_{\mu} = 0,47$  с у разі прийняття за малу сталу часу  $T_{\mu}$  періоду квантування цифрового регулятора  $T$ ).

Дослідження, проведені для ряду електроприводів, які мають електромеханічні сталі часу у діапазоні 0,05..1 с, що відповідає реальним параметрам значної частини промислових електроприводів, та менші значення електромагнітної сталої часу, показали, що оптимальні значення добротності за швидкістю для них у разі застосування ПД-регуляторів знаходяться у межах 3..6, що дає змогу рекомендувати значення з цього діапазону для використання у процедурі синтезу цифрових ПД-регуляторів під час визначення коефіцієнту інтегральної складової за заданою добротністю. Причому, зазначимо, коливання значень динамічних показників якості у разі зміни добротності у вказаному діапазоні для систем з цифровими ПД-регуляторами знаходяться у межах значень, що близькі до умов технічного оптимуму під час налаштування неперервних регуляторів.

### Синтез ПІ-регулятора. Передатна функція цифрового ПІ-регулятора

$$W_{\text{пер}}(z) = K_p + \frac{K_i T(z+1)}{2(z-1)} = \frac{K_i T + 2K_p}{2(z-1)} \left( z + \frac{K_i T - 2K_p}{K_i T + 2K_p} \right). \quad (9)$$

ПІ-регулятор має один нуль, що дорівнює вільному члену поліному у дужках виразу (9) з протилежним знаком. У цьому випадку компенсується одна інерційна ланка. При цьому передатна функція системи другого порядку (3) повинна подаватись у такому вигляді:

$$W_{\text{ок}}(z) = \frac{az + b}{(z - z_1)(z - z_2)}, \quad (10)$$

де  $z_1 = -\frac{d + \sqrt{d^2 - 4c}}{2} = 0,84$ ,  $z_2 = \frac{-2c}{d + \sqrt{d^2 - 4c}} = 0,392$  – полюси передатної функції об'єкту керування.

Згідно з виразом  $W_{\text{поз}}(z) = W_{\text{пер}}(z) \cdot W_{\text{ок}}(z)$  коефіцієнти налаштування  $K_p$  та  $K_i$  можуть бути визначені таким чином, щоб нуль передатної функції ПІ-регулятора компенсував би один з полюсів передатної функції незмінної частини.

Тоді отримаємо одне рівняння з двома невідомими

$$\frac{K_i T - 2K_p}{K_i T + 2K_p} = -z_1. \quad (11)$$

За аналогією до систем з ПІД-регулятором для визначення коефіцієнту  $K_i$  можна скористатися формулою (8). Визначивши цей коефіцієнт, з (11) можна визначити другий коефіцієнт  $K_p$ .

У загальному випадку полюси  $z_1$  і  $z_2$  не дорівнюють одне одному. Виникає питання, який полюс, менший чи більший за модулем, є доцільним компенсувати. Для його вирішення звернемося до порівняння з системами з неперервними регуляторами. Згідно з методикою налаштування ПІ-регулятора системи другого порядку на технічний оптимум [4] слід компенсувати інерційну ланку з найбільшою сталою часу. Подамо передатну функцію об'єкту керування (2) у вигляді передатної функції послідовного з'єднання двох інерційних ланок

$$W_{\text{ок}}(s) = \frac{1}{(0,573s + 1)(0,107s + 1)} = \frac{1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}. \quad (12)$$

Знайдемо Z-перетворення цієї передатної функції, використовуючи теореми Z-перетворення [10],

$$\begin{aligned} W_{\text{ок}}(z) &= Z \left[ \frac{1 - e^{-Ts}}{s} \cdot \frac{1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} \right] = (1 - z^{-1}) \cdot Z \left[ \frac{A}{s} + \frac{B}{s + \frac{1}{T_1}} + \frac{C}{s + \frac{1}{T_2}} \right] = \\ &= (1 - z^{-1}) \left( Z \left[ \frac{A}{s} \right] + Z \left[ \frac{B}{s + \frac{1}{T_1}} \right] + Z \left[ \frac{C}{s + \frac{1}{T_2}} \right] \right), \end{aligned} \quad (13)$$

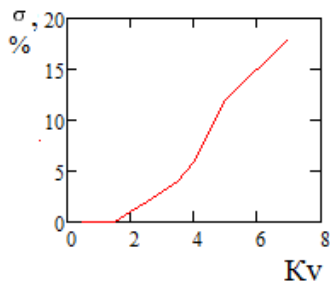
де  $Z[F(s)]$  – Z-перетворення відповідних функцій оператора Лапласа, що знаходяться у квадратних дужках.

Згідно з таблицями Z-перетворень [10] вираз (13) запишемо у такому вигляді:

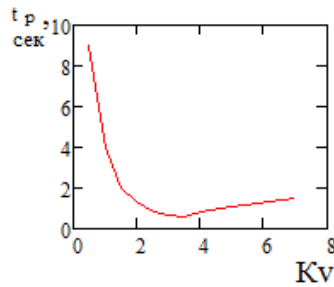
$$W_{\text{ок}}(z) = \frac{z-1}{z} \left( \frac{Az}{z-1} + \frac{Bz}{z - e^{-\frac{T}{T_1}}} + \frac{Cz}{z - e^{-\frac{T}{T_2}}} \right) = \frac{Dz + E}{(z - e^{-\frac{T}{T_1}})(z - e^{-\frac{T}{T_2}})}. \quad (14)$$

Позначимо  $z_1 = e^{-\frac{T}{T_1}}$  та  $z_2 = e^{-\frac{T}{T_2}}$  як полюси дискретної передатної функції об'єкту керування

(14). Якщо  $T_1 > T_2$ , то  $e^{-\frac{T}{T_1}} > e^{-\frac{T}{T_2}}$ , тобто  $z_1 > z_2$ . Отже, інерційній ланці з більшою сталою часу відповідає поліном з більшим полюсом у дискретній передатній функції об'єкту керування. Таким чином, компенсувати у (10) слід більший за модулем полюс  $z_1 = 0,84$ .



*a*



*б*

Рис. 4

Графіки залежностей перерегулювання (*a*) та часу регулювання (*б*) від добротності у разі використання ПІ-регулятора для двигуна, що розглядається, подано на рис. 4. З цих графіків виходить, що оптимальним значенням добротності буде  $K_V = 3,5$ .

Перехідну характеристику системи з ПІ-регулятором за цього значення добротності та визначених за (8) та (11) параметрах налаштування  $K_p = 2,011$  та  $K_i = 3,497$  наведено на рис. 5.

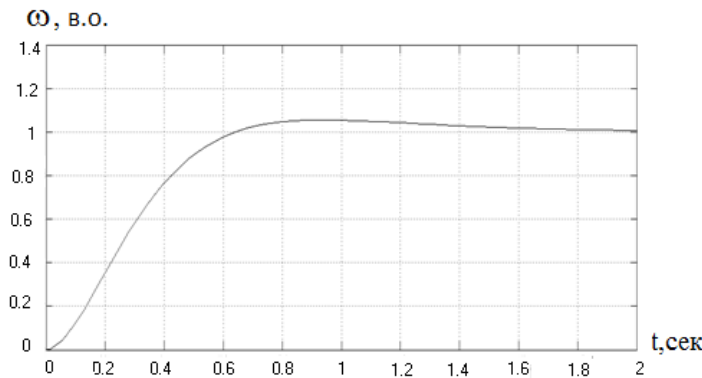


Рис. 5

Аналіз динамічних показників якості системи, що досліджується, з ПІ-регулятором, визначені за рис. 5, показав що їхні значення  $\sigma = 4,4\%$  та  $t_p = 0,53$  с також близькі до показників якості системи, налаштованої на технічний оптимум.

Оптимальні значення добротності за швидкістю у разі застосування ПІ-регуляторів, визначені для того ж ряду електроприводів, як і під час дослідження систем з ПІД-регулятором, що відповідають умовам, близьким до технічного оптимуму при налаштуванні неперервних регуляторів, для них знаходяться у межах 2..5, що дає змогу рекомендувати значення з цього

діапазону для використання у процедурі синтезу цифрових ПІ-регуляторів.

**Висновки.** Використання аналітичної методики синтезу цифрових типових астатичних регуляторів у  $Z$ -перетворенні за заданою добротністю за швидкістю дає змогу визначати параметри їхнього налаштування із урахуванням дискретного характеру проходження сигналів через ці регулятори на етапі їхнього синтезу, що дає змогу спростити процедуру синтезу цифрових систем регулювання електроприводу порівняно з методами, що базуються на представленні цифрових регуляторів неперервними передатними функціями, оскільки не потребує подальшого аналізу на стійкість та якість при урахуванні дискретності регулятора за заданих періодах квантування.

Для ряду електроприводів з визначеними електромеханічними та електромагнітними сталими часу встановлено діапазони оптимальних за динамічними показниками якості значень добротності за швидкістю, що дає змогу рекомендувати ці значення як вихідний параметр під час аналітичного синтезу цифрових типових астатичних регуляторів, що дає можливість отримати показники якості цифрової системи на рівні оптимальних показників якості неперервних систем.

Розглянута методика синтезу найбільш універсального типового цифрового ПІД-регулятора за лінійного сигналу завдання узагальнена на інші можливі види типових астатичних регуляторів (ПІ-регулятор) та сигналів завдання (зокрема, у вигляді східчастої функції). Пропонується коефіцієнт інтегральної складової регуляторів визначати за заданою добротністю за швидкістю, а інші параметри налаштування необхідно визначати таким чином, щоб компенсувати два (для ПІД-регуляторів) або один (для ПІ-регуляторів) полюси передатної функції незмінної частини системи.

Запропоновано в регульованих електроприводах з цифровими ПІ-регуляторами та об'єктом керування другого порядку компенсувати більший з двох полюсів, що дає змогу збільшити швидкодію цифрової системи.

1. Bibik O.V., Golovan I.V., Popovych O.M., Shurub Yu.V. Efficient operating conditions of induction motors for piston compressors with frequency regulation. *Технічна електродинаміка*. 2020. № 1. С. 33–39. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2020.01.033>.

2. Shurub Y., Dudnyk A., Vasilenkov V., Lavinskiy D. Application of a Kalman filter in scalar form for discrete control of electromechanical systems. *IEEE International Conference on Problems of Automated Electrodrive. Theory and*

*Practice (PAEP)*. Kremenchuk, Ukraine, September 21–25, 2020. Pp. 1–4. DOI: <https://doi.org/10.1109/PAEP49887.2020.9240805>.

3. Kuo B. Digital control systems. New York: Oxford University Press, 1995. 751 p.
4. Ключев В. И. Теория электропривода. М.: Энергоатомиздат, 2001. 704 с.
5. Leonard W. Control of electric drives. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 2001. 460 p.
6. Deur J., Koledić T., Perić N. Optimization of speed control system for electric drives with elastic coupling. Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on *Control Applications*. Trieste, Italy, 04–04 September 1998. Pp. 319–325.
7. Åström K.J., Hägglund T. PID Controllers: Theory Design and Tuning. Research Triangle Park. NC: Instrument Society of America, 1995. 344 p.
8. Åström K.J., Hägglund T. Revisiting the Ziegler-Nichols step response method for PID control. *Journal of Process Control*. 2004. Vol. 14. Pp. 635–650. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2004.01.002>.
9. Jakovljević B.B., Rapaić M.R., Jelčić Z.D., Šekara T.B. Optimization of fractional PID controller by maximization of the criterion that combines the integral gain and closed-loop system bandwidth. 18th International Conference on *System Theory, Control and Computing (ICSTCC)*. Sinaia, Romania, October 17–19, 2014. Pp. 64–69. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICSTCC.2014.6982392>.
10. Попович М.Г., Ковальчук О.В. Теорія автоматичного керування. К.: Либідь, 2007. 656 с.

## SYNTHESIS OF TYPICAL DIGITAL ASTATIC REGULATORS OF INDUSTRIAL ELECTRIC DRIVES

Yu.V. Shurub<sup>1</sup>, A.O. Dudnyk<sup>2</sup>, A.A. Rudenskiy<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine, Beresteiskiy Ave., 56, Kyiv, 03057, Ukraine. E-mail: [yvshur@ukr.net](mailto:yvshur@ukr.net).

<sup>2</sup> National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, Heroyiv Oborony st., 15, Kyiv, 03041, Ukraine.

*The paper is devoted to the clarification and generalization of the analytical methodology for the synthesis of typical digital astatic regulators of industrial electric drives, which can be presented in the form of discrete transfer functions in the Z-transformation, according to the given speed quality factor, and the development of recommendations for determining the setting parameters of such regulators. It is proposed to determine the coefficient of the integral component according to the given speed quality factor, and determine the other setting parameters in such a way as to compensate for two (for PID-regulators) or one (for PI-regulators) poles of the discrete transfer function of the control object. The ranges of speed quality factor values for a number of electric drives that are optimal in terms of dynamic performance indexes have been determined. It has been proven that to increase the speed in systems with PI controllers, it is necessary to compensate for the larger of the two poles. References 10, figures 5.*

**Keywords:** regulated electric drive, digital regulator, astatic control laws, performance indexes.

1. Bibik O.V., Golovan I.V., Popovych O.M., Shurub Y.V. Efficient operating conditions of induction motors for piston compressors with frequency regulation. *Tekhnichna Elektrodynamicika*. 2020. No 1. Pp. 33–39. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2020.01.033>.
2. Shurub Y., Dudnyk A., Vasilenkov V., Lavinskiy D. Application of a Kalman filter in scalar form for discrete control of electromechanical systems. IEEE International Conference on *Problems of Automated Electrodrive. Theory and Practice (PAEP)*. Kremenchuk, Ukraine, September 21–25, 2020. Pp. 1–4. DOI: <https://doi.org/10.1109/PAEP49887.2020.9240805>.
3. Kuo B. Digital control systems. New York: Oxford University Press, 1995. 751 p.
4. Klichuev V.I. Theory of electric drive: textbook for universities. Moskva: Energoatomizdat, 2001. 704 p. (Rus)
5. Leonard W. Control of electric drives. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 2001. 460 p.
6. Deur J., Koledić T., Perić N. Optimization of speed control system for electric drives with elastic coupling. Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on *Control Applications*. Trieste, Italy, 04–04 September 1998. Pp. 319–325.
7. Åström K.J., Hägglund T. PID Controllers: Theory Design and Tuning. Research Triangle Park. NC: Instrument Society of America, 1995. 344 p.
8. Åström K.J., Hägglund T. Revisiting the Ziegler-Nichols step response method for PID control. *Journal of Process Control*. 2004. Vol. 14. Pp. 635–650. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2004.01.002>.
9. Jakovljević B.B., Rapaić M.R., Jelčić Z.D., Šekara T.B. Optimization of fractional PID controller by maximization of the criterion that combines the integral gain and closed-loop system bandwidth. 2014 18th International Conference on *System Theory, Control and Computing (ICSTCC)*. Sinaia, Romania, October 17–19, 2014. Pp. 64–69. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICSTCC.2014.6982392>.
10. Popovych M.G., Kovalchuk O.V. Theory of automatic control: textbook. Kyiv: Lybid, 2007. 656 p. (Ukr)

Надійшла 10.04.2024  
Остаточний варіант 07.05.2024

## ДИНАМІЧНА МОДЕЛЬ ІТЕРАЦІЙНОГО ЕЛЕКТРОПРИВОДА ПОДАЧІ З ДВОМА ГВИНТОВИМИ ПЕРЕДАЧАМИ ДЛЯ ПРЕЦИЗІЙНИХ ВЕРСТАТІВ ТА ОБРОБНИХ ЦЕНТРІВ

<sup>1</sup>О.А. Худяєв\*, канд. техн. наук, Д.О. Пшеничников\*\*, канд. техн. наук, В.Б. Клепиков\*\*\*, докт. техн. наук, І.В. Обруч\*\*\*\*, канд. техн. наук  
Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»,  
вул. Киричова, 2, Харків, 61002, Україна. Е-mail: [pshenichdm@gmail.com](mailto:pshenichdm@gmail.com)

*Запропонований варіант спрощеної схеми конструкції та наведена відповідна кінематична схема дводвигунного безредукторного приводного механізму з двома гвинтовими передачами (ГП) для ітераційного двоканального електропривода поздовжньої подачі робочого органу (робочого стола з виробом) координатного багатоцільового металорізального верстата особливо високої точності моделі 24K70AФ4. Визначені компенсатори негативного динамічного взаємовпливу каналів керування за навантаженням. Побудована узагальнена динамічна модель процесу різання, яка враховує як інерційність процесу різання, так і вплив динаміки пружної системи верстата «РО-різець». Визначена і розрахована динамічна модель умовного компенсатора процесу різання. Одержана уточнена математична модель руху в ustalених режимах подачі двоканального електропривода, яка враховує компенсацію динамічного взаємовпливу каналів за навантаженням та впливу нелінійностей тертя у приводному механізмі та робочому органі верстата. Побудована структурно-алгоритмічна схема ітераційного двоканального компенсованого електропривода подачі з двома ГП та СПР-налаштуванням каналів керування. До схеми включені узагальнена динамічна модель процесу різання і динамічна модель відповідного умовного компенсатора процесу різання, а також враховані основні статичні моменти опору та нелінійності тертя у навантаженні привода. Бібл. 13, табл. 2, рис. 5.*

**Ключові слова:** ітераційний двоканальний електропривод подачі, узагальнена динамічна модель процесу різання, характеристики тертя, пружна система верстата, умовний компенсатор процесу різання.

**Вступ.** Для високоточної металообробки відповідальних корпусних виробів застосовують прецизійні координатні верстати та обробні центри, для яких вимоги до точності позиціонування (без перерегулювання) робочого органу (РО) знаходяться у діапазоні 0,001÷0,005 мм і вище. Традиційно координатні системи подачі РО верстатів реалізуються за допомогою одноканальних безредукторних електроприводів (ЕП), в яких, однак, не завжди досягається потрібна точність. Багатоканальні ЕП механізмів подачі (МП), побудовані за ітераційним принципом [1–4], як і близькі до них за принципом дії багатодвигунні та багатоконтурні стежачі приводи та системи позиціонування інших типів [5–8], мають значні переваги в швидкодії та точності керування РО перед традиційними одноканальними ЕП. Крім того, ітераційні ЕП подачі за умови компенсації в них негативного динамічного взаємовпливу каналів (ДВВК) за навантаженням мають всі властивості класу власне ітераційних високоточних систем керування [1, 3] при збереженні в каналах керування надійних, добре відпрацьованих і уніфікованих налаштувань, наприклад, за принципом систем підпорядкованого регулювання (СПР).

**Постановка задачі.** Одним з можливих варіантів ітераційних безредукторних ЕП подачі може служити двоканальний ЕП на базі дводвигунного МП, який має дві стандартні гвинтові передачі (ГП) (довгу і коротку) з кулько-гвинтовими парами (КГП) типу гвинт-гайка кочення [3]. Такий МП з двома парами КГП, що взаємодіють за ітераційним принципом, забезпечує можливість часткового поділу навантаження та реалізує механічне безлюфтове підсумовування на РО моментів та рухів приводів окремих автономних каналів керування. У процесі проектування та розробки відповідних високоточних ЕП МП верстатів з'являється необхідність у моделюванні та врахуванні впливу на точність подачі оброблюваного виробу таких негативних факторів як податливість вузлів приводного механізму (ПМ) та інерційність процесу різання (ІР), коливання механічної пружної системи верстата (ПСУ) «РО-різець», нелінійність характеристик тертя ковзання в основних елементах МП верстата та тертя різання в РО при металообробці та інших. Враховуючи, що швидкість різання та швидкість подачі РО технологічно взаємопов'язані, перелічені основні фактори зумовлюють нелінійний характер залежності сили подачі від швидкості подачі як у перехідних, так і ustalених режимах. Сукупний облік впливу

<sup>1</sup> © Худяєв О.А., Пшеничников Д.О., Клепиков В.Б., Обруч І.В., 2024

ORCID: \* <https://orcid.org/0000-0003-3344-4559>; \*\* <https://orcid.org/0000-0002-1243-168X> ;

\*\*\* <https://orcid.org/0000-0003-2337-4235>; \*\*\*\* <https://orcid.org/0000-0001-8239-1428>

зазначених факторів на динаміку привода подачі вимагає побудови узагальненої динамічної моделі процесу різання (УДМ ПР) та відповідного умовного компенсатора ПР (УКПР).

У роботах [3, 9] стосовно подачі РО (робочого столу з виробом) прецизійного верстата моделі 24К70АФ4 наведені математична модель руху та структура двоканального ЕП з двома ГП, в яких, однак, не враховано динаміку зміни УДМ ПР та відповідного їй компенсатора УКПР в залежності від змін швидкості подачі РО при металообробці. Крім того, вимагають уточнення характеристики силових та виконавчих пристроїв приводів каналів керування, а також характеристики тертя ковзання та тертя різання у навантаженні ітераційного ЕП подачі. У цьому сенсі результати даної роботи є логічним продовженням та розвитком результатів, отриманих у роботах [3, 9].

**Метою роботи** є побудова уточненої динамічної моделі руху в режимі металообробки та отримання відповідної структурно-алгоритмічної схеми ітераційного двоканального компенсованого ЕП МП з двома ГП і СПР-налаштуванням каналів, яка включає модель УДМ ПР і відповідний їй компенсатор УКПР і враховує вплив нелінійностей тертя у навантаженні, стосовно поздовжньої подачі РО координатного багатофункціонального верстата особливо високої точності моделі 24К70АФ4.

**Матеріал досліджень.** Пропонований ітераційний двоканальний ЕП МП з двома ГП включає перший (основний) К-1 і другий (уточнюючий) К-2 канали керування по куту з відповідними підпорядкованими контурами швидкості, налаштованими на симетричний оптимум. Основний канал К-1 використовується для керування приводом обертання ходового гвинта (ХГв1) першої ГП (ГП1), а уточнюючий канал К-2 – приводом обертання ходового гвинта (ХГв2) другої ГП (ГП2). Привод гвинта ХГв2 та гвинтова передача з парою КГП2 встановлені на спеціальних полозках механізму подачі РО. В основному каналі К-1 двоканального ЕП пропонується використовувати сучасний комплектний ЕП постійного струму з силовою частиною типу ШПП-ДПС серії MR-J3 моделі MR-J3-DU37KA ( $P_{\text{ном}} = 37$  кВт), який забезпечує струм керування до 630 А, а в уточнюючому каналі К-2 – широкосмуговий комплектний сервопривод змінного струму з частотно-струмовим векторним керуванням (типу ПЧ-АД) серії Sinamics V90 моделі 6SL3210-5FE15-OUAO ( $P_{\text{ном,ПЧ}} = 5$  кВт). Як виконавчі двигуни (ВД) Д1 основного і Д2 уточнюючого приводів можуть бути використані відповідно високомоментний реверсивний двигун постійного струму (ДПС) з постійними магнітами серії 2ПБВ типу 2ПБВ132S ( $P_{\text{ном,Д1}} = 1,94$  кВт), який встановлюють як єдиний (базовий) двигун для МП на верстатах моделей 24К60АФ4 і 24К70АФ4, і порівнянний за номінальним моментом та потужністю асинхронний двигун (АД) з короткозамкненим ротором фірми Siemens серії 1LA7 моделі 1LA7133-8AB ( $P_{\text{ном,Д2}} = 3$  кВт). Порівняння двоканального ЕП подачі коректно проводити з традиційним (базовим) для даних моделей верстатів одноканальним глибоко регульованим ЕП постійного струму на базі ДПС типу 2ПБВ132S.

**1. Конструкція дводвигунного привода.** Спрощена схема конструкції дводвигунного безредукторного МП з двома ГП для двоканального ЕП поздовжньої подачі (вісь Х) РО верстата показано на рис. 1, де позначені: 1 – станина верстата; 2 – робочий стіл із системою гідророзвантаження на прямних; 3 – полозки на власних опорах ковзання, жорстко з'єднані з ходовою гайкою (ХГ1) пари КГП1; 4 – рухома опора робочого столу (РОРС), жорстко з'єднана з ходовою гайкою (ХГ2) пари КГП2; 5 – лінійка датчика абсолютного положення РО (ДПРО), наприклад, лінійного датчика фірми Heidenhain; 6 і 11 – виконавчі двигуни Д1 і Д2 приводів відповідно гвинтів ХГв1 і ХГв2; 7 і 8 – гвинт ХГв1 і гайка ХГ1 передачі ГП1; 9 – закріплені на станині опори гвинта ХГв1; 10 і 15 – жорсткі з'єднувальні муфти 3М1 і 3М2; 12 і 13 – гвинт ХГв2 і гайка ХГ2 передачі ГП2; 14 – закріплені на полозках опори гвинта ХГв2. Загальним елементом частково розділеного навантаження приводів є РО верстата, який включає жорстко з'єднані між собою робочий стіл, РОРС та виріб, що подається.

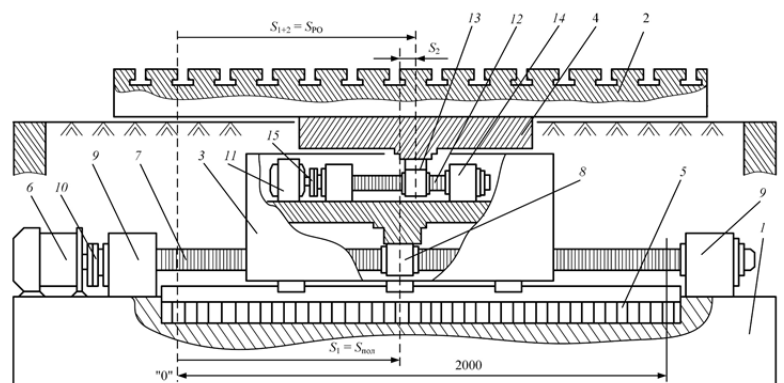


Рис. 1



Кінематична схема двоканальної електромеханічної системи з двома ГП показана на рис. 2, де пунктирними лініями позначені жорсткі безлюфтові механічні передачі рухів, а суцільними лініями – жорсткий механічний зв'язок. Крім того, на рис. 2 позначені: *Полозки* – полозки МП РО, призначені для встановлення другого двигуна Д2 та другої передачі ГП2;  $C_{ХГв,1}$  і  $C_{ХГв,2}$  – коефіцієнти передачі гвинтів ХГв1 і ХГв2:  $C_{ХГв,i} = t_{Гв,i}/2\pi$  ( $i = 1, 2$ ), м/рад;  $J'_{ПМ,1}$  і  $J'_{ПМ,2}$  – моменти інерції ПМ, приведені до валів ВД Д1 і Д2 за їхньої автономної роботи у складі двоканального ЕП:  $J'_{ПМ,1,макс} \approx 0,351962$  кг · м<sup>2</sup>,  $J'_{ПМ,2,макс} \approx 0,04626$  кг · м<sup>2</sup>;  $M_{Д1}$ ,  $\omega_{Д1}$ ,  $\Phi_{Д1}$  і  $M_{Д2}$ ,  $\omega_{Д2}$ ,  $\Phi_{Д2}$  – крутні моменти, кутові швидкості та кути повороту, створювані ВД Д1 і Д2;  $Q_1$ ,  $V_1$ ,  $S_1$  і  $Q_2$ ,  $V_2$ ,  $S_2$  – осьові сили подачі, лінійні швидкості і переміщення РО, які реалізуються гвинтовими передачами ГП1 і ГП2;  $Q_{РО} \equiv Q_{1+2}$  і  $V_{РО} \equiv V_{1+2}$  – сумарні сила подачі і швидкість подачі РО верстата, створювані дводвигунним МП двоканального ЕП;  $S_{РО}$  – результуюче (абсолютне) переміщення РО верстата, м.

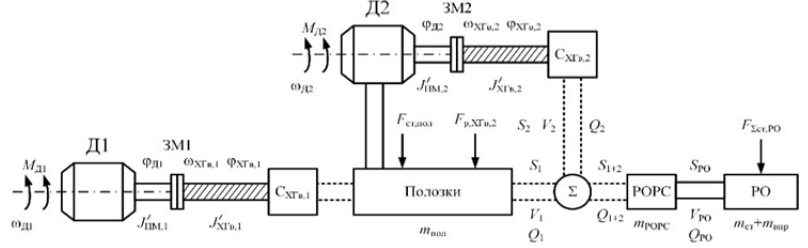


Рис. 2

**2. Математична модель двоканального електропривода.** Система рівнянь руху електропривода МП РО, яка відповідає схемі на рис. 2, побудована за допущення абсолютної жорсткості механічних ланок кінематичного ланцюга привода і нехтування внаслідок відносної малюзи моментами інерції муфт ЗМ1 і ЗМ2. Уточнена узагальнена математична модель руху двоканального ЕП МП з двома ГП в усталених режимах металообробки має вигляд

$$S_{РО}(t) \equiv S_{1+2}(t) = S_1(t) + \text{sign}\varphi_{Д2} \cdot S_2(t) = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{t_{Гв,1}}{i_1} \varphi_{Д1}(t) + \text{sign}\varphi_{Д2} \cdot \frac{t_{Гв,2}}{i_2} \varphi_{Д2}(t) \right]; \quad (1)$$

$$\varphi_{екв,ХГв2}(t) = C_{ХГв,2}^{-1} S_{РО}(t) = \frac{2\pi}{t_{Гв,2}} S_{РО}(t); \quad Q_{РО}(t) - m'_{РО,ХГ2} p^2 S_{РО}(t) - Q'_{о,РО,ХГ2} = 0; \quad (2)$$

$$Q'_{о,РО,ХГ2} \cong C_{ХГв,2}^{-1} \eta_{ГП2} M'_{о,РО,ХГв2} = \frac{2\pi \eta_{ГП2} M'_{о,РО,ХГв2}}{t_{Гв,2}}; \quad (3)$$

$$Q'_{о,ХГв2,ХГ1} \cong \frac{C_{ХГв,2}^{-1} M'_{о,\Sigma,ХГв2}}{\eta_{ГП2}} = \frac{2\pi}{\eta_{ГП2} t_{Гв,2}} (M'_{о,РО,ХГв2} + M'_{о,ГП2,ХГв2}); \quad (4)$$

$$\begin{cases} M_{Д1}(t) - J_{\Sigma,1} p^2 \varphi_{Д1}(t) - \text{sign}\varphi_{Д2} \frac{t_{Гв,1}}{t_{Гв,2}} \cdot \frac{J'_{РО,ХГв2}}{i_1 i_2 \eta_1 \eta_{ГП1} \eta_{ГП2}^2} p^2 \varphi_{Д2}(t) - M'_{о,ХГв1,1} - M'_{о,ХГв2,1} \cong 0; \\ M_{Д2}(t) - J'_{ПМ,2} p^2 \varphi_{Д2}(t) - \frac{t_{Гв,1}}{t_{Гв,2}} \cdot \frac{J'_{РО,ХГв2}}{i_1 i_2 \eta_2 \eta_{ГП2}} p^2 \varphi_{Д1}(t) - M'_{о,ХГв2,2} \cong 0, \end{cases} \quad (5)$$

де

$$\begin{aligned} M'_{о,ХГв1,1} &= \frac{M'_{о,\Sigma,ХГв1}}{i_1 \eta_1} = \frac{1}{i_1 \eta_1} (M'_{тр,пол,ХГв1} + M'_{о,ГП1,ХГв1}); \\ M'_{о,ХГв2,2} &= \frac{M'_{о,\Sigma,ХГв2}}{i_2 \eta_2} = \frac{1}{i_2 \eta_2} (M'_{о,РО,ХГв2} + M'_{о,ГП2,ХГв2}); \\ M'_{о,ХГв2,1} &= \frac{C_{ХГв,1} C_{ХГв,2}^{-1} M'_{о,\Sigma,ХГв2}}{i_1 \eta_1 \eta_{ГП1} \eta_{ГП2}} = \frac{t_{Гв,1}}{i_1 \eta_1 \eta_{ГП1} \eta_{ГП2} t_{Гв,2}} (M'_{о,РО,ХГв2} + M'_{о,ГП2,ХГв2}); \end{aligned} \quad (6)$$

$$M'_{о,РО,ХГв2} = \begin{cases} M_{тр,п,РО} = \frac{[m'_{РО,ХГ2} g f_{тр,РО,п} + F_{нат,ХГв2}] t_{Гв,2}}{2\pi \eta_{ГП2}} - \\ \quad - \text{ під час рушання з місця (пуску) привода подачі РО}; \\ M_{h,різ} + M_{тр,ков,РО} + M_{тр,різ} = \\ \frac{t_{Гв,2}}{2\pi \eta_{ГП2}} [k_{зап} F_{h,0} + (m'_{РО,ХГ2} g - F_{x,e}) f_{тр,РО,ков}] - \\ \quad - \text{ під час руху РО з постійною (обмеженою) швидкістю в режимі торцевого фрезерування}; \end{cases} \quad (7)$$

$$J_{\Sigma,1} = J'_{ПМ,1} + \left( \frac{t_{Гв,1}}{t_{Гв,2}} \right)^2 \frac{J'_{РО,ХГв2}}{i_1^2 \eta_1 \eta_{ГП1} \eta_{ГП2}^2}; \quad (8)$$

$$\text{sign}\varphi_{Д2} = \begin{cases} 1 \text{ за згодного обертання двигуна Д2 по відношенню до обертання Д1,} \\ -1 \text{ за зустрічного обертання двигуна Д2 по відношенню до обертання Д1;} \end{cases} \quad (9)$$

$m'_{PO, XГ2}$  і  $J'_{PO, XГ2}$  – сумарні маса й момент інерції РО, приведені відповідно до гайки ХГ2 і до валу гвинта ХГ2 передачі ГП2 ( $m'_{PO, XГ2, макс} \approx 9000$  кг,  $J'_{PO, XГ2, макс} \approx 0,0227971$  кг·м<sup>2</sup>):

$$m'_{PO, XГ2} = m'_{POPC} + m'_{ст} + m'_{вир}; \quad J'_{PO, XГ2} = r^2 m'_{PO, XГ2} = \left( \frac{V_{XГ2}^*}{\omega_{екв, XГ2}^*} \right)^2 m'_{PO, XГ2} = \left( \frac{t_{ГВ, 2}}{2\pi} \right)^2 m'_{PO, XГ2}; \quad (10)$$

$\varphi_{екв, XГ2}$  – еквівалентний результуючий кут повороту гвинта ХГ2 передачі ГП2, що забезпечується дводвигунним МП, рад;  $V_{XГ2}^*$  і  $\omega_{екв, XГ2}^*$  – абсолютні значення швидкості поступального та еквівалентного обертального рухів пари КПП2 у разі подачі РО дводвигунним МП, віднесені відповідно до гайки ХГ2 і до гвинта ХГ2;  $r$  – радіус приведення:  $r = C_{XГВ, 2} = t_{ГВ, 2}/2\pi$ ;  $i_j$  і  $\eta_j$  ( $j = 1, 2$ ) – передатне відношення і коефіцієнт корисної дії (ККД) кінематичного ланцюга між  $j$ -м ВД і  $j$ -м ХГв,  $i_1 = i_2 = 1$ ,  $\eta_1 = \eta_2 = 1$ ;  $t_{ГВ, j}$  і  $\eta_{ГПj}$  ( $j = 1, 2$ ) – крок  $j$ -го ХГв і ККД  $j$ -ої ГП;  $p \triangleq d/dt$  – оператор диференціювання. Врахування впливу ДВБК за навантаженням на рух приводів каналів математично визначається третіми доданками у лівих частинах рівнянь системи (5).

Позначимо через  $F_{\Sigma, h, XГ1}$  і  $F_{\Sigma, h, XГ2}$  сумарні осьові сили подачі на гвинтах ХГв1 і ХГв2, що приведені до гайок ХГ1 і ХГ2 і визначають сталі реактивні моменти на валах ВД Д1 і Д2. Сили  $F_{\Sigma, h, XГ1}$  і  $F_{\Sigma, h, XГ2}$  формуються горизонтальною  $F_{h, 0}$  і вертикальною  $F_{x, e}$  складовими сили різання  $F$  і силами тертя ковзання (кочення)  $F_{h, тр, пол}$  ползків і  $F_{h, тр, РО}$  опор РО, і повинні враховувати нелінійні зміни зазначених складових залежно від зміни швидкості подачі РО, наприклад, при торцевому фрезеруванні

$$F_{\Sigma, h, XГ1} = F_{h, 0} + m_{пол} g f_{тр, пол, ков} + (m'_{PO, XГ2} g - F_{x, e}) f_{тр, РО, ков};$$

$$F_{\Sigma, h, XГ2} = F_{h, 0} + (m'_{PO, XГ2} g - F_{x, e}) f_{тр, РО, ков}. \quad (11)$$

Тоді моменти опору навантаження  $M'_{тр, пол, XГв1}$ ,  $M'_{о, ГП1, XГв1}$  і  $M'_{о, ГП2, XГв2}$ , приведені до валів гвинтів ХГв1 і ХГв2 та такі, що входять у співвідношення (4) і (6), визначаються таким чином [9]:  $M'_{о, ГП1, XГв1}$  і  $M'_{о, ГП2, XГв2}$  – моменти на валах ХГв1 і ХГв2 від сил тертя відповідно у ГП1 і ГП2, що визначаються тертям у парі КПП та тертям у підшипниках опор ходового гвинта (за наявності попереднього натягу у  $j$ -й ГП, тобто  $F_{нат, XГвj} \neq 0$ ,  $j = 1, 2$ ):

$$M'_{о, ГП1, XГв1} = M'_{тр, гвинта, XГв1} + M'_{тр, підш, XГв1} = \frac{(0,032 t_{ГВ, 1} + 2,21 \cdot 10^{-7} k_{п, ГВ, 1} d_{п, ГВ, 1}) F_{\Sigma, h, XГ1}}{3\eta_{ГП1}}; \quad (12)$$

$$M'_{о, ГП2, XГв2} = M'_{тр, гвинта, XГв2} + M'_{тр, підш, XГв2} = \frac{(0,032 t_{ГВ, 2} + 2,21 \cdot 10^{-7} k_{п, ГВ, 2} d_{п, ГВ, 2}) F_{\Sigma, h, XГ2}}{3\eta_{ГП2}}; \quad (13)$$

$M'_{тр, пол, XГв1}$  – момент на валу ХГв1 від сили тертя ковзання (кочення) ползків МП РО по напрямних станини

$$M'_{тр, пол, XГв1} = \begin{cases} M_{п, пол} = \frac{(m_{пол} g f_{тр, пол, п} + F_{нат, XГв1}) t_{ГВ, 1}}{2\pi\eta_{ГП1}} & \text{– за пуску (рушання) привода} \\ & \text{переміщення ползков;} \\ M_{ков, пол} = \frac{m_{пол} g f_{тр, пол, ков} t_{ГВ, 1}}{2\pi\eta_{ГП1}} & \text{– за руху ползков з постійною} \\ & \text{(обмеженою) швидкістю подачі} \\ & \text{(наприклад, в режимі металообробки).} \end{cases} \quad (14)$$

У табл. 1 і 2 наведені уточнені розрахункові значення коефіцієнтів нахилу  $f'_{пол}$  і  $f'_{РО}$  характерних ділянок лінеаризованих експериментальних кривих характеристик тертя ковзання  $f_{тр, пол}(V_{пол})$  ползків (табл. 1) та  $f_{тр, РО}(V_{РО})$  опор РО (табл. 2). З аналізу табл. 1 і 2 отримуємо зручні рекурентні співвідношення для розрахунку і моделювання апроксимованих значень коефіцієнтів тертя ковзання  $f_{тр, пол, ков}$  і  $f_{тр, РО, ков}$  в залежності від заданої (сталої) швидкості подачі механізму

$$f_{тр, пол, ков}(V_{пол}) = \begin{cases} f_{пол, 0} = 0 & \text{при } 0 \leq V_{пол, 0} \leq 1 \cdot 10^{-9} \text{ м/с;} \\ f_{пол, 1}(V_{пол, 1}) = f_{тр, пол, сп} + f'_{пол, 1} V_{пол, 1}; \\ f_{пол, i}(V_{пол, i}) = f_{пол, i-1}(V_{пол, i-1, макс}) + f'_{пол, i} V_{пол, i} \quad (i = 2, 3); \end{cases} \quad (15)$$

$$f_{\text{тр,РО,ков}}(V_{\text{РО}}) = \begin{cases} f_{\text{РО,0}} = 0 & \text{при } 0 \leq V_{\text{РО,0}} \leq 1 \cdot 10^{-9} \text{ м/с;} \\ f_{\text{РО,1}}(V_{\text{РО,1}}) = f_{\text{тр,РО,сп}} + f'_{\text{РО,1}} V_{\text{РО,1}}; \\ f_{\text{РО,i}}(V_{\text{РО,i}}) = f_{\text{РО,i-1}}(V_{\text{РО,i-1,max}}) + f'_{\text{РО,i}} V_{\text{РО,i}} \quad \forall i = \overline{2,8}. \end{cases} \quad (16)$$

Оператори  $C_{ij}(p)$  ( $i, j = 1, 2; i \neq j$ ) компенсаторів ДВБК за навантаженням для запропонованого ітераційного двоканального ЕП подачі визначаємо (за умови нехтування зворотним зв'язком за електрорушійною силою  $E_{\text{д}}(t)$  двигуна Д1) згідно з методикою, викладеною в [10]

$$C_{12}(p) = \text{sign}\omega_{\text{Д2}} \cdot \tilde{k}_{12} \frac{2T_{\mu,1}p+1}{2T_{\mu,2}p+1} = \text{sign}\omega_{\text{Д2}} \left( \frac{\tilde{k}_{12}T_{c,1}p}{T_{c,2}p+1} + \frac{\tilde{k}_{12}}{T_{c,2}p+1} \right);$$

$$C_{21}(p) = k_{21} \frac{2T_{\mu,2}p+1}{2T_{\mu,1}p+1} = \frac{k_{21}T_{c,2}p}{T_{c,1}p+1} + \frac{k_{21}}{T_{c,1}p+1}; \quad (17)$$

$$\tilde{k}_{12} = \begin{cases} \tilde{k}_{12}^+ = \frac{t_{\text{ГВ,1}}}{t_{\text{ГВ,2}}} \cdot \frac{k_{c,1}k_{\text{М,2}}i_2\eta_2 J'_{\text{РО,ХГВ2}}}{k_{c,2}k_{\text{М,1}}i_1\eta_1\eta_{\text{ГП1}}\eta_{\text{ГП2}}(i_2^2\eta_2\eta_{\text{ГП2}}J'_{\text{ПМ,2}} + J'_{\text{РО,ХГВ2}})} & - \\ & - \text{ за згодного обертання Д2 по відношенню до обертання Д1;} \\ \tilde{k}_{12}^- = \frac{t_{\text{ГВ,1}}}{t_{\text{ГВ,2}}} \cdot \frac{k_{c,1}k_{\text{М,2}}i_2\eta_2 J'_{\text{РО,ХГВ2}}}{k_{c,2}k_{\text{М,1}}i_1\eta_1\eta_{\text{ГП1}}\eta_{\text{ГП2}}(i_2^2\eta_2\eta_{\text{ГП2}}J'_{\text{ПМ,2}} - J'_{\text{РО,ХГВ2}})} & - \\ & - \text{ за зустрічного обертання Д2 по відношенню до обертання Д1;} \end{cases}$$

$$k_{21} = \frac{t_{\text{ГВ,1}}}{t_{\text{ГВ,2}}} \cdot \frac{k_{c,2}k_{\text{М,1}}i_1\eta_1\eta_{\text{ГП1}}\eta_{\text{ГП2}} J'_{\text{РО,ХГВ2}}}{k_{c,1}k_{\text{М,2}}i_2\eta_2 [i_1^2\eta_1\eta_{\text{ГП1}}\eta_{\text{ГП2}}^2 J'_{\text{ПМ,1}} + (t_{\text{ГВ,1}}/t_{\text{ГВ,2}})^2 J'_{\text{РО,ХГВ2}}]}, \quad (18)$$

де

$$\text{sign}\omega_{\text{Д2}} = \begin{cases} 1 & \text{за згодного обертання двигуна Д2 по відношенню до обертання Д1,} \\ -1 & \text{за зустрічного обертання двигуна Д2 по відношенню до обертання Д1;} \end{cases} \quad (19)$$

$$T_{c,1} = 2T_{\mu,1}, \quad T_{c,2} = 2T_{\mu,2}; \quad T_{\mu,1} = T_{\text{ШП,1}} = 8,3333 \cdot 10^{-5} \text{ с}, \quad T_{\mu,2} = T_{\text{ШП,2}} = 3,1250 \cdot 10^{-5} \text{ с}. \quad (20)$$

З виразів (17) ÷ (20) неважко бачити, що відповідний операторам (17) умовний блок  $C_{12} - C_{21}$

**Таблиця 1**

| Швидкість подачі полозків<br>$V_{\text{пол,i}} (i = 1, 2, 3)$ , м/с                    | Коефіцієнт нахилу<br>характеристики<br>тертя<br>$f'_{\text{пол,i}} (i = 1, 2, 3)$ |
|--|---|
| $1 \cdot 10^{-9} \text{ м/с} < V_{\text{пол,1}} \leq 3,3 \cdot 10^{-5} \text{ м/с}$    | 300   |
| $3,3 \cdot 10^{-5} \text{ м/с} < V_{\text{пол,2}} \leq 1,17 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}$ | 0,8596  |
| $1,17 \cdot 10^{-2} \text{ м/с} < V_{\text{пол,3}} \leq 5,3 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}$ | - 0,384   |

**Таблиця 2**

| Швидкість подачі РО верстата<br>$V_{\text{РО,i}} (i = \overline{1,8})$ , м/с           | Коефіцієнт нахилу<br>характеристики<br>тертя<br>$f'_{\text{РО,i}} (i = \overline{1,8})$ |
|--|---|
| $1 \cdot 10^{-9} \text{ м/с} < V_{\text{РО,1}} \leq 6,72 \cdot 10^{-5} \text{ м/с}$    | - 116,0715  |
| $6,72 \cdot 10^{-5} \text{ м/с} < V_{\text{РО,2}} \leq 3,36 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}$ | - 103,4226  |
| $3,36 \cdot 10^{-4} \text{ м/с} < V_{\text{РО,3}} \leq 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}$  | - 0,9986  |
| $3,2 \cdot 10^{-3} \text{ м/с} < V_{\text{РО,4}} \leq 6,7 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}$   | - 0,0721  |
| $6,7 \cdot 10^{-3} \text{ м/с} < V_{\text{РО,5}} \leq 1,33 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}$  | - 0,0345  |
| $1,33 \cdot 10^{-2} \text{ м/с} < V_{\text{РО,6}} \leq 2,67 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}$ | - 0,0135  |
| $2,67 \cdot 10^{-2} \text{ м/с} < V_{\text{РО,7}} \leq 3,33 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}$ | 0,0405  |
| $3,33 \cdot 10^{-2} \text{ м/с} < V_{\text{РО,8}} \leq 5,33 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}$ | 0,0416  |

компенсуючих перехресних зв'язків (КПЗ) технічно може бути реалізований. Блок КПЗ встановлюють у керуючій частині двоканального ЕП подачі між виходами регуляторів швидкості та входами контурів струму відповідних каналів. Це забезпечує «розв'язку» каналів керування К-1 і К-2, тобто повну автономність їх роботи в усталених режимах подачі РО. «Розв'язку» каналів, в свою чергу, забезпечує можливість їх стандартного налаштування, в тому числі за принципом СПР.

**3. Еталонна динамічна модель процесу різання.** Побудову еталонної динамічної моделі ПР розглянемо стосовно режиму симетричного торцевого фрезерування [11]. Враховуючи результати роботи [12], поставимо еталонну динамічну характеристику різання (ДХР) при фрезеруванні наступним чином:

$$F_{z,e}(t) = W_{p,e}(p)a_e(t);$$

$$a_e(t) = \sin\varphi \cdot s_{z,\varphi,e}(t), \quad (21)$$

де  $W_{p,e}(p)$  – еталонний оператор різання, який визначається співвідношеннями

$$W_{p,e}(p) = \frac{K_{p,0}}{T_{p,0}p+1};$$

$$K_{p,0} = Kb_0 = K \frac{t_{p,0}}{\sin\varphi}. \quad (22)$$

У виразах (21) і (22) позначені:  $T_{p,0}$  – постійна часу аперіодичної ланки, яка відповідає оператору еталонної ДХР, с;  $a_e(t)$  – змінювання товщини зрізуваного шару (або товщини зрізу) оброблюваної поверхні щодо розрахункового значення  $a_0$ , мм/зуб;  $s_{z\phi,e}(t)$  – зміна величини подачі РО на зуб фрези відносно розрахункового значення  $s_{z\phi,0}$ , мм/зуб;  $t_{p,0}$  – задана (фіксована) величина глибини різання, мм;  $\varphi$  – головний кут у плані, кут. град.;  $b_0$  – розрахункове значення ширини зрізуваного шару, мм;  $K$  – нормативна питома сила різання при фрезеруванні (окружна сила різання  $F_z$ , віднесена до розрахункової площі  $f_0$  шару, що зрізається одним зубом фрези,  $f_0 = t_{p,0}s_{z\phi,0}$ ) [11]:  $K = \sigma_0 \xi_0$ , Н·зуб/мм<sup>2</sup>;  $K_{p,0}$  – розрахункове значення коефіцієнта передачі еталонного оператора різання:  $K_{p,0} = K t_{p,0} / \sin \varphi$ , Н·зуб/мм.

Еталонна ДХР, що визначає еталонну силу подачі РО  $F_{h,e}$ , згідно (21), з високим ступенем точності може бути представлена співвідношеннями

$$F_{h,e}(t) = W_{p,h,e}(p)a_e(t); \quad W_{p,h,e}(p) = \frac{K_{p,0}}{T_{p,h,0}p+1}, \quad (23)$$

де  $W_{p,h,e}(p)$  – еталонний оператор різання для горизонтальної складової  $F_{h,e}$  окружної сили різання  $F_z$  при фрезеруванні;  $T_{p,h,0}$  – постійна часу аперіодичної ланки, яка відповідає оператору еталонної сили подачі  $F_{h,e}$ .

В результаті досліджень з урахуванням робіт [11, 12] показано, що в процесі різання миттєві значення сили подачі  $F_h$  з високим ступенем точності можуть бути визначені зі співвідношення

$$F_h(t) = \mu \cdot F_{h,e}(t), \quad (24)$$

де  $\mu$  – коефіцієнт тертя стружки про передню (головну) поверхню різальної кромки різця фрези (коефіцієнт тертя різання), який визначається залежно від тангенціальної (окружної) швидкості обертання фрези (швидкості різання)  $V_p$  за характеристикою тертя різання  $\mu = \mu(V_p)$ .

Графіки лінеаризованих залежностей коефіцієнта тертя різання  $\mu$  від швидкості різання  $V_p$  за заданих значеннях глибини різання  $t_p$  (крива 1 при  $t_p = 0,08$  мм; 2 –  $t_p = 0,2$  мм; 3 –  $t_p = 0,5$  мм; 4 –  $t_p = 1,25$  мм), побудовані на підставі відповідних експериментальних залежностей [6], показані на рис. 3 для різних діапазонів зміни швидкості:  $a$  –  $0,1$  м/с <  $V_p$  <  $60$  м/с;  $b$  –  $0,1$  м/с <  $V_p$  <  $10$  м/с. На рисунку для кожної  $i$ -ї лінеаризованої кривої  $\mu_i = \mu_i(V_p)$  ( $i = \overline{1,4}$ ), що складається з  $n_i$  окремих ділянок, виконується

$$\mu_i(V_p) = \begin{cases} \mu_{i,\max} \approx 1,1 & \text{за } V_p = V_{p,\min} \approx 0,14285 \text{ м/с;} \\ \mu_{i,1}(V_{p,1}) = \mu_{i,\max} + \mu'_{i,1}V_{p,1} & \text{за } V_{p,\min} < V_{p,1} \leq V_{p,1,\max}; \\ \mu_{i,j}(V_{p,j}) = \mu_{i,j-1}(V_{p,j-1,\max}) + \mu'_{i,j}V_{p,j} & \text{за } V_{p,j-1,\max} < V_{p,j} \leq V_{p,j,\max} \quad \forall j = \overline{2, n_i}, \end{cases} \quad (25)$$

де  $\mu'_{i,j}$  ( $j = \overline{1, n_i}$ ) – тангенс кута нахилу  $j$ -ї лінійної ділянки  $i$ -ї кривої характеристики тертя різання,  $\mu'_{i,j} = d\mu_{i,j}/dV_{p,j} = \Delta\mu_{i,j}/\Delta V_{p,j}$ ;  $V_{p,j}$  ( $j = \overline{2, n_i}$ ) – значення швидкості різання з відповідного діапазону значень  $[V_{p,j-1,\max}, V_{p,j,\max}]$   $j$ -ї ділянки. Подальший аналіз робіт з динаміки верстатів [12] показав, що при фрезеруванні еталонна ДХР (21) за допомогою оператора окружної сили різання  $W_{F_z,e}(p)$  може бути представлена як залежність еталонної окружної сили різання  $F_{z,e}$  від миттєвих значень швидкості подачі РО  $V_{PO}^*$  [м/с]

$$F_{z,e}(t) = W_{F_z,e}(p)V_{PO}^*(t); \quad W_{F_z,e}(p) = \frac{K_{F_z,0}}{T_{p,0}p+1}, \quad (26)$$

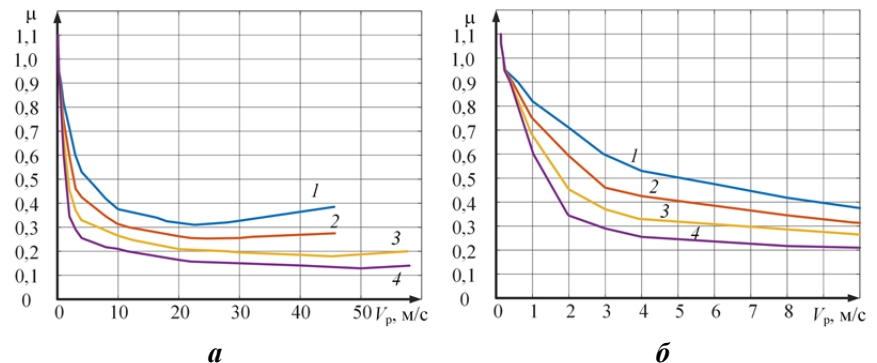


Рис. 3

а еталонна динамічна характеристика подачі (ДХП) (23) за допомогою еталонного оператора сили подачі  $W_{F_{h,e}}(p)$  – як залежність, яка показує зміни еталонної сили подачі  $F_{h,e}$  у разі зміни миттєвої швидкості  $V_{PO}^*$

$$F_{h,e}(t) = W_{F_{h,e}}(p)V_{PO}^*(t); \quad W_{F_{h,e}}(p) = \frac{K_{F_{h,0}}}{T_{p,h,0}p+1}, \quad (27)$$

де  $K_{F_{z,0}}$ ,  $K_{F_{h,0}}$  і  $T_{p,0}$ ,  $T_{p,h,0}$  – розрахункові значення коефіцієнтів передачі операторів і постійних часу відповідних аперіодичних ланок, що визначаються співвідношеннями

$$K_{F_{z,0}} = K_{F_{h,0}} = \frac{6 \cdot 10^4 \sin \varphi}{z_\phi n_{ш,0}} K_{p,0} = \frac{6 \cdot 10^4 K t_{p,0}}{z_\phi n_{ш,0}} \left[ \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{М}} \right], \quad n_{ш,0} \neq 0; \quad (28)$$

$$T_{p,0} = m_n \frac{a_0 \xi_0}{V_{p,0}} \text{ [с]}; \quad T_{p,h,0} = m_n \frac{(1+\mu_0 \xi_0) a_0}{\mu_0 V_{p,0}} \text{ [с]}; \quad V_{p,0} = \frac{\pi D_\phi n_{ш,0}}{60} \left[ \frac{\text{ММ}}{\text{с}} \right]; \quad (29)$$

$$a_0 = \sin \varphi \cdot s_{z_\phi,0}, \quad s_{z_\phi,0} = z_\phi^{-1} s_{об,0} \approx t_{s_{z,0}} V_{XB}^*(t), \quad t_{s_{z,0}} = z_\phi^{-1} n_{ш,0}^{-1}, \quad V_{XB}^*(t) = 6 \cdot 10^4 V_{PO}^*(t). \quad (30)$$

Зі співвідношень (26) ÷ (29) і даних роботи [11] нескладно визначити, що в сталих режимах подачі РО, тобто за  $p = 0$ , еталонні сили  $F_{z,e}$ ,  $F_{h,e}$  і  $F_{x,e}$  набувають вигляду

$$F_{z,e}(t) = F_{h,e}(t) = K_{F_{h,0}}(t_{p,0}, V_{p,0}) V_{PO}^*(t) = \frac{\pi D_\phi K t_{p,0}}{z_\phi V_{p,0}} V_{PO}^*(t); \quad (31)$$

$$F_{x,e}(t) = k_{xz} F_{z,e}(t), \quad (32)$$

де  $k_{xz}$  – коефіцієнт пропорційності між силами  $F_{x,e}$  та  $F_{z,e}$  (приймаємо [11]:  $k_{xz} = 0,55$ ). Кожному режиму динамічної рівноваги ПР відповідає заданий (фіксований) набір технологічних параметрів. Визначальним показником служить співвідношення між прийнятими значеннями частоти обертання шпинделя  $n_{ш} = n_{ш,0}$  і швидкості подачі РО за хвилину  $V_{XB}^* = V_{XB,0}^*$ .

При заданому (розрахунковому) значенні швидкості подачі  $V_{PO,0}^*$  [м/с] величина  $F_{h,0}$  визначається розрахунковим коефіцієнтом передачі  $K_{F_{h,0}}(t_{p,0}, V_{p,0})$  і відповідним йому значенням коефіцієнта тертя різання  $\mu = \mu_0$ , який визначається за характеристикою тертя різання (див. рис. 3), тобто

$$F_{h,0} = F_{h,0}(V_{p,0}, V_{PO,0}^*, \mu_0) = \mu_0 \cdot K_{F_{h,0}}(t_{p,0}, V_{p,0}) \cdot V_{PO,0}^* = \frac{\mu_0 \pi D_\phi K t_{p,0}}{z_\phi V_{p,0}} V_{PO,0}^*, \quad \mu_0 = \mu(V_{p,0}). \quad (33)$$

Динамічні зміни коефіцієнта тертя різання  $\mu$  в процесі подачі РО, обумовлені можливими технологічними відхиленнями ПР, як правило, можуть відбуватися в двох випадках: за зміни частоти обертання шпинделя  $n_{ш} = var$  і незмінної швидкості подачі за хвилину  $V_{XB}^* = V_{XB,0}^* = const \neq 0$  або за зміни подачі за хвилину  $V_{XB}^* = var$  і незмінній частоті обертання шпинделя  $n_{ш} = n_{ш,0} = const \neq 0$ . Природно, що в обох випадках, згідно (30), буде автоматично змінюватися (порівняно з розрахунковим значенням) величина  $s_{z_\phi}$  подачі РО на зуб фрези. Такі зміни параметрів ПР під час побудови миттєвих характеристик ДХП виду

$$F_h(t) = F_{h,p}[V_{PO,0}^*, V_p(t), \mu(V_p)] \quad \text{і} \quad F_h(t) = F_{h,PO}[V_{p,0}, V_{PO}^*(t), \mu(V_{PO}^*)] \quad (34)$$

з високим ступенем точності можуть бути враховані відповідними змінами коефіцієнта тертя різання  $\mu$ . У цьому випадку в процесі металообробки миттєві значення сили подачі  $F_h$ , згідно залежностей (33) і (34), визначаються з виразу

$$F_h(t) = \begin{cases} F_{h,p}[V_{PO,0}^*, V_p(t), \mu(V_p)] = \mu(V_p) \frac{\pi D_\phi K t_{p,0} V_{PO,0}^*}{z_\phi} V_p^{-1}(t) - \\ \quad \text{при } V_p(t) = var \text{ і } V_{XB}^*(t) = V_{XB,0}^* = const \neq 0; \\ F_{h,PO}[V_{p,0}, V_{PO}^*(t), \mu(V_{PO}^*)] = \mu(V_{PO}^*) K_{F_{h,0}}(t_{p,0}, V_{p,0}) V_{PO}^*(t) = \mu(V_{PO}^*) \frac{\pi D_\phi K t_{p,0}}{z_\phi V_{p,0}} V_{PO}^*(t) - \\ \quad \text{при } V_{XB}^*(t) = var \text{ і } V_p(t) = V_{p,0} = const \neq 0, \end{cases} \quad (35)$$

де значення функції  $\mu(V_{PO}^*)$  можуть бути отримані з рис. 3 з урахуванням рівнянь зв'язку швидкостей.

На рис. 4 для заданих значень глибини різання  $t_p = t_{p,0}$  (крива 1 за  $t_{p,0} = 0,08$  мм; 2 –  $t_{p,0} = 0,2$  мм; 3 –  $t_{p,0} = 0,5$  мм; 4 –  $t_{p,0} = 1,25$  мм) наведено графіки лінеаризованих залежностей (35) миттєвих значень сили подачі  $F_h$  від значень:  $a$  – окружної швидкості різання  $V_p$  (за  $V_{XB}^* = V_{XB,0}^* = const$ ),  $b$  – швидкості подачі  $V_{PO}^*$  (за  $V_p = V_{p,0} = const$ ). Залежності побудовані за  $z_\phi = 8$ ,  $K = 2549,729$  Н/мм<sup>2</sup> і  $D_\phi = 125$  мм для найбільш показового діапазону змін частоти обертання шпинделя: 20 об/хв  $\leq n_{ш} \leq 375$  об/хв. Видно, що характер отриманих кривих  $F_h$  аналогічний характеру експериментальних кри-

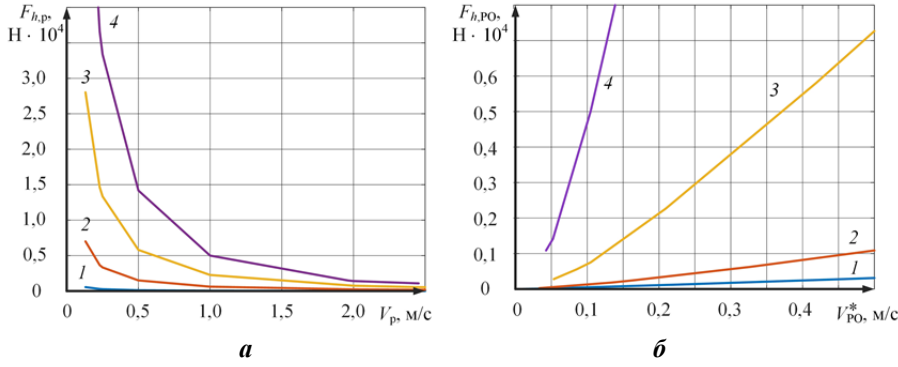


Рис. 4

16,362462 м/с ( $\mu \approx 0,34$ ),  $V_{хв,0}^* = 400$  мм/хв,  $V_{р0,0}^* = 6,66667 \cdot 10^{-3}$  м/с; при цьому розрахункове значення сили подачі  $F_{h,0} = 1,365023$  Н.

**4. Модель пружної системи верстата.** Попередньо виконаний необхідний розрахунок середнього значення жорсткості гвинтових передач для дводвигунного і однодвигунного МП верстата за навантаженні ГП гранично допустимими для приводів осьовими силами робочої подачі. Вважатимемо, що в стані динамічної рівноваги ПР податливість шпинделя і самої фрези в напрямку подачі РО виключаються. В цьому випадку вимушені відносні поздовжні коливання ПСВ «РО-різець», які викликають, згідно з ДХП (35), зміни сили подачі  $F_h$ , залежать тільки від параметрів механічної системи «МП-РО» і можуть бути наближено описані рівнянням другого порядку [13]

$$mp^2x(t) + (F'_{h,0} + \beta)px(t) + cx(t) = F_h(t), \quad (36)$$

де  $x \equiv \delta S_{PO}$  – відносна зміна положення (поздовжнє зміщення) системи «МП-РО» внаслідок зміни сили  $F_h$  в момент часу  $t_0$ , мм;  $m$  – наведена маса системи «МП-РО», яка включає масу РО і полозків (див. рис. 1 і 2) (для дводвигунного МП приймаємо:  $m = m_{\max} = m_{\text{вир}} + m_{\text{ст}} + m_{\text{РОРС}} + m_{\text{пол}} = 6000 + 2500 + 500 + 500 = 9500$  кг);  $F'_{h,0}$  – тангенс кута нахилу характеристики сили подачі  $F_h$  (35), який визначається в момент часу  $t_0$  руху ПСВ «РО-різець» за розрахункових значень параметрів ПР, Н · с/м:  $F'_{h,0} = dF_{h,0}/dV_p$ ;  $c$  – розрахунковий наведений коефіцієнт жорсткості системи «МП-РО», який визначається сумарною осьовою жорсткістю послідовно з'єднаних гвинтових передач ГП1 і ГП2 МП, Н/мм (приймаємо:  $c = c_0 = 249,537 \cdot 10^3$  Н/мм);  $\beta$  – розрахунковий наведений коефіцієнт в'язкого тертя, який визначається сумою різних непружних сил, пропорційних швидкості зміщення РО  $\dot{x} \equiv px$ , Н · с/м.

Проаналізуємо рівняння (36) докладніше. Поздовжнє зміщення  $x$  механічної системи «МП-РО», яке входить до (36), з урахуванням розмірності еталонного оператора різання (22) зазвичай визначається в міліметрах і може бути представлено у вигляді

$$x(t) \equiv \delta S_{PO}(t) = S_{PO}(t) - S_{PO}^*(t), \quad (37)$$

де  $S_{PO}$  і  $S_{PO}^*$  – відповідно задане і фактичне (з урахуванням впливу ПСВ) положення РО у поточну мить  $t$  ( $t > t_0$ ), мм. Тоді миттєва швидкість подачі  $V_{PO}^*$  [м/с], згідно (30) і (37), з високим ступенем точності визначається співвідношеннями

$$V_{PO}^*(t) = V_{PO}(t) - \dot{x}(t) = V_{PO}(t) - \delta V_{PO}(t); \quad (38)$$

$$\delta V_{PO}(t) = k_{\delta V, \delta S}^* \cdot \delta S_{PO}(t); \quad k_{\delta V, \delta S}^* = 10^{-3} k_{\delta V, \delta S}; \quad k_{\delta V, \delta S} = (60 \cdot t_{s_z})^{-1} = \frac{z_{\phi} n_{ш,0}}{60}, \quad (39)$$

де  $V_{PO}$  і  $\delta V_{PO}$  – відповідно задана швидкість подачі та відносна зміна швидкості (швидкість зміщення) РО, м/с;  $k_{\delta V, \delta S}$  – коефіцієнт перетворення пружного зміщення  $\delta S_{PO}$  системи «МП-РО» в її швидкість зміщення  $\delta V_{PO}$ , с<sup>-1</sup>. Із залежностей (36) – (39) з урахуванням еталонного налаштування ПР [див. розд. 3, формули (22), (27) – (30)] отримуємо рівняння швидкості зміщення та еталонний оператор пружного поздовжнього зміщення РО

$$\dot{x}(t) \equiv \delta V_{PO}(t) = k_{\delta V, \delta S}^* W_{ПСВ,е}(p) F_h(t); \quad W_{ПСВ,е}(p) = \frac{K_{ПСВ,0}}{T_2 p^2 + T_1 p + 1}; \quad (40)$$

$$K_{ПСВ,0} = c_0^{-1}; \quad T_2 = T_0^2 = 10^{-3} m c_0^{-1} [\text{с}^2]; \quad T_1 = 2\xi T_0 = 10^{-3} (F'_{h,0} + \beta) c_0^{-1} [\text{с}], \quad (41)$$

де  $W_{ПСВ,е}(p)$  і  $K_{ПСВ,0}$  – еталонний оператор ПСВ і розрахунковий коефіцієнт передачі (податливість системи) оператора ПСВ «РО-різець», мм/Н;  $T_0$  і  $\xi$  – розрахунковий період власних недемпфованих

вих для коефіцієнта тертя різання  $\mu$  на рис. 3. При цьому для оптимальних режимів динамічної рівноваги ПР за різних  $t_p$  (див. рис. 4) прийняті технологічно узгоджені залежності між визначальними параметрами ПР, наприклад, для  $t_p = 0,08$  мм (крива 1):  $n_{ш} = 2500$  об/хв,  $V_{p,0} =$

коливань та коефіцієнт демпфування ПСВ. З виразів (40) і (41) неважко бачити, що в теоретично ідеалізованому випадку нескінченно великої жорсткості пружної системи «МП-РО», коли  $c_0 = \infty$ , для коефіцієнта передачі оператора ПСВ виконується:  $K_{\text{ПСВ},0} = 0$ , і модель ПСВ «РО-різець» (36) можна не враховувати, тому що вона не впливає на якість подачі РО. На підставі (40) і (41) у роботі виконано розрахунок параметрів ПСВ для двоканального та одноканального ЕП подачі.

**5. Модель умовного компенсатора процесу різання.** Підставимо (24) з урахуванням (27) у перше рівняння виразу (40). Тоді для оператора узагальненої динамічної моделі процесу різання, який зв'язує миттєві значення швидкості подачі РО і швидкості пружного поздовжнього зміщення РО, знаходимо

$$\delta V_{\text{РО}}(t) = W_{\delta V_{\text{РО}}, V_{\text{РО}}^*}(p, \mu) V_{\text{РО}}^*(t); \quad (42)$$

$$W_{\delta V_{\text{РО}}, V_{\text{РО}}^*}(p, \mu) = \mu \cdot k_{\delta V, \delta S}^* W_{\text{ПСВ}, e}(p) W_{F_{h, e}}(p) = \frac{\mu \cdot K_{\delta V_{\text{РО}}, V_{\text{РО}}^*, 0}}{(T_{p, h, 0} p + 1)(T_2 p^2 + T_1 p + 1)}, \quad (43)$$

де  $K_{\delta V_{\text{РО}}, V_{\text{РО}}^*, 0}$  – безрозмірний розрахунковий коефіцієнт передачі УДМ ПР, який визначається, згідно (28) і (39), другого рівняння виразу (40), співвідношень (22) і (41), залежністю

$$K_{\delta V_{\text{РО}}, V_{\text{РО}}^*, 0} = k_{\delta V, \delta S}^* K_{F_{h, 0}} K_{\text{ПСВ}, 0} = \frac{6 \cdot 10^4 k_{\delta V, \delta S}^* K_{p, 0} \sin \varphi}{z_{\varphi} n_{\text{ш}, 0}} K_{\text{ПСВ}, 0} = K_{p, 0} K_{\text{ПСВ}, 0} \sin \varphi = \frac{K \cdot t_{p, 0}}{c_0}. \quad (44)$$

Тоді оператор, який зв'язує миттєві значення заданої швидкості  $V_{\text{РО}}(t)$  та швидкості подачі  $V_{\text{РО}}^*(t)$ , що враховує вплив УДМ ПР, згідно (38) і (42), (43), визначається співвідношеннями:

$$V_{\text{РО}}^*(t) = W_{V_{\text{РО}}^*, V_{\text{РО}}}(p, \mu) V_{\text{РО}}(t); \quad (45)$$

$$W_{V_{\text{РО}}^*, V_{\text{РО}}}(p, \mu) = \frac{1}{1 + W_{\delta V_{\text{РО}}, V_{\text{РО}}^*}(p, \mu)} = \frac{T_{p, h, 0} T_2 p^3 + (T_2 + T_{p, h, 0} T_1) p^2 + (T_{p, h, 0} + T_1) p + 1}{T_{p, h, 0} T_2 p^3 + (T_2 + T_{p, h, 0} T_1) p^2 + (T_{p, h, 0} + T_1) p + 1 + \mu \cdot K_{\delta V_{\text{РО}}, V_{\text{РО}}^*, 0}}. \quad (46)$$

З (45) і (46) визначаємо розрахункову динамічну модель УКПР. В результаті рівняння, яке визначає компенсацію впливу УДМ ПР, і оператор моделі УКПР  $W_{\text{УКПР}}(p, \mu)$  приймають вигляд

$$V_{\text{РО}, \text{різ}}(t) = W_{\text{УКПР}}(p, \mu) V_{\text{РО}}^*(t); \quad (47)$$

$$W_{\text{УКПР}}(p, \mu) = W_{V_{\text{РО}}^*, V_{\text{РО}}}^{-1}(p, \mu) = \frac{K_{\text{УКПР}}(\mu) \left[ \frac{T_{p, h, 0} T_2}{K_{\text{УКПР}}(\mu)} p^3 + \frac{T_2 + T_{p, h, 0} T_1}{K_{\text{УКПР}}(\mu)} p^2 + \frac{T_{p, h, 0} + T_1}{K_{\text{УКПР}}(\mu)} p + 1 \right]}{T_{p, h, 0} T_2 p^3 + (T_2 + T_{p, h, 0} T_1) p^2 + (T_{p, h, 0} + T_1) p + 1}, \quad (48)$$

де  $V_{\text{РО}, \text{різ}}$  – швидкість подачі РО у процесі металообробки з урахуванням компенсації впливу УДМ ПР, м/с;  $K_{\text{УКПР}}(\mu)$  – безрозмірний коефіцієнт передачі динамічної моделі УКПР

$$K_{\text{УКПР}}(\mu) = 1 + \mu \cdot K_{\delta V_{\text{РО}}, V_{\text{РО}}^*, 0}. \quad (49)$$

З виразів (43) – (49) випливає, що за рівності нулю будь-якого з параметрів у чисельнику оператора (43) узагальнений коефіцієнт передачі УДМ ПР  $\mu \cdot K_{\delta V_{\text{РО}}, V_{\text{РО}}^*, 0} = 0$ , оператор моделі УКПР  $W_{\text{УКПР}}(p, \mu) = 1$ , і ПР можна не враховувати у динамічній моделі ЕП подачі, тому що ПР не впливає на якість подачі РО приводом МП верстата. На підставі (48) і (49) виконано розрахунок параметрів моделі УКПР для двоканального та одноканального ЕП на прикладі відпрацювання переміщення РО  $S_{\text{зад}} = 1$  мм за глибини різання  $t_p = t_{p, 0} = 0,2$  мм,  $\mu = \mu_0 = 0,316$  і розрахованих параметрах УДМ ПР.

**6. Структурно-алгоритмічна схема ітераційного двоканального ЕП подачі.** Структурно-алгоритмічна схема ітераційного двоканального компенсованого ЕП подачі з двома ГП та СПР-налаштуванням каналів керування К-1 і К-2, яка включає модель УДМ ПР (42) – (46) і відповідний їй компенсатор УКПР (47) – (49), враховує вплив на динаміку подачі нелінійностей тертя в МП (розд. 2) і в РО (розд. 3) в процесі різання, та побудована з урахуванням уточненої математичної моделі руху привода (1) – (20) стосовно поздовжньої подачі РО металорізального верстата моделі 24К70АФ4, наведена на рис. 5.

На рисунку крім введених скорочень додатково позначені: *ФРРК* – формувач режимів роботи каналів, який спрощено ілюструє можливості автоматичної реалізації в схемі системи керування ЕП, окрім ітераційного, інших необхідних режимів взаємодії каналів К-1 і К-2 та одночасного корегування (відповідно до режиму роботи) параметрів моделей їхніх механічних частин (пунктирні лінії); *ФМН ХГв1* і *ФМН ХГв2* – формувачі моментів навантаження, що враховують вплив нелінійностей ПР і наведені відповідно до валів гвинтів ХГв1 і ХГв2; *ФМ* – формувач моменту на валу двигуна Д2 в ЕП уточнюючого каналу К-2; *БППР* – блок підключення ПР, який реалізує можливість як врахування, так і неврахування УДМ ПР в ЕП подачі верстата. Штрих пунктирними лініями, зокрема, показані зворотні зв'язки, які забезпечують реалізацію в схемі ітераційної системи керування послідовно-паралельного підключення уточнюючого каналу К-2 до роботи основного каналу К-1 для досягнення максимальної ефективності функціонування двоканального ЕП в зоні середніх та великих переми-

шень РО ( $0,006 \text{ мм} \leq S_{PO} \leq 2000 \text{ мм}$ ). Потрібні зв'язки в схемі автоматично встановлюються виконавчим блоком перемикачів, який керується імпульсами від формувача ФРПК за результатами аналізу (логічними схемами останнього) поточних значень величин неузгодженості  $\varepsilon_1$  та  $\varepsilon_2$  в позиційних контурах каналів.

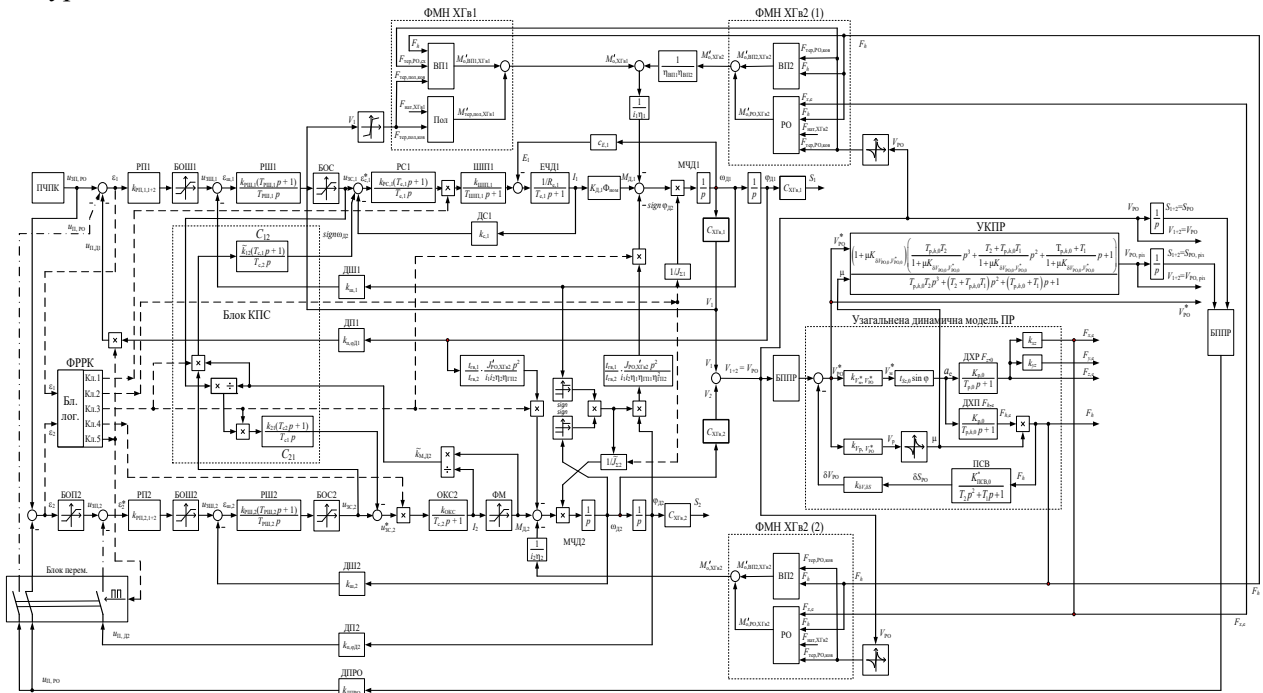


Рис. 5

На підставі розробленої структурно-алгоритмічної схеми запропонованого двоканального ЕП МП побудовано адекватні динамічні імітаційні комп'ютерні моделі двоканального і традиційного одноканального ЕП подачі для класу подібних прецизійних верстатів та обробних центрів з інерційним навантаженням. Комп'ютерне моделювання дало змогу одержати оціночні електродинамічні характеристики та виконати порівняльний аналіз показників якості функціонування порівнюваних ЕП подачі.

**Висновки. 1.** Запропоновано варіант спрощеної схеми конструкції і наведена відповідна кінематична схема дводвигунного безредукторного ПМ з двома гвинтовими передачами для ітераційного двоканального ЕП поздовжньої подачі робочого органу (робочого столу з виробом) координатного багатоцільового металорізального верстата особливо високої точності моделі 24K70AФ4. Для запропонованого двоканального ЕП визначені необхідні компенсатори негативного динамічного взаємовпливу основного К-1 і уточнюючого К-2 каналів керування за навантаженням.

**2.** Отримано уточнену узагальнену математичну модель усталеного руху двоканального компенсованого ЕП подачі з двома ГП. У математичній моделі враховано вплив нелінійностей тертя ковзання в елементах МП і тертя різання в РО верстата під час металообробки; враховано основні статичні моменти опору навантаження, які діють у запропонованому ЕП. На підставі аналізу експериментальних даних отриманої графіки лінеаризованих залежностей коефіцієнта тертя різання  $\mu$  від швидкості різання  $V_p$ , побудовані за різних заданих значеннях глибини різання  $t_p$ .

**3.** Стосовно режиму симетричного торцевого фрезерування побудована еталонна динамічна модель ПР, яка встановлює залежність між еталонною силою подачі  $F_{h,e}$  та миттєвою швидкістю подачі  $V_{PO}^*$ . Визначені співвідношення та отримані графіки залежностей миттєвих значень сили подачі  $F_h$  від еталонної сили подачі  $F_{h,e}$ , значення коефіцієнта тертя різання  $\mu$  та миттєвих значень як швидкості різання  $V_p$ , так і швидкості подачі  $V_{PO}^*$ . Розрахована середня жорсткість ГП і побудована УДМ ПР, яка включає моделі ПР та механічної ПСВ «РО-різець» та зв'яже миттєві значення швидкості подачі  $V_{PO}^*$  і швидкості пружного поздовжнього зміщення РО  $\delta V_{PO}$  під час металообробки.

**4.** Отримана фізично реалізовану динамічну модель оператора компенсатора УКПР, яка враховує динаміку зміни коефіцієнта тертя різання  $\mu$  через зміни визначальних параметрів ПР. Динамічна модель УКПР показує потенційну можливість компенсації в ЕП негативного впливу на якість по-



дачі РО відхилень, обумовлених як податливістю механічної системи «МП-РО», так і впливом динаміки ПСВ «РО-різець».

5. Побудовано структурно-алгоритмічну схему ітераційного двоканального компенсованого ЕП подачі з двома ГП і СПР-налаштуванням каналів керування, яка включає структурну модель УДМ ПР і модель відповідного компенсатора УКПР і враховує вплив нелінійностей тертя в навантаженні привода.

6. Попередні результати моделювання показали, що запропонований ітераційний ЕП з двома ГП і СПР-налаштуванням каналів має значні (кратні) переваги в швидкодії та точності керування подачею інерційного РО перед традиційними одноканальними ЕП подачі, які встановлюють на сучасні прецизійні верстати та обробні центри. Переваги двоканального ЕП виявлені як у точності відтворення законів керування, так і в підвищенні швидкодії відпрацювання стрибкоподібних завдань в усьому діапазоні подачі верстата:  $0 < S_{PO} \leq 2000$  мм. Найбільший ефект має місце в зоні малих і середніх переміщень:  $0 < S_{PO} < 1$  мм, де і досягається реалізація особливо високої точності керування і позиціонування РО. Аналіз електродинамічних характеристик ЕП є матеріалом окремої статті.

1. Кузнецов Б.И., Новоселов Б.В., Богаенко И.Н., Рюмшин Н.А. Проектирование многоканальных систем оптимального управления. К.: Техніка, 1993. 245 с.

2. Hemi Jae Park, Dong Sung Lee, Jong Ho Park. Ultra-precision positioning system for servo motor–piezo actuator using the dual servo loop and digital filter implementation, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2001. Vol. 41. Issue 1. Pp. 51–63. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0890-6955\(00\)00061-4](https://doi.org/10.1016/S0890-6955(00)00061-4).

3. Худяев А.А., Поленок В.В., Голобородько С.В. Структурно-алгоритмическая схема итерационного двухканального электропривода подачи с двумя винтовыми парами и учётом процесса резания. *Вісник НТУ «ХПИ»*. 2015. № 12 (1121). С. 111 – 117.

4. Yang M., Li L., Zhang C., Huang Y., Wu H., Feng, B. Research on Continuous Error Compensation of a Sub-Arc-Second Macro/Micro Dual-Drive Rotary System. *Micromachines*. 2022. Issue 13. Pp. 16–62. DOI: <https://doi.org/10.3390/mi13101662>.

5. Yamazaki, Takanori. Experimental Study on Dynamic Behavior of High Precision Servo Motor for Machine Tools. *Applied Mechanics and Materials*. 2017. Vol. 863. Pp. 224–228. Trans Tech Publications, Ltd. DOI: <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/amm.863.224>.

6. Kuznetsov B.I., Nikitina T.B., Kolomiets V.V., Bovdui I.V. Improving of Electromechanical Servo Systems Accuracy. *Electrical Engineering & Electromechanics*. 2018. No 6. Pp. 33 – 37. DOI: <https://doi.org/10.20998/2074-272X.2018.6.04>.

7. Zhao W., Qu J., Li J., Sue N., Shi G., Liu J. Research on quality analysis of solid-liquid two-phase abrasive flow precision machining based on different sub-grid scale models. *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* 2022. Vol. 119. Pp. 1693–1706. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00170-021-07604-3>.

8. Huang T., Yueting K., Du S., Zhang Q., Luo Z., Tang Q., Yang K. A survey of modeling and control in ball screw feed-drive system. *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* 2022. Vol. 121. Pp. 2923 – 2946. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00170-022-09506-4>.

9. Худяев А.А. Математическая модель движения итерационного двухканального электропривода механизма подачи с двумя винтовыми парами. *Вісник НТУ «ХПИ»*. 2015. № 12 (1121). С. 83 – 88.

10. Худяев А.А., Акимов Л.В., Поленок В.В. Компенсация динамического взаимовлияния между каналами в итерационном двухканальном дифференциальном электроприводе механизма подачи станка. *Електро-механічні і енергозберігаючі системи*. 2015. Вып. 2/2015 (30). С. 52 – 66.

11. Справочник технолога машиностроителя. Т. 2. Под ред. А.Г. Косиловой и Р.К. Мещерякова. М.: Машиностроение, 1985. 496 с.

12. Орликов М.Л. Динамика станков. К.: Выща школа, 1989. 272 с.

13. Худяев А.А. Устойчивость системы «резец-деталь» в приводах подач металлорежущих станков. *Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы*. 2001. №1 (8). С. 79 – 85.

## DYNAMIC MODEL OF AN ITERATIVE ELECTRIC FEED DRIVE WITH TWO SCREW GEARS FOR PRECISION MACHINE TOOLS AND MACHINING CENTERS

O.A. Khudiyayev, D.O. Pshenychnykov, V.B. Klepikov, I.V. Obruch  
National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute»,  
Kirpichova str., 2, Kharkiv, 61002, Ukraine. E-mail: [pshenichdm@gmail.com](mailto:pshenichdm@gmail.com)

A variant of a simplified design diagram is proposed and the corresponding kinematic diagram of a two-motor gearless drive mechanism with two screw gears (SG) is given for an iterative two-channel electric drive for the longitudinal feed of the working tool (worktable with a product) of a coordinate multi-purpose metal-cutting machine of especially high precision, model 24K70AF4. Compensators of the negative dynamic interaction of load control channels have been determined. A generalized dynamic model of the cutting process has been constructed, taking into account both the inertia of the cutting process and the influence of the machine “WT-cutter” elastic system dynamics. A dynamic model of a conditional compensator for the cutting process is determined and calculated. A refined mathematical model of motion in steady-state feed modes of the two-channel electric drive has been obtained, taking into account the compensation of the dynamic interaction of the channels on the load and the influence of friction nonlinearities in the drive mechanism and the working tool of the machine. A structural-algorithmic diagram of an iterative two-channel compensated feed electric drive with two SGs and subordinated adjustment of control channels has been designed. The diagram includes a generalized dynamic model of the cutting process and a dynamic model of the corresponding conditional compensator for the cutting process, and also takes into account the main static moments of resistance and non-linearity of friction in the drive load. References 13, tables 2, figures 5.

**Key words:** iterative two-channel electric drive, generalized dynamic model of the cutting process, friction characteristics, elastic system of the machine, conditional compensator of the cutting process.

1. Kuznetsov B.I., Novoselov B.V., Bogaenko I.N., Ryumshin N.A. Design of multi-channel optimal control systems. Kyiv: Tekhnika, 1993. 245 p. (Rus).
2. Hemi Jae Park, Dong Sung Lee, Jong Ho Park. Ultra-precision positioning system for servo motor–piezo actuator using the dual servo loop and digital filter implementation, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2001. Vol. 41. Issue 1. Pp. 51–63. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0890-6955\(00\)00061-4](https://doi.org/10.1016/S0890-6955(00)00061-4).
3. Khudiyev A.A., Polenok V.V., Holoborodko S.V. Structural and algorithmic diagram of an iterative two-channel electric feed drive with two screw pairs and taking into account the cutting process. *Vestnik NTU “KhPI”*. 2015. No 12 (1121). Pp. 111–117. (Rus).
4. Yang M., Li L., Zhang C., Huang Y., Wu H., Feng B. Research on Continuous Error Compensation of a Sub-Arc-Second Macro/Micro Dual-Drive Rotary System. *Micromachines*. 2022. Issue 13. Pp. 16–62. DOI: <https://doi.org/10.3390/mi13101662>.
5. Yamazaki, Takanori. Experimental Study on Dynamic Behavior of High Precision Servo Motor for Machine Tools. *Applied Mechanics and Materials*. 2017. Vol. 863. Pp. 224–228. Trans Tech Publications, Ltd. DOI: <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/amm.863.224>.
6. Kuznetsov B.I., Nikitina T.B., Kolomiets V.V., Bovdui I.V. Improving of Electromechanical Servo Systems Accuracy. *Electrical Engineering & Electromechanics*. 2018. No 6. Pp. 33 – 37. DOI: <https://doi.org/10.20998/2074-272X.2018.6.04>.
7. Zhao W., Qu J., Li J., Sue N., Shi G., Liu J. Research on quality analysis of solid-liquid two-phase abrasive flow precision machining based on different sub-grid scale models. *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* 2022. Vol. 119. Pp. 1693–1706. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00170-021-07604-3>.
8. Huang T., Yueting K., Du S., Zhang Q., Luo Z., Tang Q., Yang K. A survey of modeling and control in ball screw feed-drive system. *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* 2022. Vol. 121. Pp. 2923 – 2946. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00170-022-09506-4>.
9. Khudiyev A.A. Mathematical model of the motion of an iterative two-channel electric drive of a feed mechanism with two screw pairs. *Vestnik NTU “KhPI”*. 2015. No 12 (1121). Pp. 83–88. (Rus).
10. Khudiyev A.A., Akimov L.V., Polenok V.V. Compensation of dynamic mutual influence between channels in an iterative two-channel differential electric drive of a machine feed mechanism. *Elektromekhanichni i enerhozberigauchi systemy*. 2015. No 2/2015 (30). Pp. 52–66. (Rus).
11. Handbook of mechanical engineering technologist. Vol. 2. Edited by A.G. Kosilovoi, R.K. Meshcheriakova. Moskva: Mashinostroenie, 1985. 496 p. (Rus).
12. Orlikov M.L. Machine dynamics. Kiev: Vyshcha shkola, 1989. 272 p. (Rus).
13. Khudiyev A.A. Stability of the “cutter-workpiece” system in feed drives of metal-cutting machines. *Avtomatika. Avtomatizatsiia. Elektrotekhnicheskie komplekxy i sistemy*. 2001. No 1 (8). Pp. 79–85. (Rus).

Надійшла 12.03.2024  
Остаточний варіант 08.05.2024

**МОДЕЛЬ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗПОДІЛУ ГІДРОРЕСУРСІВ ГЕС З РЕЗЕРВУВАННЯМ ПОТУЖНОСТЕЙ ДЛЯ НАДАННЯ ДОПОМІЖНИХ ПОСЛУГ АВТОМАТИЧНОГО ВІДНОВЛЕННЯ ЧАСТОТИ**

Є.В. Парус<sup>\*</sup>, канд. техн. наук, І.В. Блінов<sup>\*\*</sup>, докт. техн. наук, В.О. Мірошник<sup>\*\*\*</sup>, канд. техн. наук, О.Б. Рибіна, канд. техн. наук, Д.О. Олефір<sup>\*\*\*\*</sup>, В.В. Сичова<sup>\*\*\*\*\*</sup>  
Інститут електродинаміки НАН України,  
пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна.  
E-mail: [paruseugene@gmail.com](mailto:paruseugene@gmail.com); [blinovihor@gmail.com](mailto:blinovihor@gmail.com).

*Роботу присвячено розробці математичної моделі задля оптимального розподілу гідроресурсів по гідроагрегатах ГЕС для виробництва електричної енергії та надання послуг автоматичних резервів відновлення частоти. Наведено концепцію побудови математичної моделі для задачі оптимізації. Ціль оптимізації – максимізація вигоди генеруючої компанії від використання наявних гідроресурсів для виробництва електричної енергії та надання послуг регулювання режимів ОЕС України. Досліджено області визначення основних характеристик режиму роботи гідроагрегатів ГЕС та сформовано систему обмежень на потужність завантаження гідроагрегату. Визначено систему обмежень для контролю балансу гідроресурсів у водосховищі та систему обмежень для контролю значень водостоків для ГЕС. Для рівня енергогенеруючої компанії сформовано систему обмежень контролю мінімальних значень обсягів електричної енергії та допоміжних послуг на виконання вже укладених угод, а також систему обмежень контролю обсягів електричної енергії та допоміжних послуг в межах прогнозованих обсягів ринкового попиту. Обґрунтовано структуру та описано складові цільової функції. Визначено підходи до розв'язання задачі прогнозу обсягів небалансів електричної енергії на балансуєчому ринку України. Досліджено особливості процесів пошуку оптимальних рішень щодо рівнів завантаження гідроагрегатів ГЕС наявними гідроресурсами. Відзначено наявність ефектів «економічної недоцільності повного використання наявних гідроресурсів» та досліджено основні наслідки проявів цього ефекту. Бібл. 12, рис. 3, табл. 2.*

**Ключові слова:** гідроелектростанція, ринок електричної енергії, оптимальне використання гідроресурсів, автоматичний резерв відновлення частоти.

**Вступ.** Електроенергетична галузь розвивається в умовах паралельної роботи об'єднаної енергосистеми (ОЕС) України [1] з об'єднанням енергосистем в країнах континентальної Європи (ENTSO-E), збільшення кількості виробників з відновлюваних джерел енергії (ВДЕ) в її загальному балансі та функціонування ринку електричної енергії [2]. Причому збільшення обсягів відпуску електричної енергії виробниками з ВДЕ, руйнування енергетичної інфраструктури внаслідок бойових дій та низька точність прогнозування споживання електричної енергії призводять до появи значних небалансів електричної енергії в ОЕС України, що обумовлює додаткову потребу у плануванні та використанні резервів для регулювання режимів роботи ОЕС України, зокрема за рахунок допоміжних послуг виробників електричної енергії. У структурі виробничих потужностей ОЕС України гідроелектростанції (ГЕС) відіграють важливу роль постачальника послуги відновлення частоти [3]. В умовах отримання аварійних диспетчерських команд від оператора системи передачі (ОСП) фактичні графіки завантаження генераторів ГЕС можуть суттєво відхилятися від планових. Також до такого відхилення призводить активація послуг регулювання режиму ОЕС України в обсягах менших за попередньо зарезервовані для цих потреб. Все це обумовлює появу відхилень між плановими та фактичними обсягами витрат гідроресурсів та, відповідно, потребу у коригуванні добових обсягів витрат гідроресурсів задля приведення рівня заповнення водосховища до планових показників з урахуванням потреб щодо підтримки екологічних норм та безперебійності водозабезпечення населення. Задля підвищення ефектив-

© Парус Є.В., Блінов І.В., Мірошник В.О., Рибіна О.Б., Олефір Д.О., Сичова В.В., 2024  
ORCID: \* <https://orcid.org/0000-0001-9087-3902>; \*\* <https://orcid.org/0000-0001-8010-5301>;  
\*\*\* <https://orcid.org/0000-0001-9036-7268>; \*\*\*\* <https://orcid.org/0000-0002-1154-6127>;  
\*\*\*\*\* <https://orcid.org/0000-0001-7385-1680>

ності планування роботи ГЕС в сучасних умовах ринку електричної енергії України актуальною є задача розподілу наявних гідроресурсів з врахуванням резервування виробничих потужностей ГЕС для надання ними допоміжних послуг ОСП, зокрема послуги автоматичного відновлення частоти (аРВЧ) на завантаження (аРВЧз) і розвантаження (аРВЧр) генераторів ГЕС.

**Метою статті** є опис розробленої математичної моделі розв'язання задачі оптимального розподілу наявних гідроресурсів ГЕС з врахуванням резервування виробничих потужностей на потреби регулювання режимів ОЕС України як послуги автоматичного відновлення частоти на завантаження і на розвантаження генераторів ГЕС.

**Складові математичної моделі.** Основна мета реалізації виробничих процесів для енергетичної компанії – отримання прибутку від продажу електричної енергії та послуг аРВЧз і аРВЧр. Відповідно основна ціль математичної моделі (рис. 1) для оптимізації використання наявних гідроресурсів – максимізація вигоди (тобто отримання доходу чи зменшення збитків) від продажу електричної енергії та послуг регулювання режимів у сегментах ринку електричної енергії України.

Побудова цільової функції передбачає визначення та узгодження технічних характеристик об'єкту оптимізації, формування системи обмежень, визначення даних щодо кон'юнктури ринку і умов надходження гідроресурсів, а також формалізації критеріїв пошуку оптимального рішення.

До вхідних даних задачі оптимізації (окрім техніко-економічних характеристик устаткування гідротехнічних вузлів каскаду ГЕС) відносяться плани добового регулювання рівнів заповнення водосховищ у каскаді ГЕС [4], якими визначається су-



Рис. 1

марний за добу обсяг спуску води через ГЕС. Для означення коефіцієнтів цільової функції використовуються прогнольні значення цін в ринкових сегментах.

Математична модель загалом відповідає визначенням в [5] підходам до розв'язання задач оптимізації режимів роботи ГЕС, але при цьому враховуються особливості ролі каскадів ГЕС у структурі виробничих потужностей ОЕС України, а також особливості участі «Укргідроенерго» в сегментах ринку електричної енергії України. Математична модель задачі оптимізації складається з трьох рівнів: рівень гідроагрегату (ГА), рівень гідротехнічного вузла та корпоративний рівень. На рівні ГА реалізовано формальний опис різних режимів функціонування ГА, визначені обмеження рівнів завантаження ГА та формалізовано критерії оптимізації для цільової функції. На рівні гідротехнічного вузла реалізовані рівняння балансів та обмеження на обсяги гідроресурсів у водосховищі, а також рівняння балансів та обмеження обсягів потоку води від ГЕС. На корпоративному рівні визначено систему обмежень мінімальних (на забезпечення вже укладених угод) обсягів виробництва електричної енергії та резервів допоміжних послуг. Крім того, на основі прогнозу попиту на електричну енергію і допоміжні послуги визначені обмеження максимальних обсягів пропозиції електричної енергії та допоміжних послуг.

Математична модель для задачі оптимізації витрат гідроресурсів у каскаді ГЕС сформована з використанням лінійних рівнянь із обчисленнями бінарних, цілих та дійсних змінних. Тому розглянута у публікації задача оптимізації належить до класу задач змішаного цілочисельного лінійного програмування (MILP) [6]. Для виконання розрахунків передбачається використовувати існуючі методи та засоби оптимізації, які застосовуються для розв'язання задач розподілу обмежених [7] чи розподілених [8] енергоресурсів. Тому опис цільової функції та системи обмежень приведено до нормалізо-

ваної форми як універсального подання математичної моделі для використання у більшості сучасних засобів оптимізації [9].

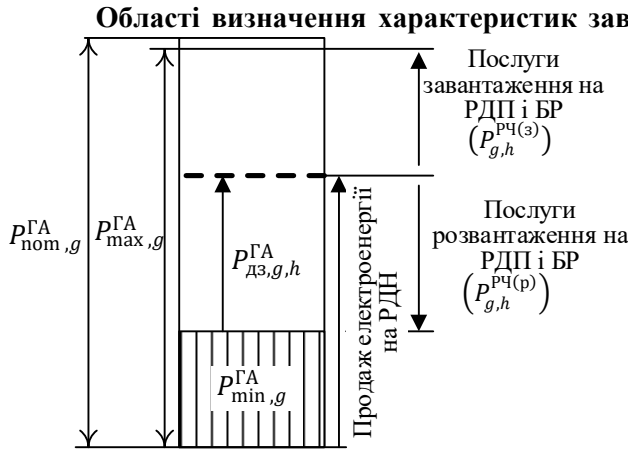


Рис. 2

Для кожного  $g$ -го ГА на кожну годину  $h$  передбачені бінарна змінна  $IsOn_{g,h}$ , якою за результатами оптимізації визначається стан ГА «в роботі», та бінарна змінна  $IsNR_{g,h}$ , якою за результатами оптимізації визначається стан готовності до надання послуги аРВЧ.

Обмеження рівнів завантаження  $g$ -го ГА

на кожну розрахункову годину  $h$

$$\begin{cases} P_{дз,г,h}^{ГА} \geq 0 \\ IsOn_{g,h} \cdot (P_{ном,г}^{ГА} - P_{мин,г}^{ГА}) + IsNR_{g,h} \cdot (P_{max,г}^{ГА} - P_{ном,г}^{ГА}) - P_{дз,г,h}^{ГА} \geq 0 \end{cases} \forall g \in \text{ГЕС} \wedge h = [1..24],$$

де  $P_{дз,г,h}^{ГА}$  – потужність завантаження  $g$ -го ГА вище рівня мінімального завантаження на розрахункову годину  $h$  (змінна оптимізації), МВт.

Якщо за результатами оптимізації для  $g$ -го ГА на годину  $h$  отримано значення  $IsOn_{g,h} = 1$ , то ГА у цю годину знаходиться в роботі із завантаженням не менше, ніж значення мінімально стійкого  $P_{мин,г}^{ГА}$ . Потужність завантаження  $g$ -го ГА на годину  $h$  вище мінімального рівня визначається за результатами оптимізації змінною дійсного типу  $P_{дз,г,h}^{ГА}$ . При цьому, якщо за результатами оптимізації  $g$ -й ГА на годину  $h$  не знаходиться у стані готовності до надання аРВЧ ( $IsNR_{g,h} = 0$ ), то завантаження ГА обмежено значенням номінальної потужності  $P_{ном,г}^{ГА}$ . Якщо за результатами оптимізації  $g$ -й ГА на годину  $h$  знаходиться у стані готовності до надання аРВЧ ( $IsNR_{g,h} = 1$ ), то завантаження ГА обмежено значенням ліцензованого максимуму потужності у цьому режимі  $P_{max,г}^{ГА}$ . Якщо за результатами оптимізації для  $g$ -го ГА на годину  $h$  отримано значення  $IsOn_{g,h} = 0$ , то ГА у цю годину знаходиться в резерві і система обмежень зводить значення  $P_{дз,г,h}^{ГА}$  до нуля.

Аналогічно встановлене за результатами оптимізації значення бінарної змінної  $IsNR_{g,h}$  впливає на межі значень обсягів резервів на завантаження й розвантаження. Так резерви потужності для послуги аРВЧз для  $g$ -го ГА на кожну розрахункову годину  $h$  обмежені діапазоном

$$\begin{cases} P_{г,h}^{aРВЧ(з)} \geq 0 \\ IsNR_{g,h} \cdot P_{max,г}^{aРВЧз} - P_{г,h}^{aРВЧ(з)} \geq 0 \\ IsOn_{g,h} \cdot (P_{ном,г}^{ГА} - P_{мин,г}^{ГА}) + IsNR_{g,h} \cdot (P_{max,г}^{ГА} - P_{ном,г}^{ГА}) - P_{дз,г,h}^{ГА} - P_{г,h}^{aРВЧ(з)} \geq 0 \end{cases} \forall g \in \text{ГЕС} \wedge h = [1..24],$$

де  $P_{max,г}^{aРВЧз}$  – ліцензований максимум резерву аРВЧз для  $g$ -го ГА, МВт;  $P_{г,h}^{aРВЧ(з)}$  – погодинний обсяг резерву аРВЧз для  $g$ -го ГА на годину  $h$  (змінна оптимізації), МВт.

Діапазон допустимих значень потужності резерву послуги аРВЧр визначається обмеженнями

$$\begin{cases} P_{г,h}^{aРВЧр} \geq 0 \\ IsNR_{g,h} \cdot P_{max,г}^{aРВЧр} - P_{г,h}^{aРВЧр} \geq 0 \forall g \in \text{ГЕС} \wedge h = [1..24], \\ P_{дз,г,h}^{ГА} - P_{г,h}^{aРВЧр} \geq 0 \end{cases}$$

де  $P_{г,h}^{aРВЧр}$  – погодинний обсяг резерву аРВЧр для  $g$ -го ГА на годину  $h$  (змінна оптимізації), МВт;  $P_{max,г}^{aРВЧр}$  – ліцензований максимум резерву аРВЧр для  $g$ -го ГА, МВт.

Складова витрат води на виробництво електричної енергії в розрахункову годину  $h$  для  $g$ -го ГА в нормалізованому вигляді

$$F_{\text{витр},h}^{\text{ГЕС}} = Y_g^{\text{ГА}} \cdot 1 \cdot P_{\text{мін},g}^{\text{ГА}} \cdot \text{IsOn}_{g,h} + Y_g^{\text{ГА}} \cdot 1 \cdot P_{\text{лз},g,h}^{\text{ГА}} \quad \forall g \in \text{ГЕС} \wedge h = [1..24], \quad (1)$$

де  $Y_g^{\text{ГА}}$  – питомі витрати води в ГА на виробництво електричної енергії,  $\text{м}^3/\text{МВт} \cdot \text{год}$ ; 1 – множник для конвертації значень потужності у значення електричної енергії, год.

Результати оптимізації витрат гідроресурсів використовуються для подання цінових заявок на продаж електричної енергії та допоміжних послуг в різних сегментах ринку електричної енергії. Тому типи змінних оптимізації в частині потужностей ГА повинні узгоджуватися із вимогами до цінових заявок у відповідних ринкових сегментах. Так, згідно із [10], на ринку «на добу наперед» (РДН) подаються цінові заявки на продаж електричної енергії на період реалізації 1 годину. Хоча розрахунки на РДН здійснюються для обсягів електричної енергії з розмірністю  $\text{МВт} \cdot \text{год}$ , в [1] визначаються умови оформлення цінових заявок з мінімальним обсягом та кроком прирощення обсягу 0,1  $\text{МВт}$ . На ринку допоміжних послуг (РДП), згідно із [11], подаються пропозиції щодо допоміжних послуг на період в 1 годину. Оплата прийнятої пропозиції на торгах РДП фактично є платежем за стан готовності ГА до надання послуг за запитом диспетчерської служби чи системної автоматики. При цьому [11] визначає вимоги до оформлення цінових пропозицій з мінімальним обсягом та кроком прирощення в 1  $\text{МВт}$ . На балансуєчому ринку (БР) БР ОСП купує електричну енергію для балансування режимів ОЕС України на завантаження і розвантаження для періодів реалізації 15 хвилин (одиниця реального часу – ОРЧ) [11], причому мінімальний обсяг та крок прирощення обсягу також становлять 1  $\text{МВт}$ . Платежі за послуги балансування режимів ОЕС України розраховуються, виходячи із сформованих на торгах БР граничних цін та фактично наданого обсягу балансування з розмірністю електричної енергії  $\text{МВт} \cdot \text{год}$ .

Задля узгодження вимог щодо участі у торгах в різних сегментах ринку електричної енергії, прийнято додаткові умови щодо розмірностей та типів окремих змінних. Для потужностей ГА використано розмірність  $\text{МВт}$ . При цьому потужності резервів завантаження і розвантаження є цілочисельними змінними. Потужність завантаження ГА на розрахункову годину доби є змінною дійсного типу. В межах математичної моделі задачі оптимізації припускається, що дискретизація обсягів пропозиції електричної енергії до кроку 0,1  $\text{МВт}$  відбувається вже на рівні оформлення єдиної від енергогенеруючої компанії (ГК) цінової заявки на торги РДН. Особливості участі ГК на торгах БР враховуються коефіцієнтами фактичної активації послуг окремо завантаження і окремо розвантаження, чисельні значення яких визначаються за результатами аналізу ретроспективної інформації про надання послуг балансування режимів ОЕС України.

**Система обмежень для гідротехнічного вузла «Водосховище-ГЕС».** На рівні гідротехнічного вузла «Водосховище – ГЕС» застосовується система обмежень на обсяги відпуску електричної енергії в ОЕС України, а також система обмежень для контролю балансів гідроресурсів у водосховищі та для контролю водостоків за греблею ГЕС.

Система встановлених Оператором системи передачі обмежень на погодинні обсяги відпуску електричної енергії в ОЕС України для ГЕС із  $g$  генераторами в нормалізованій формі

$$\begin{cases} \sum_g (P_{\text{мін},g}^{\text{ГА}} \cdot \text{IsOn}_{g,h} + P_{\text{лз},g,h}^{\text{ГА}}) \geq P_{\text{мін},h}^{\text{ГЕС}} \\ -\sum_g (P_{\text{мін},g}^{\text{ГА}} \cdot \text{IsOn}_{g,h} + P_{\text{лз},g,h}^{\text{ГА}}) \geq -P_{\text{макс},h}^{\text{ГЕС}} \end{cases} \quad \forall h = [1..24], \quad (2)$$

де  $P_{\text{мін},h}^{\text{ГЕС}}$ ,  $P_{\text{макс},h}^{\text{ГЕС}}$  – відповідно мінімальне та максимальне значення сумарної потужності ГЕС для розрахункової години  $h$ .

Баланс добового обсягу витрат гідроресурсів на реалізацію плану добового коригування рівня заповнення водосховища для  $g$  генераторів на ГЕС має вигляд

$$W_{\text{поч}}^{\text{BCX}} + \sum_{h=1}^{24} (F_{\text{надх},h}^{\text{BCX}} - F_{\text{витр},h}^{\text{ГЕС}} - F_{\text{х.ск.},h}^{\text{ГЕС}}) = W_{\text{кін}}^{\text{BCX}},$$

де  $F_{\text{надх},h}^{\text{BCX}}$  – прогнозований обсяг надходження води до водосховища у годину  $h$ ,  $\text{м}^3$ ;  $F_{\text{х.ск.},h}^{\text{ГЕС}}$  – потік холостого скиду води у годину  $h$  (змінна оптимізації),  $\text{м}^3$ ;  $W_{\text{поч}}^{\text{BCX}}$ ,  $W_{\text{кін}}^{\text{BCX}}$  – плановий обсяг заповнення робочого об'єму водосховища відповідно на початку та у кінці розрахункової доби,  $\text{м}^3$ .

Деталізуємо складову погодинних витрат води на ГЕС із (1) для отримання рівняння добового балансу гідроресурсів у нормалізованій формі

$$\sum_{h=1}^{24} \left( \sum_{g \in \Gamma_{\text{ГЕС}}} \left( Y_g^{\Gamma A} \cdot 1 \cdot P_{\text{min},g}^{\Gamma A} \cdot \text{IsOn}_{g,h} + Y_g^{\Gamma A} \cdot 1 \cdot P_{\text{дз},g,h}^{\Gamma A} \right) + F_{\text{х.ск.},h}^{\Gamma \text{ГЕС}} \right) = W_{\text{поч}}^{\text{BCX}} - W_{\text{кін}}^{\text{BCX}} + \sum_{h=1}^{24} F_{\text{надх},h}^{\text{BCX}}. \quad (3)$$

Система обмежень для погодинного контролю рівнів заповнення водосховища в нормалізованій формі визначається як

$$\begin{cases} -\sum_{h=1}^k \left( \sum_{g \in \Gamma_{\text{ГЕС}}} \left( Y_g^{\Gamma A} \cdot 1 \cdot P_{\text{min},g}^{\Gamma A} \cdot \text{IsOn}_{g,h} + Y_g^{\Gamma A} \cdot 1 \cdot P_{\text{дз},g,h}^{\Gamma A} F_{\text{витр},h}^{\Gamma \text{ГЕС}} \right) + F_{\text{х.ск.},h}^{\Gamma \text{ГЕС}} \right) \geq -W_{\text{поч}}^{\text{BCX}} - \sum_{h=1}^k F_{\text{надх},h}^{\text{BCX}} \\ \sum_{h=1}^k \left( \sum_{g \in \Gamma_{\text{ГЕС}}} \left( Y_g^{\Gamma A} \cdot 1 \cdot P_{\text{min},g}^{\Gamma A} \cdot \text{IsOn}_{g,h} + Y_g^{\Gamma A} \cdot 1 \cdot P_{\text{дз},g,h}^{\Gamma A} F_{\text{витр},h}^{\Gamma \text{ГЕС}} \right) + F_{\text{х.ск.},h}^{\Gamma \text{ГЕС}} \right) \geq W_{\text{поч}}^{\text{BCX}} - W_{\text{роб}}^{\text{BCX}} + \sum_{h=1}^k F_{\text{надх},h}^{\text{BCX}} \end{cases} \quad \forall k=[1..24], \quad (4)$$

де  $W_{\text{роб}}^{\text{BCX}}$  – робочий (корисний) об'єм наповнення водосховища.

Система обмежень для погодинного контролю обсягів водостоку за греблею ГЕС в нормалізованій формі визначається як

$$\begin{cases} \sum_{g \in \Gamma_{\text{ГЕС}}} \left( Y_g^{\Gamma A} \cdot 1 \cdot P_{\text{min},g}^{\Gamma A} \cdot \text{IsOn}_{g,h} + Y_g^{\Gamma A} \cdot 1 \cdot P_{\text{дз},g,h}^{\Gamma A} \right) + F_{\text{х.ск.},h}^{\Gamma \text{ГЕС}} \geq F_{\text{ек, min}}^{\Gamma \text{ГЕС}} \\ -\sum_{g \in \Gamma_{\text{ГЕС}}} \left( Y_g^{\Gamma A} \cdot 1 \cdot P_{\text{min},g}^{\Gamma A} \cdot \text{IsOn}_{g,h} + Y_g^{\Gamma A} \cdot 1 \cdot P_{\text{дз},g,h}^{\Gamma A} \right) + F_{\text{х.ск.},h}^{\Gamma \text{ГЕС}} \geq -F_{\text{ек, max}}^{\Gamma \text{ГЕС}} \end{cases} \quad \forall h=[1..24], \quad (5)$$

де  $F_{\text{ек, min}}^{\Gamma \text{ГЕС}}$ ,  $F_{\text{ек, max}}^{\Gamma \text{ГЕС}}$  – екологічні норми відповідно мінімального та максимального водостоку за греблею ГЕС.

Системи обмежень для балансів гідроресурсів у гідротехнічному вузлі «Водосховище – ГЕС» (3) – (5) використовують додаткові змінні, якими визначаються погодинні обсяги холостого скиду води. Ці змінні призначені передусім для імітації процедури холостого скиду води з греблі ГЕС за неможливості дотримання іншими способами всіх режимних (2), гідротехнічних (4) та екологічних (5) обмежень. Крім того, імітація процедури холостого скиду води дає змогу дотримуватися точної рівності (2) за цілочисельних значень рівнів завантаження ГА на ГЕС. Тоді сумарне за добу значення потоків холостого скиду води визначатиме добовий дисбаланс витрат гідроресурсів за результатами планування добових графіків завантаження ГА на ГЕС, який можливо перенести як додатковий ресурс на наступну розрахункову добу або компенсувати фактичним холостим скидом води.

**Система обмежень на рівні ГК.** Системи обмежень на рівні ГК визначають загальні для Дніпровського та Дністровського каскадів ГЕС характеристики, пов'язані із участю ГК у торгових сесіях різних сегментів ринку електричної енергії України. Система обмежень, якою враховуються вже укладені угоди щодо продажу електричної енергії та допоміжних послуг, визначається як

$$\begin{cases} \sum_{\Gamma_{\text{ГЕС}}} \sum_{g \in \Gamma_{\text{ГЕС}}} \left( 1 \cdot P_{\text{min},g}^{\Gamma A} \cdot \text{IsOn}_{g,h} + 1 \cdot P_{\text{дз},g,h}^{\Gamma A} \right) \geq V_{\text{уд},h}^{\text{EE}} \\ \sum_{\Gamma_{\text{ГЕС}}} \sum_{g \in \Gamma_{\text{ГЕС}}} P_{g,h}^{\text{aPBЧз}} \geq P_{\text{уд},h}^{\text{aPBЧз}} \\ \sum_{\Gamma_{\text{ГЕС}}} \sum_{g \in \Gamma_{\text{ГЕС}}} P_{g,h}^{\text{aPBЧр}} \geq P_{\text{уд},h}^{\text{aPBЧр}} \end{cases} \quad \forall h=[1..24], \quad (6)$$

де  $V_{\text{уд},h}^{\text{EE}}$ ,  $P_{\text{уд},h}^{\text{aPBЧз}}$ ,  $P_{\text{уд},h}^{\text{aPBЧр}}$  – значення за вже укладеними договорами відповідно обсягів проданої електричної енергії, а також сумарних потужностей aPBЧз і aPBЧр.

За результатами оптимізації формуються оптимальні графіки завантаження всіх ГА на ГЕС Дніпровського і Дністровського каскадів, а обмеження (6) визначають мінімальний рівень сумарного завантаження всіх генераторів ГЕС для реалізації вже укладених договорів. Тоді значення сумарного завантаження ГА вище мінімального рівня по (6) визначатиме обсяг пропозиції електричної енергії на торгах РДН на розрахункову годину  $h$ . Аналогічно сумарні значення aPBЧ визначатимуть обсяги пропозиції відповідних допоміжних послуг по відповідним годинам  $h$  на добових аукціонах РДП.

Система обмежень, якою враховується прогнозований попит на електричну енергію та допоміжні послуги, визначається як

$$\left\{ \begin{array}{l} -\sum_{\Gamma \in \Gamma \text{EC}} \sum_{g \in \Gamma \text{EC}} (1 \cdot P_{\min, g}^{\Gamma A} \cdot IsOn_{g, h} + 1 \cdot P_{\Delta z, g, h}^{\Gamma A}) \geq -V_{\min, h}^{EE} \\ -\sum_{\Gamma \in \Gamma \text{EC}} \sum_{g \in \Gamma \text{EC}} P_{g, h}^{aPBЧз} \geq -P_{\min, h}^{aPBЧз} \\ -\sum_{\Gamma \in \Gamma \text{EC}} \sum_{g \in \Gamma \text{EC}} P_{g, h}^{aPBЧр} \geq -P_{\min, h}^{aPBЧр} \end{array} \right. \quad \forall h = [1..24], \quad (7)$$

де  $V_{\min, h}^{EE}$  – прогнозований сумарний попит на електричну енергію;  $P_{\min, h}^{aPBЧз}$ ,  $P_{\min, h}^{aPBЧр}$  – прогнозований сумарний попит на резерви відповідно аРВЧз і аРВЧр.

Використання (7) в задачі оптимізації витрат наявних гідроресурсів суттєво зменшують ризики неповної реалізації пропозицій з продажу електричної енергії та допоміжних послуг, наслідком яких є потреба у повторному виконанні оптимізації графіків завантаження ГЕС із врахуванням фактично укладених договорів та формуванні додаткових пропозицій з продажу електричної енергії на внутрішньодобовому ринку та послуг балансування на БР. Це, у свою чергу, зменшить вигоду від функціонування каскадів ГЕС та підвищить ризики невиконання добових планів коригування рівнів заповнення водосховищ.

**Особливості прогнозування обсягів та цін у сегменті БР.** В рамках розв’язання задачі оптимізації витрат наявних гідроресурсів проведено попередні дослідження по прогнозуванню ціни на активовану балансуєчу енергію з горизонтом упередження 24 год. Було розроблено шість моделей на ARIMA та VARIMA для різної довжини передісторії (30, 90, 180) [12]. Гіперпараметри моделей ARIMA(1,1,1), VARMA(0,1).

Для оцінки похибки використовувалися наступні метрики:

$$RMSE = \sqrt{E\left(\left(y_i^{\text{факт}} - y_i^{\text{прогноз}}\right)^2\right)}; RMSEp = \frac{RMSE}{\max(y^{\text{факт}}) - \min(y^{\text{факт}})}; RMSEp2 = \frac{RMSE}{E(y^{\text{факт}})},$$

де  $E(\cdot)$  – середньоарифметичне значення.

В табл. 1 наведено значення показників похибки прогнозу для обох моделей, для варіанту з

**Таблиця 1**

| Тип активованої балансуєчої енергії | Модель | RMSE, грн/МВт·год | RMSEp, % | RMSEp2, % |
|-------------------------------------|--------|-------------------|----------|-----------|
| Завантаження                        | ARIMA  | 1025,47           | 11,1     | 22,9      |
|                                     | VARMA  | 1418,20           | 15,3     | 31,7      |
| Розвантаження                       | ARIMA  | 1655,99           | 22,1     | 68,9      |
|                                     | VARMA  | 1969,64           | 26,3     | 82,0      |

глибиною передісторії в 180 годин. Обидві моделі з глибиною передісторії 180 годин показали менші значення показників похибки, ніж з іншими варіантами (30, 90).

Наведені результати попереднього дослідження

з короткострокового прогнозування цін на балансуєчу послугу дають можливість стверджувати, що використання базових авторегресійних моделей може виявитися недостатнім для ефективного вирішення задачі оптимізації витрат наявних гідроресурсів. Прогнозування ціни є само по собі нетривіальною задачею, особливо в умовах високої волатильності, а тому потребує використання більш складних моделей для ефективного вирішення.

**Цільова функція задачі оптимального розподілу витрат гідроресурсів.** На рівні окремого ГА складові цільової функції сформовано за наступними принципами. Завантаження ГА в окрему годину доби  $h$  визначає обсяг електричної енергії, який може бути проданий у сегменті РДН. Значення резервів потужностей на потреби аРВЧ в окрему годину доби  $h$  визначають обсяги відповідних допоміжних послуг, які можуть бути продані на добових аукціонах РДП. Продані у сегменті РДП допоміжні послуги визначають вигоду від підтримки станів готовності ГА до регулювання режимів ОЕС України. Платежі за обсяги фактично активованої енергії балансування нараховуються за граничними цінами, сформованими на відповідних аукціонах БР. Складові вигоди від функціонування  $g$ -го ГА в розрахункову годину  $h$ , сформовані за наведеними принципами, зведені у табл. 2.

У наведених в табл. 2 складових вигоди використовуються значення прогнозованих цін у відповідних ринкових сегментах:  $C_h^{p\text{ДН}}$  (сегмент РДН),  $C_{aPBЧз, h}^{p\text{ДП}}$  і  $C_{aPBЧр, h}^{p\text{ДП}}$  (сегмент РДП),  $C_{зав, h}^{b\text{Р}}$  і  $C_{розв, h}^{b\text{Р}}$  (сегмент БР). Крім того, у складових вигоди враховуються коефіцієнти фактичної активації послуг завантаження  $K_{зав}^{b\text{Р}(\phi)}$  та розвантаження  $K_{розв}^{b\text{Р}(\phi)}$ , значення яких розраховуються за результатами аналізу ретроспективної інформації про активацію послуг балансування ОЕС України. У публікації для спро-



щення використано єдині значення коефіцієнтів активації послуг балансування. В практичних розрахунках доцільно визначати коефіцієнти активації по окремих видах допоміжних послуг.

**Таблиця 2**

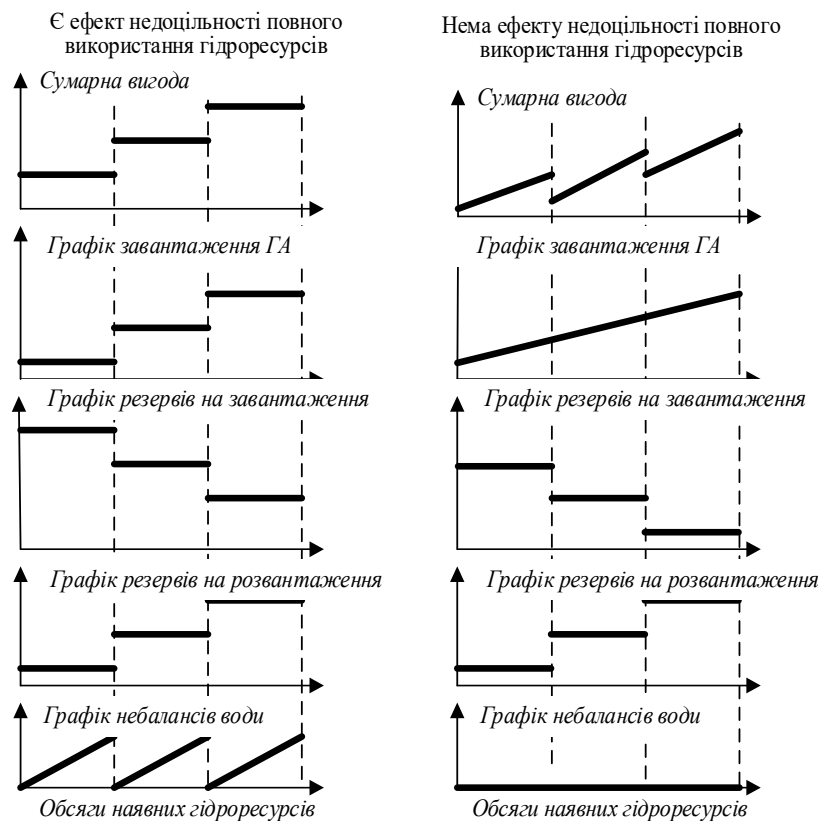
| Сегмент | Вид вигоди   | Формула   |
|---------|--|---|
| РДН     | Вигода від продажу електричної енергії                 | $P_{g,h}^{РДН} = C_h^{РДН} \cdot (P_{\min,g}^{\Gamma A} \cdot IsOn_{g,h} + P_{\text{дз},g,h}^{\Gamma A})$ |
| РДП     | Вигода від продажу стану готовності до аРВЧз           | $P_{g,h}^{aРВЧз} = C_{aРВЧз,h}^{РДП} \cdot P_{g,h}^{aРВЧз}$   |
|         | Вигода від продажу стану готовності до аРВЧр           | $P_{g,h}^{aРВЧр} = C_{aРВЧр,h}^{РДП} \cdot P_{g,h}^{aРВЧр}$   |
| БР      | Вигода від фактичної активації послуг завантаження ГА  | $P_{g,h}^{БР+} = K_{\text{зав}}^{БР(\phi)} \cdot C_{\text{зав},h}^{БР} \cdot P_{g,h}^{aРВЧз}$             |
|         | Вигода від фактичної активації послуг розвантаження ГА | $P_{g,h}^{БР-} = K_{\text{розв}}^{БР(\phi)} \cdot C_{\text{розв},h}^{БР} \cdot P_{g,h}^{aРВЧр}$           |

Під час формування цільової функції для розв'язання задачі оптимального розподілу наявних гідроресурсів слід зважати, що за обсяги електричної енергії та допоміжні послуги по укладеним раніше договорам ГК вже отримала фінансові нарахування за чинними у момент укладання договорів цінами. Тому у цільовій функції слід враховувати потенційну вигоду лише за додатковими обсягами електричної енергії та допоміжних послуг, які будуть виставлені на торги у відповідних ринкових сегментах.

Цільова функція для розв'язання задачі оптимального розподілу наявних гідроресурсів на виробництво електричної енергії та резервування допоміжних послуг на ГА ГЕС у нормалізованій формі має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} \text{Max}(Pr_{\Sigma}) = & C_h^{РДН} \cdot \sum_{ГЕС} \sum_{g \in ГЕС} \left( P_{\min,g}^{\Gamma A} \cdot \sum_{h=1}^{24} IsOn_{g,h} \right) + C_h^{РДН} \cdot P_{\text{дз},g,h}^{\Gamma A} + \\ & + \sum_{h=1}^{24} \left( (C_{aРВЧз,h}^{РДП} + K_{\text{зав}}^{БР(\phi)} \cdot C_{\text{зав},h}^{БР}) \cdot \sum_{ГЕС} \sum_{g \in ГЕС} P_{g,h}^{aРВЧз} \right) + \sum_{h=1}^{24} \left( (C_{aРВЧр,h}^{РДП} + K_{\text{розв}}^{БР(\phi)} \cdot C_{\text{розв},h}^{БР}) \cdot \sum_{ГЕС} \sum_{g \in ГЕС} P_{g,h}^{aРВЧр} \right). \end{aligned}$$

**Дослідження основних результатів оптимізації** виконано для фрагменту оптимізації рівнів завантаження ГА №1 та №5 Київської ГЕС в окрему годину доби  $h$ . Для тестування обрано статистичні



**Рис. 3**

дані щодо цін в ринкових сегментах на 7-у годину 11 січня 2024 року. Ця година доби характерна такими відношеннями цін в ринкових сегментах, за яких виникає ефект недоцільності повного використання наявних гідроресурсів. Розглянемо сутність цього ефекту на прикладі залежностей основних характеристик завантаження ГА від наявного обсягу гідроресурсів (рис. 3). За наявності ефекту недоцільності повного використання наявних гідроресурсів у разі збільшення доступного обсягу води рівень завантаження ГА не змінюється, при цьому збільшується об'єм невикористаних гідроресурсів.

Процес збільшення об'єму не використаних гідроресурсів припиняється за досягнення значення, достатнього для збільшення рівня завантаження ГА на 1 МВт. У цій точці завантаження ГА збільшується на 1

МВт, обсяг резерву завантаження зменшується на 1МВт і обсяг резерву на розвантаження збільшується на 1 МВт. Зміни у математичній моделі, спрямовані на реалізацію примусового завантаження ГА наявними гідроресурсами, призвели до формування монотонного та безперервного графіка завантаження ГА. При цьому за об'ємів води, достатніх для завантаження ГА потужністю, кратною 1 МВт, збільшуються на 1 МВт обсяги резервів на розвантаження. Обсяги резервів на завантаження при цьому зменшуються на щабель в 1 МВт нижче у порівнянні із моделлю, в якій існує ефект неповного використання гідроресурсів. Зменшення діапазону регулювання частоти зумовлюється потребою забезпечити збільшення потужності ГА в межах 1 МВт для повного використання наявних гідроресурсів. Тому модель з примусовим використанням наявних гідроресурсів забезпечує в цілому нижче значення економічного ефекту за однакових обсягів гідроресурсів. Крім того, для такої моделі з'являються кілька розв'язків з однаковим значенням економічної вигоди, що може призводити до неінтуїтивних результатів добової оптимізації. Таким чином, модель з ефектами неповного використання наявних гідроресурсів забезпечує більш оптимальний та більш прогнозований результат оптимізації.

Наявність чи відсутність ефекту «недоцільності повного використання наявних гідроресурсів» залежить від відношень цін в різних ринкових сегментах. Проте основна причина можливості появи такого ефекту полягає у різниці кроків прирощення обсягів електроенергії на РДН та обсягів допоміжних послуг на РДП і на БР. Внаслідок такої різниці в області допустимих рішень з'являються інтервали, на яких економічно доцільніше не використовувати повністю наявні гідроресурси на противагу дискретному зменшенню області резервів аРВЧ заради примусового завантаження ГА.

Таким чином, наявність змінної оптимізації для імітації холостого скиду води на ГЕС, додатково до її первинного призначення, дала змогу отримати оптимальне рішення, яке було недоступним за відсутності цієї змінної. У процесі добової оптимізації не використані в окрему годину доби гідроресурси можуть бути залучені в інші години доби для отримання оптимальних результатів.

**Перспективи подальшого розвитку моделей оптимізації.** В роботі зосереджено увагу виключно на складовій моделі в частині визначення оптимальних обсягів резервів виробничих потужностей для аРВЧ. Тому опис цільової функції та системи обмежень здійснено передусім з огляду на особливості резервування потужностей ГА для надання цих видів допоміжних послуг. Як показали попередні дослідження, аналогічні наведеним у публікації підходи можуть бути застосовані для побудови моделей розподілу наявних гідроресурсів з урахуванням резервів потужностей на потреби автоматичного відновлення частоти із симетричним діапазоном регулювання, а також на потреби ручних резервів. Розробка моделей планування графіків завантаження ГА на ГЕС з резервуванням потужностей на допоміжні послуги різних видів надасть можливість створити математичні моделі комплексної оптимізації потужностей ГК, використання якої дасть змогу максимально ефективно використовувати наявні гідроресурси на українських ГЕС.

Крім того, принципово можливо доповнити запропоновану математичну модель додатковими функціями, які деталізують вплив окремих технічних чи економічних чинників (наприклад, врахування залежностей витрат води чи витрат електроенергії на власні потреби в різних режимах роботи ГА), що підвищуватиме адекватність розроблених моделей.

**Висновки.** Запропонована математична модель поєднує задачі оптимального вибору складу обладнання та оптимального розподілу гідроресурсів за економічними критеріями. При цьому аналогічна наведеній у публікації концепція може бути застосована для побудови моделей розподілу наявних гідроресурсів з урахуванням резервів потужностей на потреби інших видів допоміжних послуг. Розробка моделей планування графіків завантаження ГА на ГЕС з резервуванням потужностей на допоміжні послуги різних видів дасть змогу створити математичні моделі комплексної оптимізації потужностей ГК, застосування якої під час планування діяльності ГК надасть можливість максимально ефективно використовувати наявні гідроресурси на українських ГЕС.

*Роботу виконано в межах реалізації проекту з виконання наукового дослідження і розробки «Моделі і засоби підвищення ефективності роботи гідро- та гідроакумуляюючих електростанцій для балансування ОЕС України в умовах ринку електричної енергії та особливих технологічних обмежень» (реєстраційний номер 2022.01/0069), що фінансується Національним фондом досліджень України в межах конкурсу проектів з виконання наукових досліджень і розробок «Наука для відбудови України у воєнний та повоєнний періоди», КПКВК 2201300.*

1. Кириленко О.В., Павловський В.В., Блінов І.В. Науково-технічне забезпечення організації роботи ОЕС України в синхронному режимі з європейською континентальною енергетичною системою ENTSO-E. *Технічна електродинаміка*. 2022. № 5. С. 59–66. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2022.05.059>.
2. Про ринок електричної енергії: Закон України від 13.04.2017 №2019-VIII.
3. Блінов І.В., Олефір Д.О., Парус Є.В. Модель оптимального використання ресурсів гідроелектростанцій на ринку електричної енергії. *Технічна електродинаміка*. 2022. № 4. С. 42–47. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2022.04.042>.
4. Правила експлуатації водосховищ Дніпровського каскаду. Наказ Міністерства захисту довкілля та природних ресурсів України 27 травня 2022 року № 210. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/z0704-22#Text> (дата звернення 23.03.2024).
5. Kong J., Skjelbred H.I., Fosso O.B. An overview of formulations and optimization methods for the unit-based short-term hydro scheduling problem. *Electric Power Systems Research*. 2020. Vol. 178. Pp. 2–14. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2019.106027>.
6. Williams H.P. Logic and integer programming. *International Series in Operations Research & Management Science*. 2009. Vol. 130. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-0-387-92280-5>.
7. Morais H., Kádár P., Faria P., Vale Z.A., Khodr H.M. Optimal scheduling of a renewable micro-grid in an isolated load area using mixed-integer linear programming. *Renewable Energy*. 2010. Vol. 35. Issue 1. Pp. 151–156. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.renene.2009.02.031>.
8. Akomeno Omu, Ruchi Choudhary, Adam Boies. Distributed energy resource system optimisation using mixed integer linear programming. *Energy Policy*. 2013. Vol. 61. Pp. 249–266. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.enpol.2013.05.009>.
9. Sierksma G., Yori Zwols. Linear and integer optimization: theory and practice. CRC Press, 2015. 686 p. DOI: <https://doi.org/10.1201/b18378>.
10. Правила ринку «на добу наперед» та внутрішньодобового ринку. Постанова Національної комісії, що здійснює державне регулювання у сферах енергетики та комунальних послуг 14.03.2018 № 308 (у редакції постанови НКРЕКП 29.11.2022 № 1592). URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/v0308874-18#Text> (дата звернення 23.03.2024).
11. Про затвердження Правил ринку: постанова Національна комісія, що здійснює державне регулювання у сферах енергетики та комунальних послуг від 14 березня 2018 р. № 307. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/v0307874-18#Text> (дата звернення 14.03.2024).
12. Blinov I., Miroshnyk V., Sychova V. Comparison of models for short-term forecasting of electricity imbalances. IEEE 8th International Conference on *Energy Smart Systems (ESS)*. Kyiv, Ukraine, 12–14 October 2022. DOI: <https://doi.org/10.1109/ESS57819.2022.9969288>.

## MODEL OF OPTIMAL ALLOCATION OF HYDRO-RESOURCES OF HPP WITH CAPACITY RESERVATION FOR AUTOMATIC ASYMMETRICAL FREQUENCY RESTORATION

**Ye.V. Parus, I.V. Blinov, V.O. Miroshnyk, O.B. Rybyna, D.O. Olefir, V.V. Sychova**  
**Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine,**  
**Beresteyskyi Ave., 56, Kyiv, 03057, Ukraine.**  
**E-mail: [paruseugene@gmail.com](mailto:paruseugene@gmail.com); [blinovihor@gmail.com](mailto:blinovihor@gmail.com)**

*The publication is devoted to the development of a mathematical model for the optimal allocation of hydro resources among hydroelectric units of HPPs for the production of electric energy and the provision of automatic frequency restoration reserves with an asymmetric adjustment range. The concept of building a mathematical model for the optimization problem is presented. The main goal of the optimization is to maximize the benefit of the power generation company from the use of available hydro resources for the production of electricity and the provision of services for the regulation of IPS of Ukraine modes. Areas of determining the main characteristics of the operation mode of hydro-power units of HPPs were studied and a system of restrictions on the load capacity of hydrounits was formed. A system of restrictions to control the balance of water resources in the reservoir and a system of restrictions to control the values of water runoff for hydroelectric power stations have been defined. For the level of the power generating company, a system of restrictions on the control of the minimum values of the volumes of electricity and ancillary services for the fulfillment of already concluded agreements, as well as a system of restrictions on the control of the volumes of electricity and ancillary services within the predicted volumes of market demand, has been formed. The structure is substantiated and the components of the target function are described. Approaches to solving the problem of forecasting the amount of electrical energy imbalances on the balancing market of Ukraine are defined. Peculiarities of the process of finding optimal solutions regarding the loading levels of hydropower units with available hydro resources have been*

studied. The presence of the effects of "economic impracticality of the full use of available water resources" was noted, and the main consequences of the manifestations of this effect were investigated. References 12, figures 3, tables 2.

**Keywords:** hydroelectric power plant, electricity market, optimal use of hydro resources, automatic frequency restoration reserve.

1. Kyrylenko O.V., Pavlovsky V.V., Blinov I.V. Scientific and technical support for organizing the work of the IPS of Ukraine in synchronous mode with the Continental European power system ENTSO-E. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2022. No 5. Pp. 59–66. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2022.05.059>. (Ukr)
2. On Electricity Market: The Law of Ukraine 13.04.2017 No 2019-VIII. (Ukr)
3. Blinov I.V., Olefir D.O., Parus Ye.V. Model of optimal use of hydro power plants in the electricity market. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2022. No 4. Pp. 42–47. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2022.04.042>. (Ukr)
4. Rules of operation of reservoirs of the Dnieper Cascade. Approved by order of the Ministry of Environmental Protection and Natural Resources of Ukraine May 27, 2022 No 210. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/z0704-22#Text> (accessed at 23.03.2024). (Ukr)
5. Kong J., Skjelbred H.I., Fosso O.B. An overview of formulations and optimization methods for the unit-based short-term hydro scheduling problem. *Electric Power Systems Research*. 2020. Vol. 178. Pp. 2–14. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2019.106027>.
6. Williams H.P. Logic and integer programming. *International Series in Operations Research & Management Science*. 2009. Vol. 130. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-0-387-92280-5>.
7. Morais H., Kádár P., Faria P., Vale Z.A., Khodr H.M. Optimal scheduling of a renewable micro-grid in an isolated load area using mixed-integer linear programming. *Renewable Energy*. 2010. Vol. 35. Issue 1. Pp. 151–156. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.renene.2009.02.031>.
8. Akomeno Omu, Ruchi Choudhary, Adam Boies. Distributed energy resource system optimisation using mixed integer linear programming. *Energy Policy*. 2013. Vol. 61. Pp. 249–266. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.enpol.2013.05.009>.
9. Sierksma G., Yori Zwols. Linear and integer optimization: theory and practice. CRC Press, 2015. 686 p. DOI: <https://doi.org/10.1201/b18378>.
10. Rules day-ahead market and intraday market: Decree NKREKP 14.03.2018 № 308 (revision on 24.06.2019 № 1169). URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/v0308874-18#Text> (accessed at 23.03.2024). (Ukr)
11. About the statement of Rules of the market. Resolution of National energy and regulatory commission, Ukraine, of March 14, 2018. No 307. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/v0307874-18#Text> (accessed at 14.03.2024). (Ukr)
12. Blinov I., Miroshnyk V., Sychova V. Comparison of models for short-term forecasting of electricity imbalances. IEEE 8th International Conference on *Energy Smart Systems (ESS)*. Kyiv, Ukraine, 12–14 October 2022. DOI: <https://doi.org/10.1109/ESS57819.2022.9969288>.

Надійшла 25.03.2024  
Остаточний варіант 07.05.2024

## SUB-NANOSECOND SWITCHING OF HIGH-VOLTAGE TRIGATRONS

M.I. Boiko\*

National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute»,  
Kirpichova str. 2, Kharkiv, 61002, Ukraine,  
e-mail: [gnabovg@gmail.com](mailto:gnabovg@gmail.com); [mykola.boyko@kphi.edu.ua](mailto:mykola.boyko@kphi.edu.ua).

*The paper studies the mode of sub-nanosecond switching operation of trigatrons with an operating voltage of up to 1 MV. It is shown that the mode of such activation takes place because of the creation of primary volume streamer in the trigatron discharge gap under the action of a strong non-uniform electric field. The streamer occupies the entire gap and has a weak glow brightness. An estimated analytical calculation of the trigatron switching process in 0.3 ns is given. The process of sub-nanosecond breakdown of a trigatron with an operating voltage of up to 1 MV is presented. During the process the impact ionization after the incoming of a control pulse with a front of no more than 4 ns and an amplitude of 70 kV in the trigatron occurs along the entire length of the discharge gap of down to 12 mm: between the control electrode and opposing main one as well as between the control electrode and the main one covering it. The experimental data on the increase in the brightness of the discharge glow in the trigatron already after the end of the switching process are given. References 12, figures 6.*

**Keywords:** trigatron, volume streamer, sub-nanosecond switching, high-energy electrons.

**Introduction.** The high-voltage switches (dischargers) are widely used in high-voltage technique and various technologies [1]. Among other types of switches, such as magnetic switches and SOS diodes [2], the dischargers (spark gaps) achieve the most minimal switching times, permissible voltages and currents, and have a relatively simple design.

The most challenging task involves starting high-voltage switches. They should ensure a shortening of the front duration of received primary high-voltage pulses (with amplitudes of up to  $\approx 1$  MV) from several microseconds to  $\sim 1$  ns. One of the most rational options for switches to solve this problem are trigatrons, i.e. the controlled three-electrode spark gaps with electric field distortion, in which the control electrode is built into one of the main ones [3].

**Modern understanding of discharge processes in gas gaps when using the pulsed high voltages.**

The authors of [4] came to the conclusion that at a higher rate of voltage rise in the discharge gas gap, the primary ionized cloud that precedes the appearance of classical linear streamers has a larger size than at a lower growth rate. The authors of [4] determine the maximum size of the primary cloud based on the fact that the cloud is an ideal conducting ball with radius  $R_{max}$ , which is determined from the relation:  $R_{max} = V/E_{br}$ , where  $V$  is the voltage applied to the discharge gap,  $E_{br}$  is the breakdown strength of electrical field for gas in the discharge gap. The length of the gap  $D_g$  is determined by the ratio  $D_g = V_{br}/E_{br}$ , where  $V_{br}$  is the breakdown voltage. This means that  $D_g = R_{max}$  when  $V = V_{br}$ . Consequently, the primary conducting cloud can occupy the entire discharge gap.

The authors of [5] report that in pure nitrogen under nanosecond operation, the classical linear streamers are branched from the primary node (knotweed).

It is stated in [6] that the streamers are growing in the gas gap from the first streamer corona. A streamer corona consists of several tens of streamers, and the consideration of single streamers is too simplified.

The authors of a number of works consider the variants for trigatron closure mechanisms [1, 3, 7]. The modern trigatron was used in [1]. The end of its rod control electrode is short-circuited to a thin round plate located in the main discharge gap parallel to the ends of main electrodes.

**The aim of the paper** is to investigate the mechanism of trigatron closing that ensures its shortest (sub-nanosecond) switching time and its total operating time (including the delay time and switching time) compared to other mechanisms that provide such closing with an operating voltage of up to 1 MV.

According to our experimental data, in trigatrons with an operating voltage of about 400 kV, the minimum switching time (1–3 ns) is ensured by the inter-electrode gap  $D_g$  of no more than 12 mm [8]. This is explained by the fact that the volume with a strong electric field between the control electrode and the opposing main electrode (at  $D_g > 12$  mm) does not reach this main electrode, as a result the switching time increases. Let the formed cylindrical discharge channel has the plasma with estimated resistivity  $\rho = 10^{-5}$  Ohm·m, channel length  $l = 10^{-2}$  m, and channel cross-section  $S = 10^{-8}$  m<sup>2</sup>. Then the channel discharge resistance is found as:  $R_{ch} = \rho \times l / S = 10^{-5} \times 10^{-2} / 10^{-8} = 10$  Ohm. With such  $R_{ch}$  and fast switching (1–3 ns) more than 80% of the voltage is to be applied to the load  $\geq 50$  Ohm.

It is shown in [7] that the minimum delay time for trigatron breakdown in a few ns occurs with a positive polarity of the control electrode and with a negative polarity of the main high-voltage electrode opposing it. In this case, the control electrode is built into the low-voltage main electrode.

The experimental studies of the trigatron at an operating voltage of up to 1 MV show that the delay time of the trigatron breakdown of 1 ns with a sub-nanosecond jitter can be achieved when the control electrode is located in high-voltage electrode with positive polarity and when the control voltage pulse with a front duration of no more than 40 ns and a magnitude of approximately 70 kV is applied between the control electrode and the main high-voltage electrode of positive polarity covering it [8]. In this case, at 70 kV the positive potential of the control electrode  $U_c$  will be greater than positive potential of the covering main electrode  $U_m$  and at  $U_m = 400$  kV  $U_c = 470$  kV. The multiple increase in the potential of the control electrode makes it possible to create a significantly greater strength of an essentially ununiform electric field at the edge of the rod control electrode and in the space between the end of the control electrode and the main electrode surface opposing it. The field strength  $E_0$  at the sharp edge of the end of the control electrode in the gap between the control electrode and the main one opposing it is determined by using the formula [9]:

$$E_0 = \frac{U_0}{r} \left( \ln \frac{2d}{r} \right)^{-1}, \quad (1)$$

where  $U_0 \equiv U_c$  is the control electrode potential. The remaining notations are shown in Fig. 1.

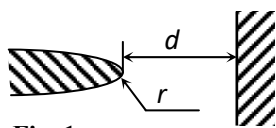


Fig. 1

In Fig. 1:  $r$  is the radius of the tip,  $d$  – is the distance from the end of the rod electrode to the plane. At  $U_0 = 470$  kV,  $r = 0,1$  mm,  $d = 10$  mm according to (1) we obtain  $E_0 = (470/0,1) / \ln(2 \times 10/0,1) \approx 4700/7 \approx 670$  (kV/mm).

Probably, after the incoming of the control pulse, but before reaching the maximum potential and electric field strength at the control electrode (in our case,  $U_0 = 470$  kV,  $E_0 \approx 670$  kV/mm = 670 MV/m), the process of generating the high-energy electrons begins in a strong electric field throughout the discharge gap of the trigatron. This explains

the possibility of obtaining a delay time and a switching time of less than 1 ns in a trigatron with operating voltages of up to 1 MV. The authors of [10] point out that in strong electric fields, the intensity of which exceeds 26 MV/m, the electrons with the initial energy of a few eV can become runaway.

The authors of the review [11] write that their experiments and numerical modelling have shown that during increasing voltage the beam of runaway electrons is observed, and its time duration is in the range of 50–200 ps.

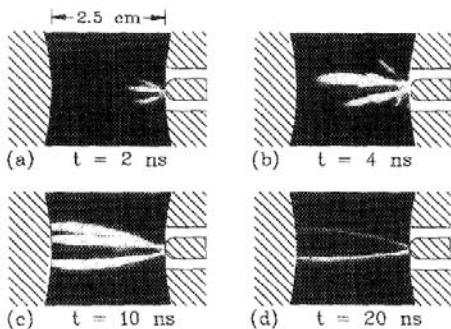
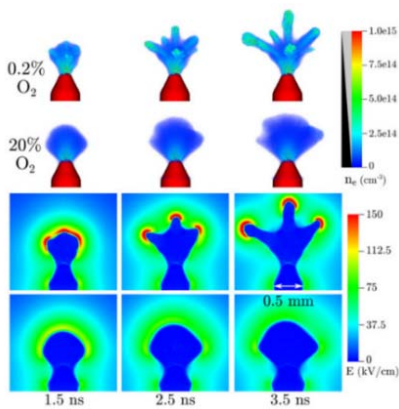


Fig. 2

in a few nanoseconds. Fig. 2 presents the sequence of high-speed photographs showing the development of cathode-directed streamers in the main discharge gap of the trigatron under the following conditions: positive polarity for the control gap, negative polarity for the main gap. The minimum delay and switching time experimentally obtained in megavolt trigatrons are approximately equal to 1 ns [7]. This is less than the time of streamer growth through the discharge gap.

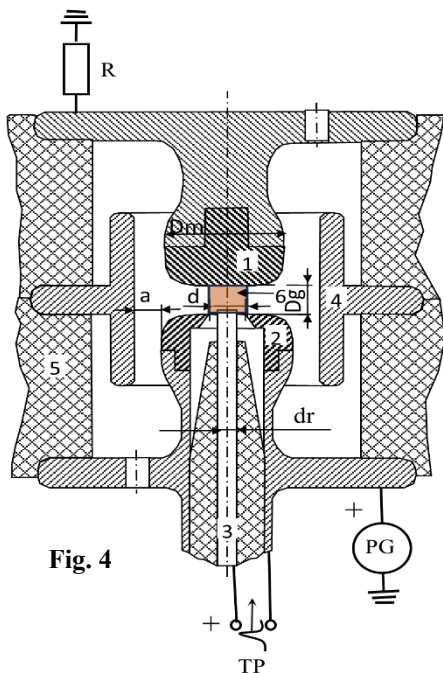
Fig. 3 shows the volumetric plasma formations (primary clouds) at the tip of a needle electrode (see [10]) at a pressure of 1 atm. Here the electron density is presented at the top and the electric field strength is



**Fig. 3**  
 $S_1=2.25 \text{ cm}^2$ . With such a cross section, the inductance of the trigatron discharge gap with a length of  $D_g \leq 12 \text{ mm}$  is significantly less than in the case of single spark channel.

**Estimated calculation of the electron concentration and current in the discharge gap of a trigatron in a low-resistance discharge circuit with channelless sub-nanosecond switching.** For the calculation we use the trigatron discharge gap from [8]. Fig. 4 shows a sketch of this gap.

In Fig. 4: 1, 2 are the main electrodes of the trigatron with holes for the gas input and output; 3 is the control rod electrode with rod diameter  $d_r=5 \text{ mm}$ ; 4 is the metal cylinder with a disk-shaped outer part that protects the dielectric housing 5 from discharge products; number 6 with arrow indicates the primary volumetric streamer, shown in the shaded area, covering the entire discharge gap; PG is the pulse generator;  $R$  is the low-resistance low-inductive load;  $D_g$  is the main discharge gap,  $D_g \leq 12 \text{ mm}$ ;  $D_m$  is the diameter of each of the two main electrodes,  $D_m=24 \text{ mm}$ ;  $d$  is the hole diameter in the high-voltage main electrode,  $d=8 \text{ mm}$ ;  $a$  is the distance from the inner surface of cylinder 4 to the outer surface of electrode 2,  $a=9 \text{ mm}$ . The control electrode 3 protrudes inside the main discharge gap by 0.5–1 mm.



**Fig. 4**

It is known that the gas pressure  $p=NkT$ , where  $N$  is the concentration, i.e. the number of ideal gas molecules per unit volume;  $k$  is Boltzmann's constant,  $k=1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/deg}$ ;  $T$  is the absolute gas temperature in degrees Kelvin. In our trigatrons we used  $\text{SF}_6$  gas under pressure of up to 1 MPa [8].

$$\text{At } p=10^6 \text{ Pa, } T=300 \text{ K } N=p/(kT)=10^6/(1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300)=10^{27}/4,14=$$

$$=2,415 \cdot 10^{26} (\text{m}^{-3})=2,415 \cdot 10^{20} (\text{cm}^{-3}). N=2,415 \cdot 10^{26} \text{ m}^{-3}.$$

For this value of  $N$ , according to the plot in Fig. 5, taken from [12], the electric field strength, at which the process of impact ionization begins, is approximately equal to  $E \approx 1,7 \cdot 10^7 \cdot (10^{21} \text{ Vm}^2) \cdot 2,415 \cdot 10^{26} \text{ m}^{-3} \approx 4,1 \cdot 10^7 \text{ V/m}=410 \text{ kV/cm}$ .

In uniform field in the main discharge gap of the trigatron with a self-breakdown voltage  $U_{sb}=400 \text{ kV}$ , before the incoming of the control voltage pulse, the voltage  $E_{main}$  in the discharge gap with length  $D_g=1 \text{ cm}$  is about  $E_{main}=U_{sb}/D_g=400 \text{ kV/cm}$ . After the incoming of the control pulse with a front of no more than 4 ns and an amplitude of 70 kV, which increases the potential of the control electrode above 400 kV, the process of impact ionization occurs in the gap  $D_g$  of the trigatron in a fraction of a nanosecond. The process of impact ionization in a trigatron (see Fig. 4) occurs along the entire length  $D_g \leq 12 \text{ mm}$ : between the control electrode and the main one

opposing it (here more intensively) as well as between the control electrode and the main one enveloping it. Let us choose the average impact ionization coefficient  $\alpha$  for the entire discharge gap according to the plot in Fig. 5 from [12]:  $\alpha/N=4$  in units of  $10^{-22} \text{ m}^2$ .

$$\text{Then } \alpha=N \cdot 4 \cdot 10^{-22} \text{ m}^2=2,415 \cdot 10^{26} \cdot 4 \cdot 10^{-22} \text{ m}^2=4 \cdot 2,415 \cdot 10^4 \text{ m}^{-1} \approx 10^3 \text{ cm}^{-1}.$$

We choose  $\alpha/N=4$ , and not more, since in the process of impact ionization, the electrons can be attached to molecules and atoms. We take into account in the calculation that  $I=Sen_e v_e$ ;  $R=U/I$ ; where  $S$  is the cross-sectional area through which the current flows;  $e$  is the electron charge,  $e=1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Cl}$ ;  $n_e$  is the electron concentration;  $v_e$  is the electron drift velocity;  $I$ ,  $U$ ,  $R$  are the current, voltage and resistance in the

discharge circuit, respectively. In the calculation we use the continuity equation for electrons and the assumptions given in [7] for spark gaps controlled by an electron beam.

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = -\frac{\partial n_e v_e}{\partial x} - \beta n_e n_+ + (\alpha - \eta) n_e v_e. \quad (2)$$

In accordance with [7], we accept that  $\frac{\partial n_e v_e}{\partial x} = 0$  due to the quasi-neutrality of the plasma, the electron sticking coefficient  $\eta$  is significantly less than the impact ionization coefficient  $\alpha$ ,  $\beta=0$ , i.e. we do not take recombination into account under the assumption of short current-rise times.

For the same reason, we do not take into account the effect of space charge. Then (2) is simplified to

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = \alpha n_e v_e. \quad (3)$$

As follows from (3)  $\frac{\partial n_e}{n_e} = \alpha v_e dt$  and then after integration we obtain:

$$\ln(n_e/n_{e0}) = \int_0^{t_d} \alpha v_e dt, \quad (4)$$

$$n_e = n_{e0} \exp\left(\int_0^{t_d} \alpha v_e dt\right).$$

Based on the data from scientific articles and the above, we will assume as a first approximation that  $\alpha = \text{Const} = 10^3 \text{ cm}^{-1}$  [12],  $v_e = \text{Const} = 10^8 \text{ cm/s}$  [10, 11]. The upper limit of the integral in (4)  $t_d$  is the end of the time interval of the trigatron discharge (breakdown) from the moment of the beginning (lower limit of the integral in (4), zero time) of the impact ionization process in the discharge gap after the incoming of the control voltage pulse, including

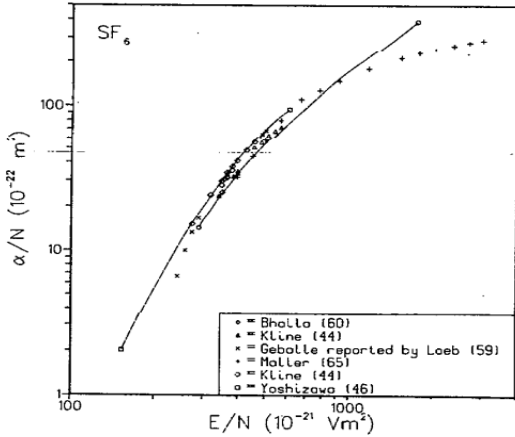


Fig. 5

the time of voltage fall at the main discharge gap of the trigatron, until the moment when the voltage on this gap drops to  $\approx 0.1$  of the voltage value at it at the moment when the fall begins. Let us take that  $t_d = 0.3 \text{ ns}$ .

The authors of [7] indicate that for spark gaps at pressure  $p > 1 \text{ atm}$ , the operation of which is initiated by an electron beam, it is possible to eliminate the discharge channel at initial voltages exceeding the static breakdown.

In the case of a discharge in a high-voltage trigatron with a pressure in the discharge gap  $p > 1 \text{ atm}$ , the role of the initiating electron beam play a control voltage pulse that distorts the electric field in the discharge gap to a value  $E_0 \approx 670 \text{ kV/mm}$ .

The authors of [3] give for the initial natural number of free electrons near the tip of the rod control electrode of a trigatron with a diameter of 5 mm the value of several hundred electrons at a pressure  $p = 1 \text{ atm}$  in the discharge gap. Let us take that  $n_{e0} = 100 \text{ cm}^{-3}$ . Then, taking into account that  $\alpha = \text{Const} = 10^3 \text{ cm}^{-1}$ ,  $v_e = \text{Const} = 10^8 \text{ cm/s}$ ,  $t_d = 0.3 \text{ ns}$ , we obtain:

$$n_e = n_{e0} \exp\left(\int_0^{t_d} \alpha v_e dt\right) = n_{e0} \exp(\alpha v_e t_d) = 10^2 \exp(10^3 \cdot 10^8 \cdot 0,3 \cdot 10^{-9}) = 10^2 \exp(30) = 10^2 \cdot 10^{13} = 10^{15} \text{ cm}^{-3}.$$

$i = jS = en_e v_e S$ . Let us take  $S = 2 \text{ cm}^2$ , then  $i = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{15} \cdot 10^8 \cdot 2 = 3,2 \cdot 10^4 \text{ A}$ . If the load with  $R = 10 \text{ Ohm}$  allows such a current value, the internal resistance of the generator PG is close to zero, and the voltage at its output  $U_{PG} = 390 \text{ kV}$ , then the resistance  $R_G$  of the gap when a current  $i = 3,2 \cdot 10^4 \text{ A}$  flows in the discharge circuit will be:  $U_{PG} = i(R_G + R)$ ,  $R_G = U_{PG}/i - R = 390 \text{ kV}/32 \text{ kA} - 10 \text{ Ohm} \approx (12 - 10) \text{ Ohm} = 2 \text{ Ohm}$ . In this case the voltage drop across the discharge gap will be:  $iR_G / i(R_G + R) = 2/(2+10) \approx 0,17$ , or 17% of the voltage of the PG generator. The process of reducing the resistance of the discharge gap will be continued until the energy in the load  $R$  is completely released.

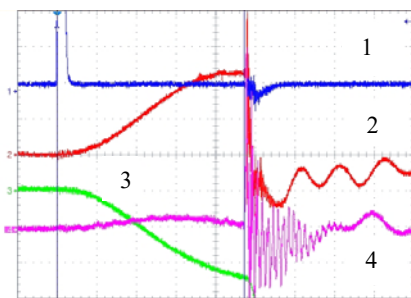
If the primary ionization region does not cover the entire discharge gap when the potential at the control electrode reaches its maximum, then a non-ionized region remains near the low-voltage main electrode. Only capacitive current can flow in this region. Let us estimate the capacitive resistance  $X_{cn}$  of this region using the formula  $X_{cn} \approx t_f / C_n$ , where  $t_f$  is the duration of the front of the control pulse ( $t_f = 2 \cdot 10^{-9} \text{ s}$ ), and  $C_n$  is the capacitance of the remaining non-ionized region. Let us consider  $C_n$  as the capacitance of a flat capacitor, taking the length of this area  $l_n = 1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}$ , and the cross-sectional area  $S_n = 2 \text{ cm}^2 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ .



Then  $C = \epsilon_0 \epsilon S_n / l_n = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 / 10^{-3} \text{ m} \approx 1,8 \cdot 10^{-12} \text{ F}$ , (here  $\epsilon_0$  is the dielectric constant,  $\epsilon$  is the dielectric permittivity) and  $X_c \approx t_f / C = 2 \cdot 10^{-9} / 1,8 \cdot 10^{-12} \approx 1,1 \cdot 10^3 \text{ Ohm}$ .  $X_{cn} = 1,1 \cdot 10^3 \text{ Ohm}$ .  $X_{cn} = 1,1 \cdot 10^3 \text{ Ohm}$  is greater than the load impedance  $Z$ , which usually does not exceed several hundred ohms. This means that before the ionization region covers the entire gap, most of the voltage from PG lies on the gap.

**The process of sub-nanosecond breakdown of the trigatron.** Before the incoming of a control pulse of positive polarity, a pre-breakdown voltage (for example, from 360 to 400 kV) is applied to the discharge gap of the trigatron. The electric field throughout the volume of the gap is close to uniform with the pre-breakdown voltage and there is small amount of free electrons. After the incoming of the control pulse, the potential of the control electrode increases in a few nanoseconds over the initial 360–400 kV. The field throughout the gap (with length  $D_g \leq 12 \text{ mm}$ ) becomes sharply ununiform in a fraction of a nanosecond. Its intensity exceeds the breakdown strength. The process of volumetric impact ionization starts throughout the gap. The number and concentration of free electrons in the volume of the discharge gap grows exponentially, and this leads to a sub-nanosecond increase of current. The process of volumetric impact ionization in the gap allows to increase to several tens of kiloamperes in fractions of a nanosecond the current in the discharge gap with length  $D_g = 10 \text{ mm}$  at cross-section area of the primary cloud  $S = 2 \text{ cm}^2$ . The current can reach these values if the amplitude of voltage pulses from PG generator is several 100 kV, and the total resistance of external discharge circuit is  $Z \approx 10 \text{ Ohm}$ . But even with such a small  $Z \approx 10 \text{ Ohm}$ , up to 90% of the voltage from the generator is applied to the load as a result of sub-nanosecond switching of the trigatron. With a higher resistance load, the resulting current will decrease and the voltage applied to the load will increase, approaching to 100%.

A trigatron with operating voltages of up to 1 MV can provide the sub-nanosecond switching and a sub-nanosecond increase of the voltage and current to a maximum (sub-nanosecond front) in a low-resistance load due to volumetric impact ionization throughout the discharge gap with an electrically high-strength gas under a pressure of  $\approx 1 \text{ MPa}$ . In this case, the average coefficient of impact ionization should be  $\alpha \geq 10^3 \text{ cm}^{-1}$ , and the average electron drift velocity  $v_e \approx 10^8 \text{ cm/s}$ . Among the free electrons in the ionized volume there may be a certain number of runaway electrons. After finishing the switching process, in most cases the process of transferring the energy from the PG generator to the load has just begun. In this case, the volume discharge in the trigatron turns into a corded (contracted) discharge with the formation of one or more completed classical streamer channels, and then spark channels. As the processes of lacing and development of spark channels occur, their conductivity increases, and the voltage across the discharge gap



**Fig. 6**

continues to decrease. The process of formation and development of spark channels is slower than the process of switching using primary volumetric impact ionization throughout the discharge gap of the trigatron. This volume is faintly luminous [11]. The brightness of the spark channels is much stronger. Our experiments with trigatrons have shown that the brightness of the glow in the discharge gap of the trigatron increases sharply after the end of the switching process, as is illustrated in Fig. 6 (see [8]).

Fig. 6 shows the oscillograms [8] of the process during trigatron breakdown ( $2 \mu\text{s/div}$ ): the control signal of the Fitch generator is represented by 1; the pulse voltage between the main electrodes of the

trigatron is displayed by 2; the light pulses observed at the spark gaps of the Fitch generator cascades and at the connection of the trigatron discharger is given by oscillogram 3; oscillogram 4 corresponds to the positive polarity pulse on the control electrode of the trigatron. The sub-nanosecond switching provides a picosecond jitter, when switching the trigatrons, and parallel operation of several or more trigatrons. The trigatrons can operate both in single pulse mode and in frequency mode.

**Conclusions.** 1. The estimated analytical calculation of the electron concentration and current in the discharge gap of the trigatron for an operating voltage of up to 400 kV showed the possibility of sub-nanosecond operation of the trigatron with switching in volumetric mode. The current in the gap can reach several 10 kA and the concentration of free electrons can be  $10^{15} \text{ cm}^{-3}$  in 0.3 ns.

2. The review of the present state of research concerning the discharge processes in various electrode systems allows us to conclude that at the nanosecond and shorter characteristic times of discharge development, the primary volumetric plasma formations (volume streamers) and runaway electrons play an important role.

3. The presented process of sub-nanosecond breakdown of a trigatron shows how a trigatron with operating voltages of up to 1 MV can provide the sub-nanosecond switching and current growth to a maximum (sub-nanosecond front) in a low-resistance load because of volumetric impact ionization throughout the discharge gap with an electrically high-strength gas under a pressure of about 1 MPa.

1. Bykov Y.A., Feduschak V.F., Krastelev E.G., Sedin A.A. A compact high-current "field-distortion" gas switch with increased lifetime of sharp trigger electrode. *Journal of Physics: Conference Series*. 2018. Vol. 1115. Issue 2. Article no 022016. 4 p. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1115/2/022016>.

2. Hrysto O.I. Energy characteristics for nanosecond current interrupter of semiconductor-magnetic pulse generator's terminal stage. *Electrical Engineering & Electromechanics*. 2023. No 3. Pp. 59-65. DOI: <https://doi.org/10.20998/2074-272X.2023.3.09>.(Ukr).

3. Williams P.F., Peterkin F.E. Triggering in trigatron spark gaps: A fundamental study. *J. Appl. Phys.* 1 November 1989. Vol. 66 (9). No 1. Pp. 4163-4175. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.344001>.

4. Clevis T.T.J., Nijdam S., Ebert U. Inception and propagation of positive streamers in high-purity nitrogen: effects of the voltage rise rate. *Journal of Physics D: Applied Physics*. 2013. Vol. 46. No 4. Article no 045202. DOI: <https://doi.org/10.1088/0022-3727/46/4/045202>.

5. Heijmans L.C.J., Clevis T.T.J., Nijdam S., van Veldhuizen E.M., Ebert U. Streamer knotwilg branching: sudden transition in morphology of positive streamers in high-purity nitrogen. *Journal of Physics D: Applied Physics*. 2015. Vol. 48. No 35. Article no 355202. DOI: <https://doi.org/10.1088/0022-3727/48/35/355202>.

6. Bujotzek M., Seeger M., Schmidt F., Koch M., Franck C. Experimental investigation of streamer radius and length in SF6. *Journal of Physics D: Applied Physics*. 2015. Vol. 48. No 24. Article no 245201. DOI: <https://doi.org/10.1088/0022-3727/48/24/245201>.

7. Kovalchuk B.M., Kremnev V.V., Potalitsyn Yu.F. High-current nanosecond switches. Novosibirsk: Nauka, 1979. 176 p. (Rus)

8. Boyko N.I., Evdoshenko L.S., Zarochentsev A.I., Ivanov V.M., Artyukh V.G. 400-kV trigatrons for high-power low-inductance pulse generators. *Instruments and Experimental Techniques*. 2008. Vol. 51. No 1. Pp. 70-77. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0020441208010077>.

9. Rusin Yu.S. The calculation of electromagnetic systems. Leningrad: Energiya, Leningradskoe otделение, 1968. 132 p. (Rus).

10. Nijdam S., Teunissen J., Ebert U. Topical Review The physics of streamer discharge phenomena. *Plasma Sources Science and Technology*. 2020. Vol. 29. No 10. Article no 103001. 49 p. DOI: <https://doi.org/10.1088/1361-6595/abaa05>.

11. Levko D., Krasik Y.E., Tarasenko V.F. Present Status of Runaway Electron Generation in Pressurized Gases During Nanosecond Discharges. *International Review of Physics*. 2012. Vol. 6. No 2. Pp. 165-195.

12. Gallacher J.W., Beaty E.C., Dutton J., Pitchford L.C. An annotated compilation and appraisal of electron swarm data in electronegative gases. *J. Phys. Chem. Ref. Data*. 1983. Vol. 12. No 1. Pp. 109-152. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.555675>

УДК 621.316.933.1

## СУБНАНОСЕКУНДНА КОМУТАЦІЯ ВИСОКОВОЛЬТНИХ ТРИГАТРОНІВ

**М.І. Бойко**, докт. техн. наук

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»,

вул. Кирпичова, 2, Харків, 61002, Україна,

e-mail: [gnaboyg@gmail.com](mailto:gnaboyg@gmail.com); [mykola.boyko@khai.edu.ua](mailto:mykola.boyko@khai.edu.ua)

Досліджено режим субнаносекундного спрацьовування тригatronів з робочою напругою до 1 МВ. Показано, що режим такого спрацьовування має місце завдяки створенню в сильному неоднорідному електричному полі в розрядному проміжку тригatronу первинного об'ємного стримеру, який займає весь проміжок і має слабку яскравість світіння. Надано оцінний аналітичний розрахунок процесу спрацьовування тригatronу за 0.3 нс. Представлений процес субнаносекундного пробую тригatronу з робочою напругою до 1 МВ, за якого ударна іонізація після приходу керуючого імпульсу з фронтом не більше 4 нс і амплітудою 70 кВ в тригatronі відбувається по всій довжині розрядного проміжку не більше 12 мм: між керуючим електродом, а також між керуючим електродом і основним, що його охоплює. Наведено експериментальні дані про зростання яскравості світіння розряду в тригatronі вже після закінчення процесу комутації. Бібл. 12, рис. 6.

**Ключові слова:** тригatron, об'ємний стример, субнаносекундна комутація, високоенергетичні електрони.

Надійшла 01.04.2024  
Остаточний варіант 07.05.2024

**ОСОБЛИВОСТІ ПОБУДОВИ ІМПЕДАНСОМЕТРИЧНИХ КАНАЛІВ  
ДЛЯ РОБОТИ НА НИЗЬКИХ ТА ІНФРАНИЗЬКИХ ЧАСТОТАХ**

**П.І. Борщов**\*, канд. техн. наук, **І.О. Брагинець**\*\* , канд. техн. наук, **Ю.О. Масюренко**\*\*\* , канд. техн. наук, **В.Г. Мельник**\*\*\*\* , докт. техн. наук  
Інститут електродинаміки НАН України,  
пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна.  
E-mail: [masjuriv@ied.org.ua](mailto:masjuriv@ied.org.ua).

*Визначено особливості низького та інфранизького частотних діапазонів гармонічних вимірювальних сигналів, а також властивості досліджуваних об'єктів, які необхідно враховувати під час побудови імпедансометричних каналів. Для поєднання необхідних метрологічних характеристик таких каналів (точність, швидкодія, завадостійкість) використовується підхід, що полягає в аналого-цифровому перетворенні сигналів, отриманих від сенсорів, та застосуванні в подальшому цифрових методів їхньої обробки. Розглянуто та проаналізовано варіанти реалізації цього підходу за допомогою цифрових методів визначення амплітуди синусоїдальних сигналів, серед яких вибрано найбільш перспективні для метрологічного забезпечення імпедансних вимірювань на низьких та інфранизьких частотах. Показано перспективність застосування на цих частотах паралельно-последовного аналого-цифрового перетворення інформативного сигналу з його безперервним інтегруванням. Зроблено висновки та дано рекомендації щодо використання розглянутих методів з урахуванням властивостей об'єктів вимірювання. Бібл. 16.*

**Ключові слова:** імпеданс, низькі та інфранизькі частоти, вимірювальний канал, амплітуда синусоїдального сигналу, аналого-цифрові методи.

**Вступ.** Методи вимірювання імпедансу широкого використовуються під час визначення характеристик електротехнічних пристроїв та їхніх компонентів, в практиці наукових досліджень, зокрема для вивчення властивостей електрохімічних, біологічних, геофізичних та інших природних і штучних об'єктів. Аналіз публікацій із застосування імпедансних вимірювань показує, що найбільш повну інформацію щодо властивостей досліджуваних об'єктів можна отримати проведенням вимірювань параметрів їхнього імпедансу в широкій області частот ( $10^4 \dots 10^7$  Гц). Для метрологічного забезпечення таких досліджень різноманітними методами у відділі електричних і магнітних вимірювань Інституту електродинаміки НАН України раніше були створені спеціалізовані прилади та гнучкі базові засоби вимірювань імпедансу для діапазону частот від 1 кГц до 100 кГц [1].

Разом з тим, останнім часом стали актуальними імпедансні вимірювання в області низьких (менш ніж 200 Гц) та інфранизьких частот (менш ніж 10...15 Гц). Це стосується контролю процесів шляхом визначення параметрів електрохімічного імпедансу або імпедансу рідин, що може бути виконано лише на низьких та інфранизьких частотах. На цьому базуються методи контролю якості продукції, екологічного контролю, численні медико-біологічні технології. Актуальність вказаної задачі пов'язана також з потребами в нових видах імпедансних вимірювань в умовах виробництва, наприклад, для контролю параметрів конденсаторів великої ємності (від одиниць до сотень фарад). Задля забезпечення необхідного значення опору конденсатора ці вимірювання треба проводити в діапазоні інфранизьких частот. Використання таких конденсаторів, наприклад, необхідно для швидкого запуску двигунів військової техніки, особливо в зимових умовах. Крім того, зазначені конденсатори відрізняються від акумуляторів здатністю швидко віддавати та накопичувати енергію, тобто можливістю високої потужності, довговічністю, експлуатаційною надійністю та економічністю. Вони можуть використовуватися як самостійно, так і паралельно з акумуляторами в перспективних транспортних засобах. В останньому випадку це дає змогу підвищити термін служби акумулятора.

© Борщов П.І., Брагинець І.О., Масюренко Ю.О., Мельник В.Г., 2024  
ORCID: \* <https://orcid.org/0000-0003-1363-9252>; \*\* <https://orcid.org/0000-0002-9528-5808>;  
\*\*\* <https://orcid.org/0000-0003-4209-1126>; \*\*\*\* <https://orcid.org/0000-0002-4470-4339>

Авторами проведено пошук та аналіз патентів і науково-технічних публікацій, присвячених принципам побудови імпедансовимірювальних приладів для роботи в діапазоні низьких та інфранизьких частот. При цьому бралось до уваги, що в таких приладах повинні поєднуватися високі чутливість, точність, швидкодія та розрізнявальна здатність. Аналіз показав, що, попри на гостру необхідність вирішення таких питань, прогрес в цій області недостатній. Так, в [2, 3, 4] для визначення складових комплексної провідності використовуються аналогові фільтри, що призводить до низької швидкодії вимірювального процесу. Низькочастотний комплекс імпедансних вимірювань, який описано в [5], засновано на визначенні амплітуд на еталонному резисторі та вимірювальному імпедансі в частотному діапазоні  $10^{-2} \dots 10^4$  Гц. У вказаному комплексі використовуються аналогові та цифрові методи обробки сигналів, похибка вимірювання в даному разі складає 0,5 %. Недоліком є відносно невисока точність вимірювання імпедансу. В заявленій корисній моделі [6] пропонується пристрій для вимірювання ємності та провідності МДП-структур в області інфранизьких частот. Тут використовуються процедури періодичної корекції, синхронного детектування та фільтрації (інтегрування за період частоти тестового сигналу). Недоліком такого пристрою є низька чутливість через малі напруги на досліджуваному об'єкті. Відомі також промислові зразки приладів для вимірювання параметрів  $R, L, C$ , які дають можливість проводити вимірювання імпедансів на низьких частотах з досить високою точністю [7]. Однак в даних приладах частотний діапазон в бік нижніх частот обмежено 15 – 20 Гц.

Таким чином, для розширення області застосування імпедансних вимірювань та об'єму їхнього впровадження з відповідним метрологічним забезпеченням необхідно розширити частотний діапазон у бік низьких та інфранизьких частот, що потребує проведення відповідних досліджень. Як правило, на таких частотах застосовують мостові методи вимірювання імпедансу з автобалансуванням мостового кола. При цьому найзручнішими інформативними параметрами під час вимірювання векторної напруги нерівноваги мостового кола є її амплітуда або синфазна та квадратурна складові. Тому канал обробки сигналу нерівноваги мостового кола, до складу якого входять масштабні та функціональні перетворювачі (підсилювачі, фільтри, амплітудний або синхронний детектори, аналого-цифрові перетворювачі), багато в чому буде визначати метрологічні характеристики під час імпедансних вимірювань на низьких та інфранизьких частотах.

**Метою даних досліджень** є визначення факторів, які повинні враховуватися під час побудови імпедансометричних каналів для роботи на низьких та інфранизьких частотах, розробка рекомендацій щодо застосування методів вимірювання векторної напруги нерівноваги мостового кола та обробки даних задля забезпечення необхідних метрологічних характеристик (точність, швидкодія, завадостійкість) в області низьких та інфранизьких частот.

**Особливості вимірювань на низьких та інфранизьких частотах.** У разі розширення частотного діапазону імпедансних вимірювань у бік низьких та інфранизьких частот необхідно враховувати специфіку цих діапазонів, які характеризуються наступними особливостями: тривалістю протікання процесу; низькою крутизною наростання та спаду інформативного електричного сигналу; низьким рівнем сигналу біля нуля та досить малою і тривалою зміною сигналу біля його екстремальних значень; спотворенням форми сигналів після проходження нелінійних кіл більш високими гармоніками; трудністю фільтрації сигналів; схильністю цих сигналів до впливу шумів, завад та наводок.

Крім зазначених вище факторів, слід також враховувати, що параметри, наприклад, біолого-медичних або електрохімічних об'єктів нестабільні у часі і для отримання достовірної інформації про властивості контрольованого об'єкту вимірювання імпедансу необхідно проводити з максимально можливою швидкістю та прийнятною для практичних цілей точністю. Особливо актуальною ця задача стає в області інфранизьких частот, коли під час визначення імпедансу необхідно забезпечити високий ступінь збереження стану об'єкта досліджень і властивостей процесів, що у ньому протікають. У зв'язку з цим постає задача прецизійного вимірювання імпедансу об'єкта з часом вимірювання, що не перевищує тривалість від одного до декількох періодів гармонійної складової досліджуваного сигналу інфранизької частоти.

З іншого боку відмітимо, що, наприклад, досліджувані електрохімічні об'єкти (ЕХО) мають суттєво нелінійну вольт-амперну характеристику. Тому задля збереження лінійних властивостей ЕХО в заданій точці вимірювального режиму необхідно, щоб амплітуда гармонійної складової вимірювального сигналу на досліджуваній ділянці ЕХО не перевищувала одиниць мілівольт, тобто вимірювання імпедансу проводяться за малих відношень сигнал/шум. При цьому виникає випадкова

похибка вимірювання імпедансу, яка визначається параметрами шумового сигналу на вході АЦП та числом  $N$  незалежних вимірювань (оцінок амплітуди), які надалі усереднюються

$$\delta = \sqrt{D/N},$$

де  $D$  – дисперсія шумової складової при кожному вимірюванні;  $N = T/\tau$ ,  $\tau$  – час одного вимірювання,  $T$  – загальний час дослідження сигналу (від одного до декількох його періодів). Звідси задля забезпечення заданої точності вимірювання імпедансу необхідно збільшувати час дослідження (число вимірювань), тобто знижувати швидкість.

Вказані вище фактори необхідно враховувати під час проектування вимірювачів імпедансу на низьких та інфранизьких частотах. Тому задля забезпечення необхідних метрологічних характеристик приладів постає задача розробки та застосування відповідних алгоритмів вимірювань та обробки їхніх даних. Край важливим є також вибір компонентів основних блоків під час побудови імпедансометричного каналу.

**Застосування сучасних методів вимірювань імпедансу в діапазонах низьких та інфранизьких частот.** Як було зазначено вище, структури відомих пристроїв для імпедансних вимірювань на низьких та інфранизьких частотах містять аналогові фільтри (вибіркові підсилювачі, фільтри нижніх частот та інш.), що дуже ускладнює апаратуру та призводить до суттєвого зниження швидкодії вимірювань. Тому для отримання оптимальних метрологічних характеристик вимірювального каналу (точність, швидкість, завадостійкість), доцільно використовувати цифрові методи визначення амплітуди сигналу як інформативного параметру [8, 9]. Вказані методи можуть полягати в аналого-цифровому перетворенні миттєвих значень сигналів з виходів сенсорів після їхнього попереднього підсилення та подальшої обробки масиву цифрових відліків з обчисленням амплітуди сигналу. При цьому перед обробкою даних доцільно застосовувати цифрову фільтрацію отриманого масиву цифрових відліків. В роботах останнього часу широко використовуються методи, що ґрунтуються на використанні швидкого перетворення Фур'є та визначенні амплітуд квадратурних складових сигналів, для чого створені спеціалізовані мікросхеми [10–13]. Однак в доступних публікаціях відсутні переконливі дані про задовільне вирішення вказаних вище метрологічних питань такими методами.

Серед відомих методів цифрового визначення параметрів електричного імпедансу, в тому числі з використанням вимірювань амплітуди синусоїдальних сигналів, перспективним за точністю на низьких та інфранизьких частотах є метод, запропонований в Інституті електродинаміки НАН України [14]. Цей метод реалізується за алгоритмом згідно формули

$$A_x = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \frac{N_i}{\sin \varphi_i},$$

де  $A_x$  – розрахункове значення амплітуди досліджуваного сигналу;  $K$  – кількість цифрових відліків миттєвих значень сигналу, що беруться за довільний інтервал часу, не прив'язаний до цілого числа періодів сигналу;  $N_i$  – миттєві значення оцифрованого сигналу;  $\varphi_i$  – фаза моменту вибірки відліку  $N_i$ .

Перевагою цього методу перед іншими є виключення принципової необхідності в усередненні масиву відліків за ціле число періодів. Амплітуда сигналу визначається для кожного відліку сигналу, а усереднення додатково підвищує завадостійкість та знижує випадкову похибку, обумовлену похибками квантування аналого-цифрового перетворювача й похибкою вимірювання фазових кутів. За допомогою отриманого в [14] математичного виразу можна визначити оптимальну кількість цифрових відліків, що відповідає мінімальному значенню випадкової похибки вимірювання амплітуди синусоїдального сигналу описаним методом. Однак зауважимо, що цей метод забезпечує швидко і точно визначення амплітуди сигналів лише за досить високих відношеннях сигнал/завада.

Іншим методом визначення амплітуди синусоїдальних сигналів, що може бути застосовано для побудови імпедансометричних каналів, є використання цифрового квадратурного синхронного детектування досліджуваного сигналу. При цьому визначаються квадратурні складові сигналу і за їхніми значеннями за відомою формулою знаходиться амплітуда сигналу. Останні виділяються під час перемноження в цифровій формі миттєвих значень досліджуваного сигналу із миттєвими значеннями по чергово двох ортогональних опорних сигналів. Далі виконується усереднення значень добутків сигналів. В даному разі амплітуда визначається тим точніше, чим більше часовий інтервал усереднення, кратний періоду досліджуваного сигналу.

Метод із цифровим синхронним детектуванням більш ефективний в компенсації впливу шумів. Разом з тим під час реалізації він потребує використання процесорів з високою обчислювальною потужністю. Також треба враховувати, що високочастотні цифрові сигнали створюють додаткові завади у вимірювальному каналі. Під час прецизійних вимірювань сигналів з низькими рівнями ці обставини можуть суттєво обмежити досягнення високих метрологічних характеристик приладів, особливо їхньої чутливості. Тому більш перспективним представляється комбінація аналогових та цифрових перетворень вимірювальних сигналів з використанням розроблених в Інституті електродинаміки НАН України уніфікованих базових модулів для вимірювань параметрів електричного імпедансу [1, 15]. Їхньою особливістю є використання комбінованих методів перетворення параметрів, чим забезпечується дуже висока чутливість вимірювального каналу (без підсилення до часток мікрівольта в діапазоні  $\pm 0,5B$ ) та широкий діапазон швидкості (від 16 до 100 вимірювань за секунду). При цьому смуга пропускання становить від одиниць до сотень Гц і може розташовуватися у широкому діапазоні частот – від інфранизьких частот (малі частки Гц) до 1 МГц.

Структуру вимірювального каналу уніфікованого імпедансометричного базового модуля та принцип його дії детально розглянуто в [15]. Нижче розглянемо деякі особливості функціонування його основних блоків з урахуванням вимог застосування на низьких частотах за малих рівнів тестових сигналів.

#### **Використання каналу вимірювань з комбінованим перетворенням на низьких частотах.**

В роботах [1, 15] розглянуто варіанти алгоритмів реалізації методу паралельно-последовних аналого-цифрових перетворень, що передбачають безперервне інтегрування інформативного сигналу вимірювального кола з одночасним перетворенням його в цифрову форму та забезпечення придушення завад мережевої частот (50 або 60 Гц). Завдяки цьому, на відміну від методів, основаних на обробці масивів вибірок, інформація, що несе сигнал, використовуються повністю. Це призводить до зростання співвідношення сигнал/шум. Дослідження показують, що задля забезпечення хорошої повторюваності результатів вимірювань на низьких та інфранизьких частотах важлива синхронізація імпульсів тактування (Т1) основних блоків базового модуля: мікроконтролера, АЦП (Т11) та цифрового генератора тестових сигналів (ТІ2).

Задля отримання високої чутливості вимірювального каналу за малих рівнів вимірювальних сигналів, що є особливо актуальним у сенсорних системах, доцільно застосовувати інтегруючі АЦП. Зокрема, дуже перспективним є застосування мікросхеми MAX 132 [16]. Для її тактування виробник рекомендує частоту 32768 кГц (або близьку до неї), що забезпечує швидкодію 16 відліків в секунду та оптимальний час інтегрування 20 мілісекунд для придушення мережевих завад з частотою 50 Гц. Задля розширення функціональності приладів також дуже бажана частота тактування АЦП в 6 разів вище – 196608 кГц), що дає змогу отримати максимальну швидкість перетворення – 96 відліків за секунду. Якщо виконувати усереднення за двома суміжними результатами на цій швидкості, можна також значно придушити мережеву заваду і отримати частоту видачі даних 48 відліків за секунду [15]. Зазначимо, що для глибшого придушення мережевих завад краще використовувати частоту 200 кГц.

Цифровий генератор виробляє ступінчастий квазісинусоїдальний тестовий сигнал для живлення вимірювального кола. Для цілого ряду практичних завдань оптимальною є апроксимація синусоїди 32 сходинками. Використовуючи вказану тактову частоту, можна отримати квазісинусоїдальну напругу з частотою 1024 Гц. Вимога синхронізації Т11 та ТІ2 стає все більш важливою у разі зниження робочої частоти, враховуючи зближення періодів цих послідовностей. Через прив'язку періоду інтегрування АЦП до періоду мережевої завади та відсутності його синхронності з інформативним сигналом, початкова фаза інтегрування останнього дрейфує, а результати періодично змінюються у вигляді биття з різницевою частотою. Особливо гостро дана проблема стоїть у нижній частині області низьких і на інфранизьких частотах (нижче 50 Гц), оскільки крім синхронізації тактових послідовностей виникає потреба збільшення часу інтегрування інформативного сигналу до тривалості його періоду або кратного йому при одночасній кратності до 20 мсек. Таким чином, для високочутливих і точних вимірювань за низьких рівнях тестових сигналів необхідно використовувати робочі частоти, для яких тривалість періоду кратна 20 мсек, а час інтегрування сигналу, що перетворюється, дорівнює 40, 60, 80, 100, ...,  $20 \cdot n$  мілісекундам.

Доцільне рішення щодо частот тактування АЦП і генератора, наприклад, може базуватися на тактуванні мікроконтролера частотою 32 МГц, яку також можна використовувати як вихідну для формувань Т11 і ТІ2. Поділом цієї частоти на 977 можна отримати частоту 32,7533 кГц (Т11), що забезпечує час інтегрування 19,997 мсек., а діленням на 20000 отримуємо частоту 1,6 кГц, з якої в

свою чергу – частоти Т12 для 50, 25, 16,66 Гц та інших частот низького та інфранизького частотних діапазонів.

Для використання описаного підходу в реальній апаратурі існує ще одна проблема. Інтегруючий АЦП (як і інші їхні види) має цикл перетворення, у якому інтегрування інформативного сигналу займає лише частину його тривалості (для МАХ-132 це 1/3). Виникає питання: яким чином із окремих фрагментів періоду інформативного сигналу отримати інтеграл цілого періоду? Це завдання може бути успішно вирішено використанням нових уніфікованих базових вимірювальних модулів МХР-6 та МХР-7. Блок АЦП цих модулів складається із трьох мікросхем МАХ-132, що по чергово підключаються до джерела сигналу після закінчення періоду його інтегрування попередньою мікросхемою (після першої – друга, після другої – третя, після третьої – знову перша) [15]. На вході блоку АЦП встановлений ключовий синхронний детектор, який перетворює в цифровий код дві квадратурні складові інформативного синусоїдального сигналу, отриманого з вимірювального кола, що живиться від цифрового генератора тестового сигналу. Отримання потрібної складової (синфазної або квадратурної з тестовим сигналом) здійснюється вибором опорного сигналу, що подається на синхронний детектор. Ці сигнали формуються цифровим генератором одночасно із тестовим сигналом. Таким чином, на виході блоку створюється безперервний потік даних від трьох мікросхем з інтервалами 20 мсек, який несе інформацію про відповідні фрагменти інформативного сигналу з об'єкта вимірювання з придушенням завад промислової частоти. Усереднюючи дані потрібної кількості таких інтервалів (наприклад, двох посліпль для робочої частоти 25 Гц, трьох – для частоти 16,666 Гц або п'яти – для 10 Гц, і т.п.) ми отримуємо значення амплітуди квадратурних складових вимірюваного сигналу. В інфранизькочастотному діапазоні сітка таких частот досить густа. Для деяких досліджень в цьому діапазоні можливе також застосування розроблених модулів у режимі швидких вимірювань (96 відліків за секунду) [15].

**Висновки.** Визначені особливості низького та інфранизького частотних діапазонів гармонічних вимірювальних сигналів показують, що перспективним підходом для оптимізації метрологічних характеристик імпедансометричних каналів (точність, швидкодія, завадостійкість) є аналого-цифрове перетворення сигналів, отриманих з виходів сенсорів і мінімально підсилених, та застосування в подальшому цифрових методів визначення їхньої амплітуди. Серед методів, що реалізують такий підхід, можна рекомендувати, як найбільш розвинутий, метод визначення амплітуди синусоїдального сигналу, заснований на підсумовуванні відношень миттєвих значень цифрових відліків сигналу до синусів фазових кутів, які відповідають моментам часу вибірок. Іншим методом для використання може бути цифрове квадратурне синхронне детектування досліджуваного сигналу. Цей метод більш ефективний для придушення впливу шумів. Разом з тим під час реалізації він потребує процесорів з високою обчислювальною потужністю. Обидва ці методи ефективні у випадках, коли немає жорстких обмежень рівнів тестових сигналів. У разі досліджень в умовах таких обмежень хороші результати можуть бути отримані застосуванням методу паралельно-послідовного аналого-цифрового перетворення інформативного сигналу з його безперервним інтегруванням. На низьких та інфранизьких частотах необхідно, щоб період інтегрування був кратний як періоду досліджуваного сигналу, так і періоду завади мережевої частоти. Для цього необхідне узгодження частот тактування АЦП та отримання від них даних з частотами тестових сигналів та, одночасно, з мережевою частотою та її субгармоніками. Час інтегрування повинен зростати кратно 20 мілісекундам під час зниження частоти тестових сигналів, що може реалізовуватися усередненням відповідної кількості результатів інтегрування. Робочими частотами, на яких вказане узгодження може бути здійснене, є промислова частота (50 Гц) та її субгармоніки.

*Роботу виконано за рахунок держбюджетної теми «Розширення функціональних можливостей та підвищення метрологічних характеристик засобів вимірювання в системах моніторингу і діагностування в електроенергетиці» (шифр «Параметр-Д»), державний реєстраційний номер теми 0122U000136, КПКВК 6541030.*

1. Мельник В.Г., Борщов П.І., Беляєв В.К., Василенко О.Д., Ламеко О.Л., Сліцький О.В. Базовий вимірювальний модуль для реалізації високоточних засобів визначення параметрів імпедансу в широкому діапазоні частот. *Праці Ін-ту електродинаміки НАН України*. 2020. Вип. 56. С. 20-23. DOI: <https://doi.org/10.15407/publishing2020.56.020>.

2. Кензин В.И., Новицкий С.П. Инфранизькочастотный измеритель комплексной проводимости. Патент SU 788037A1, 1980.

3. Буренков И.И., Буренкова Р.И., Гладких И.В., Пашнин А.И., Сюткина В.В. Измеритель комплексных сопротивлений. Патент SU 1781635A1, 1992.
4. Казаков Н.И., Скрипник Ю.А., Киреев В.В. Устройство для оценки биоэлектрической активности точек акупунктуры. Патент RU 2 209 033 C1, 2002.
5. Афанасьев А.В., Москвичев А.Н., Москвичев А.А., Ордоносцев В.А., Орлов И.Я. Низкочастотный комплекс импедансных измерений характеристик проводящих сред. *Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского*. 2008. № 3. С. 60-64.
6. Попов Ю.А. Устройство для измерения емкости и проводимости МДП-структур в области инфранизких частот. Полезная модель RU 127942, 2010.
7. Измерим все. Измерители RLC. URL: [http://www.izmerimvse.ua/Izmeriteli\\_RLC.aspx?gad\\_source=1&gclid=Cj0KCQiA84CvBhCaARIsAMkAvkIKEJIX72evjp\\_qrGkIU\\_2Zzr1MNBhOT-OLJ5mOP9Nu5kUC7qyGsW8aAvzkEALw\\_wcB](http://www.izmerimvse.ua/Izmeriteli_RLC.aspx?gad_source=1&gclid=Cj0KCQiA84CvBhCaARIsAMkAvkIKEJIX72evjp_qrGkIU_2Zzr1MNBhOT-OLJ5mOP9Nu5kUC7qyGsW8aAvzkEALw_wcB) (дата звернення 25.02.2024).
8. Горлач А.А., Минц М.Я., Чинков В.Н. Цифровая обработка сигналов в измерительной технике. К.: Техніка, 1985. 151 с.
9. Andow F., Matsushima T., Iwasaki M. Apparatus for calculating amplitude values. Patent USA 4073008, 1978.
10. Analog Devices. AN-1252. Application Note. AD5933 (Rev.0). URL: <https://www.analog.com/media/en/technical-documentation/application-notes/an-1252.pdf> (дата звернення 25.02.2024).
11. Hoja Jerzy, Lentka Grzegorz. Portable analyzer for impedance spectroscopy. XIX IMEKO World Congress *Fundamental and Applied Metrology*. Lisbon, Portugal, 06–11 September 2009. Pp. 497–502.
12. PalmSens. PStace-5.6-Manual. URL: <https://www.palmsens.com/software/ps-trace/https://idm-instrumentos.es/wp-content/uploads/2019/04/PStace-5.6-Manual.pdf> (дата звернення 25.02.2024).
13. Analog Devices. Precision Analog Microcontroller with Chemical Sensor Interface. ADuCM355. URL: <https://www.analog.com/media/en/technical-documentation/data-sheets/ADuCM355.pdf> (дата звернення 25.02.2024).
14. Борщов П.И. Мінімізація випадкової похибки цифрового методу вимірювання амплітуди синусоїдального сигналу. *Праці Ін-ту електродинаміки НАН України*. 2022. Вип. 62. С. 55–60. DOI: <https://doi.org/10.15407/publishing2022.62.055>.
15. Мельник В.Г., Борщев П. И., Василенко А. Д., Слицкий А. В. Оптимизация структуры и алгоритма работы высокочувствительной мультисенсорной системы с импедансными преобразователями. *Сенсорна електроніка і мікросистемні технології*. 2018. Т. 15. № 4. С. 100-109. DOI: <https://doi.org/10.18524/1815-7459.2018.4.150520>.
16. Elcodis. Electronic components marketplace. MAX132EVKIT-DIP Maxim Integrated Products, MAX132EVKIT-DIP Datasheet. URL: <http://elcodis.com/parts/837421/MAX132EVKIT-DIP.html> (дата звернення 25.02.2024).

## FEATURES OF CONSTRUCTION OF IMPEDANSOMETRIC CHANNELS FOR WORK AT LOW AND INFRARED FREQUENCIES

**P.I. Borchshov, I.O. Brahynets, Yu.O. Masiurenko, V.G. Melnyk**  
**Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine,**  
**56, Beresteiskyi Ave., Kyiv, 03057, Ukraine.**  
**E-mail: [masjuriv@ied.org.ua](mailto:masjuriv@ied.org.ua).**

*The features of the low and infra-low frequency ranges of harmonic measurement signals, as well as the properties of the investigated objects, which must be taken into account during the construction of impedance measuring channels, are determined. To combine the necessary metrological characteristics of such channels (accuracy, speed, immunity), an approach is used, consisting in analog-to-digital conversion of signals received from sensors, and subsequent application of digital methods of their processing. Options for implementing this approach using digital methods for determining the amplitude of sinusoidal signals were considered and analyzed, among which the most promising ones were selected for metrological support of impedance measurements at low and infra-low frequencies. The perspective of using parallel-serial analog-digital conversion of an informative signal with its continuous integration at these frequencies is shown. Conclusions were made and recommendations were given regarding the use of the considered methods taking into account the properties of the measurement objects. References 16.*

**Keywords:** impedance, low and infra-low frequencies, measurement channel, sinusoidal signal amplitude, analog-digital methods.

1. Melnyk V.G., Borschov P.I., Beliaev V.K., Vasylenko O.D., Lameko O.L., Slitskiy O.V. Basic measuring module for implementation of the high-precision devices for determining the impedance parameters in a wide frequency



- range. *Pratsi Instytutu elektrodynamiky Natsionalnoi Akademii Nauk Ukrainy*. 2020. Vyp. 56. Pp. 20-23. DOI: <https://doi.org/10.15407/publishing2020.56.020>. (Ukr)
2. Kenzin V.I., Novitskii S.P. Infra-low frequency complex conductivity meter. Patent SU 788037A1, 1980. (Rus)
  3. Burenkov I.I., Burenkova R.I., Gladkih I.V., Pashnin A.I., Siutkina V.V. Complex resistance meter. Patent SU 1781635A1, 1992. (Rus)
  4. Kazakov N.I., Skripnik Yu.A., Kireev V.V. Device for assessing the bioelectric activity of acupuncture points. Patent RU 2 209 033 C1, 2002. (Rus)
  5. Afanasev A.V., Moskvichev A.N., Moskvichev A.A., Ordonostsev V.A., Orlov I.Ia. Low-frequency complex of impedance measurements of characteristics of conducting media. *Vestnik Nizhegorodckogo universiteta imeni N.I. Lobachevskogo*. 2008. No 3. Pp. 60-64. (Rus)
  6. Popov Yu.A. Device for measuring the capacitance and conductivity of MIS structures in the infra-low frequency range. Utility model RU 127942, 2010. (Rus)
  7. Izmerim vse. Izmeriteli RLC. URL: [http://www.izmerimvse.ua/Izmeriteli\\_RLC.aspx?gad\\_source=1&gclid=Cj0KCQiA84CvBhCaARIsAMkAvkIKEJIX72evjp\\_qrGkIU\\_2Zzr1MNBhOT-OLJ5mOP9Nu5kUC7qyGsW8aAvzkEALw\\_wcB](http://www.izmerimvse.ua/Izmeriteli_RLC.aspx?gad_source=1&gclid=Cj0KCQiA84CvBhCaARIsAMkAvkIKEJIX72evjp_qrGkIU_2Zzr1MNBhOT-OLJ5mOP9Nu5kUC7qyGsW8aAvzkEALw_wcB) (date accessed 25.02.2024). (Rus)
  8. Gorlach A.A., Mints M.Ia., Chinkov V.N. Digital signal processing in measurement technology. Kiev: Tekhnika, 1985. 151 p.
  9. Andow F., Matsushima T., Iwasaki M. Apparatus for calculating amplitude values. Patent USA 4073008, 1978.
  10. Analog Devices. AN-1252. Application Note. AD5933 (Rev.0). URL: <https://www.analog.com/media/en/technical-documentation/application-notes/an-1252.pdf> (date accessed 25.02.2024).
  11. Hoja Jerzy, Lentka Grzegorz. Portable analyzer for impedance spectroscopy. XIX IMEKO World Congress *Fundamental and Applied Metrology*. Lisbon, Portugal, 06-11 September 2009. Pp. 497-502.
  12. PalmSens. PStace-5.6-Manual. URL: <https://www.palmsens.com/software/ps-trace/https://idm-instrumentos.es/wp-content/uploads/2019/04/PStace-5.6-Manual.pdf> (date accessed 25.02.2024)
  13. Analog Devices. Precision Analog Microcontroller with Chemical Sensor Interface. ADuCM355. URL: <https://www.analog.com/media/en/technical-documentation/data-sheets/ADuCM355.pdf> (date accessed 25.02.2024)
  14. Borschov P.I. Minimization of the random error of the digital method of measuring the amplitude of a sinusoidal signal. *Pratsi Instytutu elektrodynamiky Natsionalnoi Akademii Nauk Ukrainy*. 2022. Vyp. 62. Pp. 55-60. DOI: <https://doi.org/10.15407/publishing2022.62.055>. (Ukr)
  15. Melnik V.G., Borschov P.I., Vacilenko A.D., Slitskiy O.V. Optimization of the structure and algorithm of the highly sensitive multisensor system with impedance converters. *Sensorna elektronika i mikrosistemni tekhnologii*. 2018. Vol. 15. No 4. Pp. 100-109. DOI: <https://doi.org/10.18524/1815-7459.2018.4.150520>. (Rus)
  16. Elcodis. Electronic components marketplace. MAX132EVKIT-DIP Maxim Integrated Products, MAX132EVKIT-DIP Datasheet. URL: <http://elcodis.com/parts/837421/MAX132EVKIT-DIP.html> (date accessed 25.02.2024).

Надійшла 15.04.2024  
Остаточний варіант 26.04.2024

**ДО 70-РІЧЧЯ АКАДЕМІКА НАН УКРАЇНИ ЖАРКІНА АНДРІЯ ФЕДОРОВИЧА**



**Заступник директора Інституту електродинаміки НАН України з наукової роботи, завідувач відділу № 2, доктор технічних наук, професор, академік НАН України, лауреат Державної премії України в галузі науки і техніки, лауреат премії НАН України ім. Г.Ф. Проскури.**

Жаркін Андрій Федорович народився 26 червня 1954 року в м. Києві. У 1977 році закінчив електроенергетичний факультет Київського політехнічного інституту за спеціальністю “Електричні системи”. Після закінчення інституту він працював інженером та старшим інженером у проектному інституті Укрдіпроенерго. З 1980 року його трудова діяльність пов’язана з Інститутом електродинаміки НАН України, де у різні роки працював на посадах старшого інженера, молодшого наукового співробітника, наукового співробітника, старшого наукового співробітника, провідного наукового співробітника, завідувача

відділу, заступника директора з наукової роботи. З 1991 року Андрій Федорович кандидат технічних наук. Вчене звання старшого наукового співробітника за спеціальністю “Електричні станції, мережі і системи” йому присвоєно в 2003 році, за цією ж спеціальністю в 2004 році він захистив докторську дисертацію. У 2009 р. Жаркін Андрій Федорович був обраний членом-кореспондентом НАН України, а в 2021 році – академіком НАН України. У 2019 році йому присвоєно вчене звання професора.

А.Ф. Жаркін – відомий вчений у галузі електротехніки та електроенергетики, представник та продовжувач наукової школи академіка А.К. Шидловського. Він є автором понад 200 наукових праць і патентів України, в тому числі 14 монографій, а також співавтором 16 ДСТУ в галузі електроенергетики.

Свою наукову діяльність вчений спрямовує на вирішення однієї з найважливіших проблем сучасної енергетики – проблеми підвищення ефективності використання та якості електричної енергії в системах електропостачання, в тому числі з урахуванням особливостей роботи відновлюваних джерел енергії. Його наукова діяльність пов’язана з розвитком теорії електромагнітної сумісності, створенням ефективних методів аналізу електричних мереж з нелінійними та нестационарними навантаженнями з використанням математичних моделей, а також розробленням нових підходів та технічних засобів підвищення якості електроенергії та забезпечення електромагнітної сумісності споживачів електричної енергії різних рівнів напруги.

Чільне місце в наукових дослідженнях Жаркіна А.Ф. посідає розвиток теорії та вирішення практичних завдань проблеми гнучкого керування режимами електричних систем і мереж на основі застосування сучасного енергоустановлення в рамках впровадження в електроенергетиці України концепції «Smart Grid», а також розроблення потужних систем накопичування електроенергії в електричних мережах з відновлюваними джерелами енергії для вирішення нагальних режимних проблем Об’єднаної енергетичної системи України. Жаркін А.Ф. забезпечує організацію виконання

наукових досліджень по перетворенню енергетики України на інтелектуальну екологічно безпечну енергетичну систему, здатну працювати паралельно з об'єднанням енергосистем європейських країн.

Значну увагу Андрій Федорович приділяє питанням адаптації національної нормативної бази в електроенергетичній сфері до європейських вимог. Він є головою підкомітету ПК-22-2 Технічного комітету України ТК-22 зі стандартизації в галузі ЕМС, а також головою підкомітету ПК-162-7 «Якість електричної енергії» в рамках ТК-162 зі стандартизації в галузі керування режимами енергосистем України.

А.Ф. Жаркін успішно поєднує наукову, організаційну, педагогічну та громадську діяльність. З 2015 року Андрій Федорович є заступником академіка-секретаря ВФТПЕ НАН України, а з 2004 року – заступником директора інституту електродинаміки НАН України з наукової роботи. З 2001 до 2003 рр. А.Ф. Жаркін був ученим секретарем Комісії з розроблення Енергетичної стратегії України на період до 2030 року та подальшу перспективу; у 2001–2006 рр. – учений секретар секції енергетики, а з 2007 року – член секції, яка розглядає роботи молодих вчених, Комітету з Національної премії України імені Бориса Патона. У 2015-2018 рр. Жаркін А.Ф. був Президентом Національного електротехнічного комітету України Міжнародної електротехнічної комісії, з 2023 року – голова Постійної комісії НАН України з оцінювання ефективності діяльності наукових установ НАН України.

Жаркін А.Ф. багато уваги приділяє підготовці наукових кадрів. Він є членом Комісії по роботі з науковою молоддю НАН України. Протягом багатьох років Жаркін А.Ф. був Головою Державних екзаменаційних комісій на кафедрах з підготовки спеціалістів в галузі електроенергетики, електротехніки, електроніки провідних закладів вищої освіти України, зокрема, НТУУ «КПІ імені Ігоря Сікорського», КНУБА, КНУТД. Він бере активну участь в атестації наукових кадрів як голова спеціалізованої вченої ради із захисту докторських дисертацій за спеціальностями 05.09.01 та 05.14.02 та входить до складу редколегій низки фахових періодичних видань.

За багаторічну плідну працю, значні особисті здобутки у професійній діяльності А.Ф. Жаркіна нагороджено Почесною грамотою Кабінету Міністрів України, Почесною грамотою Президії НАН України та ЦК Профспілки працівників НАН України, відзнакою НАН України «За професійні здобутки», пам'ятною відзнакою «На честь 100-річчя НАН України», медаллю «За успіхи в науково-педагогічній діяльності» Академії наук вищої освіти України, нагрудним знаком НЕК «Укренерго» «За заслуги» та відзнакою МО України – медаллю «За сприяння Збройним Силам України».

*Наукова спільнота, колектив Інституту електродинаміки НАН України, редакція журналу «Технічна електродинаміка», учні та друзі щиро вітають Андрія Федоровича з ювілеєм і зичать міцного здоров'я, нових творчих успіхів, наснаги для здійснення всіх задумів та творчих планів щодо розвитку вітчизняної науки, зміцнення і процвітання України.*